

# แผนการจัดการเรียนรู้

รหัสวิชา ค 32102 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

นายปิยะชัย อาสาสอน

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนเมืองрадวิทยาคม

ตำบลนาซ่า อำเภอหล่มเก่า จังหวัดเพชรบูรณ์

สังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เพชรบูรณ์

การนิเทศแผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค31102 มัธยมศึกษาปีที่ 4

ความเห็นหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความเห็นหัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ

(นางรัชฎา บัวพันธ์)

หัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

ความเห็นรองผู้อำนวยการสถานศึกษา

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ

(นายไพโรจน์ เดชะรัตนางกูร)

รองผู้อำนวยการโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

ความเห็นผู้อำนวยการสถานศึกษา

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ

(นายไพโรจน์ ทองเพ็ญ)

ผู้อำนวยการโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม



## คำอธิบายรายวิชา

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน  
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
เวลา 2 ชั่วโมง / สัปดาห์

รหัสวิชา ค32101  
ภาคเรียนที่ 1  
40 ชั่วโมง / ภาค

\*\*\*\*\*

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา และการใช้เหตุผลในสาระต่อไปนี้

**ลำดับและอนุกรม** ความหมายของลำดับ หาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ ความหมายของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต ความหมายของผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต ผลบวก  $n$  เทอมแรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

**ความน่าจะเป็น** จำนวนผลที่อาจเกิดขึ้นของเหตุการณ์โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับการนับ และแผนภาพต้นไม้อย่างง่าย การทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการคาดการณ์และช่วยในการตัดสินใจ

จัดการเรียนรู้โดยการฝึกปฏิบัติจริง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะ กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การนำความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และนำไปใช้อย่างสร้างสรรค์ ในชีวิตประจำวัน เจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ มีความรับผิดชอบ มีความเพียรพยายาม และวิจรรณญาณ ใช้การวัดผลและการประเมินผลอย่างหลากหลาย ประเมินตามสภาพความเป็นจริง ครอบคลุมทักษะทั้งด้านความรู้ กระบวนการ คุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม

## หน่วยการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32102

ระดับชั้น ม.5

ภาคเรียนที่ 2

เวลา 2 ชั่วโมง / สัปดาห์

40 ชั่วโมง / ภาค

หน่วยการเรียนรู้ที่	เรื่อง / หน่วยการเรียนรู้ย่อย	จำนวนชั่วโมง
1	1. ลำดับและอนุกรม 1.1 ลำดับ 1.2 พจน์ทั่วไปของลำดับ 1.3 ลำดับเลขคณิต 1.4 ลำดับเรขาคณิต 1.5 อนุกรมเลขคณิต 1.6 อนุกรมเรขาคณิต	18 2 3 4 3 3 3
2	2. ความน่าจะเป็น 2.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ 2.2 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ 2.3 การนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้	18 6 8 4
3	ทดสอบกลางภาค และทดสอบปลายภาค	4
รวมจำนวนชั่วโมงต่อภาคเรียน		40

การกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	จุดประสงค์การเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)
1. เข้าใจความหมายของลำดับ และหาพจน์ทั่วไปของลำดับ จำกัดที่กำหนดให้ได้	1.1 บอกความหมายของลำดับ ได้อย่างถูกต้อง	2
	1.2 เขียนลำดับในรูปแรงแพจน์ และหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด ได้อย่างถูกต้อง	3
2. เข้าใจความหมายของลำดับ เลขคณิตและลำดับเรขาคณิตหา พจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิตได้	2.1 บอกความหมายของลำดับเลขคณิต ได้อย่างถูกต้อง	1
	2.2 หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิต ได้อย่างถูกต้อง	3
	2.3 บอกความหมายของลำดับเรขาคณิต ได้อย่างถูกต้อง	1
3. เข้าใจความหมายของ ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม เลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต	2.4 หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิต ได้อย่างถูกต้อง	2
	3.1 บอกความหมายของผลบวก n พจน์แรกของ อนุกรมเรขาคณิต ได้อย่างถูกต้อง	1
4. หาผลบวก n พจน์แรกของ อนุกรมเลขคณิต อนุกรม เรขาคณิตโดยใช้สูตร และ นำไปใช้ได้	3.2 บอกความหมายของผลบวก n พจน์แรกของ อนุกรมเรขาคณิต ได้อย่างถูกต้อง	1
	4.1 หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้ อย่างถูกต้อง	2
5. หาจำนวนผลลัพธ์ที่อาจจะ เกิดขึ้นของเหตุการณ์โดยใช้ กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการ นับและแผนภาพต้นไม้อย่าง ง่ายได้	4.2 หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ อย่างถูกต้อง	2
	5.1 หาจำนวนผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นของเหตุการณ์ โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับและ แผนภาพต้นไม้อย่างง่ายได้ถูกต้อง	5
6. อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้	6.1 อธิบายความหมายของการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ได้อย่างถูกต้อง	5
	6.2 หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้ อย่างถูกต้อง	4
	7.1 นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการ คาดการณ์และช่วยในการตัดสินใจ ได้อย่างถูกต้อง	4

คาดการณ์และช่วยในการ ตัดสินใจได้	
ทดสอบกลางภาค และทดสอบปลายภาค	
	4
<b>รวม</b>	
	<b>40</b>

**กำหนดหน่วยการเรียนรู้**

การจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้      กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
 จำนวนชั่วโมง 2 ชั่วโมง / สัปดาห์      40 ชั่วโมง / ภาคเรียน

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้ย่อย	เวลา(ชั่วโมง)	แผนการจัดการเรียนรู้ที่
1 ลำดับและอนุกรม	- ความหมายของลำดับ	2	1
	- พจน์ทั่วไปของลำดับ	3	2
	- ลำดับเลขคณิต	4	3
	- ลำดับเรขาคณิต	3	4
	- อนุกรมเลขคณิต	3	5
	- อนุกรมเรขาคณิต	3	6
2 ความน่าจะเป็น	- กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	6	7
	- การทดลองสุ่ม	4	8
	- ความน่าจะเป็น	8	9
ทดสอบกลางภาค และทดสอบปลายภาค		4	-
<b>รวม</b>		<b>40</b>	<b>9</b>

## กำหนดการวัดผลประเมินผล

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค32102

ช่วงชั้นที่ 4

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

อัตราส่วนคะแนนระหว่างภาค : ปลายภาค

70 : 30

\*\*\*\*\*

เกณฑ์การวัดผลประเมินผล 70 : 30 รายละเอียดดังนี้

1. คะแนนวัดผลระหว่างภาค	70 คะแนน
- คะแนนผลการเรียนรู้ที่คาดหวังก่อนวัดผลกลางภาค	20 คะแนน
- คะแนนผลการเรียนรู้ที่คาดหวังหลังวัดผลกลางภาค	20 คะแนน
- คะแนนทดสอบวัดผลกลางภาค	20 คะแนน
- คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์	10 คะแนน
2. คะแนนทดสอบปลายภาค	30 คะแนน
รวมทั้งสิ้น	100 คะแนน

การตัดสินผลการเรียน ตัดสินเป็นตัวเลข 8 ระดับ ดังนี้

ช่วงคะแนน	ระดับผลการเรียน	ความหมาย
80 – 100	4	ผลการเรียนดีเยี่ยม
75 – 79	3.5	ผลการเรียนดีมาก
70 – 74	3	ผลการเรียนดี
65 -69	2.5	ผลการเรียนค่อนข้างดี
60 – 64	2	ผลการเรียนน่าพอใจ
55 – 59	1.5	ผลการเรียนพอใช้
50 – 54	1	ผลการเรียนผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
0 – 49	0	ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์



## ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้
2. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต และหาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตได้
3. เข้าใจความหมายของลำดับเรขาคณิต และหาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเรขาคณิตได้
4. เข้าใจความหมายของผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
5. เข้าใจความหมายของผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตและหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
6. หาจำนวนผลที่อาจเกิดขึ้นของเหตุการณ์ โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับและแผนภาพต้นไม้ได้อย่างง่ายได้
7. อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
8. นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในการคาดการณ์และช่วยตัดสินใจได้

## ลำดับของกิจกรรมและเวลาที่ใช้

หน่วยการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)
ทดสอบก่อนเรียน – หลังเรียน เรื่องลำดับและอนุกรม	2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1: ลำดับและอนุกรม	20
1.1 ลำดับ	2
1.2 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ	3
1.3 ลำดับเลขคณิต	4
1.4 ลำดับเรขาคณิต	3
1.5 อนุกรม	2
1.6 อนุกรมเลขคณิต	3
1.7 อนุกรมเรขาคณิต	3
ทดสอบก่อนเรียน – หลังเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น	2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: ความน่าจะเป็น	14
2.1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	6
2.2 ความน่าจะเป็น	8
<b>รวม</b>	<b>38</b>

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับจำกัด เวลา 1 ชั่วโมง

สอนวันที่ เดือน พ.ศ. ภาคเรียนที่

### 1. สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

### 2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

### 3. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ข้อ 4

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

### 4. สาระสำคัญ

1. ลำดับ (Sequence) เป็นฟังก์ชันซึ่งโดเมนเป็นเซตของจำนวนนับ หรือเซตย่อยของจำนวนนับ
2. ลำดับอนันต์ (Infinite Sequence) คือฟังก์ชัน ซึ่งโดเมนเป็นเซตของจำนวนนับ
3. ลำดับจำกัด (Finite Sequence) คือฟังก์ชัน ซึ่งโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  สำหรับบางค่าคงตัว ที่  $n$

### 5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของลำดับ และเขียนลำดับในรูปแฉงพจน์ และหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ได้

### 6. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 6.1. ด้านความรู้ นักเรียนมีความสามารถ
  - 6.1.1 บอกความหมายของลำดับได้
  - 6.1.2 บอกได้ว่าลำดับที่กำหนดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์
  - 6.1.3 เขียนลำดับในรูปแฉงพจน์เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไปให้ได้

- 6.1.4 เขียนพจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดลำดับในรูปแฉงพจน์ได้
- 6.2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ
  - 6.2.1 การแก้ปัญหา
  - 6.2.2 การให้เหตุผล
  - 6.2.3 การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
  - 6.2.4 การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
  - 6.2.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
- 6.3. ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นักเรียนสามารถ
  - 6.3.1 ทำงานเป็นระบบ
  - 6.3.2 มีระเบียบวินัย
  - 6.3.3 มีความรอบคอบ
  - 6.3.4 มีวิจารณญาณ
  - 6.3.5 มีความรับผิดชอบ
  - 6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 7. สารการเรียนรู้ (ชั่วโมงที่ 1)

- 7.1 ลำดับ (Sequence)
  - 7.1.1 ความหมายของลำดับ
  - 7.1.2 ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์
  - 7.1.3 การเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับแบบแฉงพจน์เมื่อกำหนดลำดับในรูปพจน์ทั่วไป
  - 7.1.4 การเขียนพจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดลำดับในรูปแฉงพจน์

## 8. การบูรณาการแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

8.1 ความพอประมาณ นักเรียนได้ศึกษาเรื่อง ลำดับและการหาพจน์ต่างๆของลำดับ ใน ใบความรู้ / ใบกิจกรรม / ใบงานหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ / เอกสารแนะแนวทาง ซึ่งพอเพียงกับเวลาและความสนใจของนักเรียน

8.2 ความมีเหตุผล นักเรียนได้รู้จักการคิดวิเคราะห์และจำแนกตรวจสอบการหาพจน์ต่างๆของลำดับที่กำหนดให้อย่างมีเหตุผล

8.3 ความมีภูมิคุ้มกัน นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง “ลำดับและการหาพจน์ต่างๆของลำดับ ” ที่ได้ศึกษาไปเป็น พื้นฐานในการเรียนเรื่อง “ลำดับและอนุกรม” หรือเนื้อหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้อย่างเหมาะสม

8.4 **เงื่อนไขคุณธรรม** นักเรียนมีนิสัยให้อภัย มีความสามัคคี ช่วยเหลือพึ่งพากันในขณะที่มีการทำงานกลุ่ม

8.5 **เงื่อนไขความรู้** นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาเรื่อง “ ลำดับและการหาพจน์ต่างๆของลำดับ” และเป็นพื้นฐาน ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องต่อ ๆ ไป

## 9. กระบวนการจัดการเรียนรู้ ( กิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ เทคนิค STAD )

### ชั่วโมงที่ 1

#### ขั้นเตรียม

1. ครูผู้สอนจัดกลุ่มนักเรียนตามผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนในภาคเรียนที่ผ่านมา กลุ่ม A มีนักเรียนจำนวน 10 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนได้คะแนนสูงเรียงตามลำดับลงมา กลุ่ม B มีนักเรียนจำนวน 20 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนได้(คะแนน) ต่ำจากกลุ่ม A และ กลุ่ม C มีนักเรียนจำนวน 10 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนได้(คะแนน) ต่ำจากกลุ่ม B

2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยสมาชิกในกลุ่มนั้นต้องมาจากกลุ่มนักเรียนที่ครูผู้สอนได้จัดกลุ่มไว้แล้ว คือ มาจากกลุ่ม A 1 คน มาจากกลุ่ม B 2 คน และมาจากกลุ่ม C 1 คน จากกลุ่มที่นักเรียนแบ่งกลุ่มกันเองนี้จะป็นกลุ่มถาวร ทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันจนกระทั่งเรียนจบเนื้อหาเรื่องลำดับและอนุกรม แต่มีการผลัดเปลี่ยนกันเป็นประธานและเลขานุการกลุ่ม

#### ขั้นที่ 1 นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนความรู้เดิมเรื่องฟังก์ชัน โดยครูให้นักเรียนแต่ละคนเขียนกำหนดฟังก์ชัน  $y = f(x)$  โดยมีโดเมนของฟังก์ชันเป็นจำนวนนับหรือจำนวนเต็มบวก

2. สุ่มนักเรียนตัวแทนกลุ่ม กลุ่มละ 1 คน ประมาณ 4-5 คน อธิบายความสัมพันธ์ฟังก์ชันที่กำหนด จากนั้นครูใช้การตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับฟังก์ชันที่นักเรียนอธิบาย ความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ช่วยกันหาโดเมนและเรนจ์จากฟังก์ชันที่กำหนดในเอกสารแนะแนวทางที่ 1 ครูอธิบายเพิ่มเติมความหมายของลำดับ การเขียนลำดับและชนิดของลำดับ

## ขั้นที่ 2 ทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยเลือกประธานกลุ่ม เลขานุการกลุ่มศึกษาไปความรู้ที่ 1 และทำกิจกรรมตามเอกสารฝึกหัดที่ 1
2. นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยนำเสนอผลงานการทำกิจกรรมตามแบบฝึกหัดที่ 1 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำและแก้ไขข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละกลุ่ม
3. นักเรียนและครูร่วมกันเฉลยเอกสารแบบฝึกหัดที่ 1 นักเรียนในกลุ่มย่อยเปลี่ยนกันตรวจคำตอบตามคำเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ ครูให้คำแนะนำและแก้ไขข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

## ขั้นที่ 3 ทดสอบย่อย

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน ฉบับที่ 1 เรื่องลำดับและการหาพจน์ต่างๆของลำดับ ชี้แจงให้นักเรียนทราบว่าการทำงานแบบทดสอบให้ทำเป็นรายบุคคลไม่ให้อาศัยผู้อื่นและทำตามเวลาที่กำหนด
2. นักเรียนแลกเปลี่ยนกันตรวจแบบทดสอบฉบับที่ 1 โดยครูเป็นผู้เฉลยคำตอบที่ถูกต้องจากบัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 1

## ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนผลการทดสอบหลังแผนการจัดการเรียนรู้ มาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียนแต่ละคนและของกลุ่ม โดยคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนคิดได้จากนำคะแนนการทดสอบหลังแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 (หลังเรียน) แต่ละคนคิดเป็นร้อยละ แล้วนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน ซึ่งได้จากผลการสอบในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ผ่านมาแล้วคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่ม คิดได้จากผลรวมของคะแนนการพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่มแล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม มีเกณฑ์พิจารณาดังนี้

คะแนนทดสอบย่อยหลังแผนครั้งที่ 1	คะแนนการพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	5
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	10
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนน ขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

หมายเหตุ คะแนนที่นำมาเปรียบเทียบความก้าวหน้า จะต้องมาจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน  
คะแนนฐานคิดจากการตัดสินผลการเรียนในระดับชั้นที่เรียนผ่านมา

### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและเสริมแรงกลุ่มที่ได้รางวัล

ครูประกาศคะแนนของแต่ละกลุ่มและยกย่องชมเชยจากเกณฑ์การตัดสินดังนี้  
เกณฑ์ในการตัดสินว่ากลุ่มที่ควรได้รับการยกย่องหรือยอมรับจากคะแนนรวมของ  
คนในกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน จำแนกได้ดังนี้

1. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 5 – 9 คะแนน อยู่ในระดับ เก่ง
2. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 10 - 14 คะแนน อยู่ในระดับ เก่งมาก
3. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 15 - 20 คะแนน อยู่ในระดับ ยอดเยี่ยม

### ขั้นสรุป

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุป ความหมายของลำดับ ความหมายของลำดับจำกัด  
และลำดับอนันต์ได้ดัง ต่อไปนี้

#### ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

- ลำดับคือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  จำนวนแรก  
หรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมากโดยเริ่มตั้งแต่ 1
- ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  จำนวนแรก เรียกว่า  
“ ลำดับจำกัด ”
- ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกและไม่ระบุสมาชิกในโดเมน  
เรียกว่า “ ลำดับอนันต์ ”

## 10. สื่อ / แหล่งเรียนรู้

### 10.1 สื่อ / อุปกรณ์การสอน

- |                             |       |    |     |
|-----------------------------|-------|----|-----|
| - ใบความรู้ที่ 1            | จำนวน | 40 | ชุด |
| - เอกสารแนะแนวทางที่ 1      | จำนวน | 40 | ชุด |
| - เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1  | จำนวน | 40 | ชุด |
| - เอกสารฝึกหัดที่ 1         | จำนวน | 40 | ชุด |
| - บัตรเฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 1 | จำนวน | 40 | ชุด |

- แบบทดสอบฉบับที่ 1	จำนวน	40	ชุด
- บัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 1	จำนวน	40	ชุด

10.2 แหล่งการเรียนรู้

- สืบค้นทางอินเทอร์เน็ต
- ห้องสมุด โรงเรียน
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

11. การวัดและประเมินผล

11.1 ผู้ประเมิน  ครู  นักเรียน  ผู้ปกครอง

11.2 สิ่งที่ต้องประเมิน คือสมรรถภาพของผู้เรียน ได้แก่

- 1) ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบฝึกทักษะและแบบทดสอบย่อย
- 2) ทักษะ / กระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน
- 3) คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ประเมินจากพฤติกรรมทางการเรียน

ประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b>		
1. ความรู้	- บอกบทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ	เอกสารแนบ
2. ความเข้าใจ	- อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ	แนวทางที่ 1
3. การนำไปใช้	- นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง	ใบกิจกรรม
4. การวิเคราะห์	- แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ	ฝึกทักษะที่ 1
5. การสังเคราะห์	- รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปลงเป็น องค์ความรู้	แบบทดสอบ ฉบับที่ 1
6. การประเมินค่า	- สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่ เพื่อการเรียนรู้	



คุณลักษณะอันพึงประสงค์ประเมินด้านทักษะ / กระบวนการ

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการ แก้ไขปัญหาได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิ ที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อ การเรียนรู้	แบบตรวจผลงาน

ประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. ทำงานเป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความรอบคอบ 4. มีความรับผิดชอบ 5. มีวิจรรณญาณ 6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง 7. มีเจตคติที่ดีต่อ คณิตศาสตร์	- รู้จักในการวางแผนทำงาน - แต่งกาย กิริยาจา ความซื่อสัตย์ - ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน - ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา - ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรอง เหมาะสม - กล้าแสดงออกในทางที่ดี - ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม

<b>ทักษะ/กระบวนการ</b>		
1. การแก้ปัญหา	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาได้	แบบตรวจผลงาน
2. การให้เหตุผล		
3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ	- ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิ ที่ถูกต้อง	
4. การเชื่อมโยงความรู้	- เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น	
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อ การเรียนรู้	

### 11.3 เกณฑ์การวัดให้คะแนนจุดประสงค์การเรียนรู้

เกณฑ์การวัด	เกณฑ์การประเมิน
<b>ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม</b> ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน	มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนน ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
<b>ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม</b> พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน	มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรม แสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
<b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม</b> พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน	มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ

### 11.4 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบที่แสดงวิธีทำ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

### 11.5 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
65-79	ดี
50 - 64	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

#### การวัดผลการจัดกิจกรรม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

1. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม
2. ตรวจเอกสารแนะแนวทางที่ 1
3. ตรวจแบบฝึกทักษะที่ 1
4. ตรวจแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 (ฉบับที่ 1)
5. การตรวจการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อยชนิดเลือกตอบ  
ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ .....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ.....

.....  
.....  
.....  
.....

1.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ .....

.....  
.....  
.....

2. แนวทางการแก้ไขและพัฒนา .....

.....  
.....  
.....

3. ข้อคิดเห็นอื่นๆ .....

.....  
.....

ลงชื่อ .....

( นายปิยะชัย อาสาสอน )

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ เดือน พ.ศ.

## เอกสารแนะแนวทางที่ 1

เรื่อง ทบทวนความหมายของความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 32102

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระ 1 : จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ จงเขียนข้อความในตารางให้สมบูรณ์

ฟังก์ชัน	โดเมน	เรนจ์	เขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกัน	โดเมนเป็นเซตของ
1. $\{(1,1), (2,3), (3,5), (4,7)\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 3, 5, 7\}$	1, 3, 5, 7	จำนวนเต็มบวก 4 ตัวแรก
2. $\{(1,1), (2,4), (3,27), \dots\}$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	$\{1, 4, 27, \dots\}$	1, 4, 27, ...	จำนวนเต็มบวก
3. $f(x) = x+1, x = 1,2,3, \dots,10$				
4. $f(x) = 2x - 3, x = 1,2,3,4$				
5. $f(x) = x^2, x = 1,2,3,\dots, n, \dots$				
6. $f(x) = 2x^2-1, x = 1,2,3,4,5$				
7. $f(x) = x^2+2x - 1, x = 1,2,3$				
8. $f(x) = x^3, x = 1,2,3,\dots$				
9. $f(x) = a_x, x = 1,2,3,\dots, n$				
10. $f(x) = a_x, x = 1,2,3,\dots,n, \dots$				

จากตารางข้างต้นนี้ฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ ซึ่งสรุปได้ว่า  
ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  (จำนวน) ตัวแรก เรียกว่า.....

และฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า .....

และอาจนิยามลำดับได้ดังนี้

**บทนิยาม** ลำดับ คือ .....

.....

.....

.....

.....

## เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1

เรื่อง ทบทวนความหมายของความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์  
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 32102                      ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1  
 สาระ 1: จำนวนและพีชคณิต    หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม    ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ จงเขียนข้อความในตารางให้สมบูรณ์

ฟังก์ชัน	โดเมน	เรนจ์	เขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกัน	โดเมนเป็นเซตของ
1. $\{(1,1), (2,3), (3,5), (4,7)\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 3, 5, 7\}$	1, 3, 5, 7	จำนวนเต็มบวก 4 ตัวแรก
2. $\{(1,1), (2,4), (3,27), \dots\}$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	$\{1, 4, 27, \dots\}$	1, 4, 27, ...	จำนวนเต็มบวก
3. $f(x) = x+1, x = 1,2,3, \dots,10$	$\{1, 2, 3, \dots, 10\}$	$\{2, 3, 4, \dots, 21\}$	2, 3, 4, 5, ..., 21	จำนวนเต็มบวก 10 ตัวแรก
4. $f(x) = 2x - 3, x = 1,2,3,4$	1, 2, 3, 4	$\{-1, 1, 3, 5\}$	-1, 1, 3, 5	จำนวนเต็มบวก 4 ตัวแรก
5. $f(x) = x^2, x = 1,2,3,\dots, n, \dots$	1,2,3,..., n, ...	$\{1,4,8,\dots,n^2,\dots\}$	1,4,8,...,n <sup>2</sup> , ...	จำนวนเต็มบวก
6. $f(x) = 2x^2-1, x = 1,2,3,4,5$	1,2,3,4,5	$\{1,7,17,31,49\}$	1, 7, 17, 31, 49	จำนวนเต็มบวก 5 ตัวแรก
7. $f(x) = x^2+2x - 1, x = 1,2,3$	1,2,3	$\{2, 7, 17\}$	2, 7, 17	จำนวนเต็มบวก 3 ตัวแรก
8. $f(x) = x^3, x = 1,2,3,\dots$	1,2,3,...	$\{1, 8, 27,\dots\}$	1, 8, 27, ...	จำนวนเต็มบวก
9. $f(x) = a_x, x = 1,2,3,\dots, n$	1,2,3,..., n	$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$	$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$	จำนวนเต็มบวก N ตัวแรก
10. $f(x) = a_x, x = 1,2,3,\dots,n, \dots$	1,2,3,...,n, ...	$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots\}$	$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$	จำนวนเต็มบวก

จากตารางข้างต้นนี้ฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ ซึ่งสรุปได้ว่า

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  จำนวน (ตัว)แรก เรียกว่า ลำดับลำดับ  
และฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์  
และอาจนิยามลำดับได้ดังนี้

**บทนิยาม** ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  จำนวนแรกหรือโดเมน  
เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมากโดยเริ่มตั้งแต่ 1  
ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  ตัวแรกเรียกว่า ลำดับจำกัด  
ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์

## ใบความรู้ที่ 1

เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่างๆ ของลำดับ ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 32102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ลำดับและอนุกรม

### ความหมายของลำดับ

**ลำดับ** คือ พังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  จำนวนแรกหรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมากโดยเริ่มตั้งแต่ 1

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  ตัวแรกเรียกว่า **ลำดับจำกัด**

ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า **ลำดับอนันต์**

ในการเขียนลำดับ จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไปกล่าวคือ

ถ้า  $a_n$  เป็นลำดับจำกัดจะเขียนแทนด้วย  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

ถ้า  $a_n$  เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก  $a_1$  แทน พจน์ที่ 1 ของลำดับ

$a_2$  แทน พจน์ที่ 2 ของลำดับ

$a_3$  แทน พจน์ที่ 3 ของลำดับ

.

.

.

และ  $a_n$  แทน พจน์ที่  $n$  หรือพจน์ทั่วไป (general term) ของลำดับ

การเขียนลำดับนอกจากจะเขียนโดยการแจกแจงแล้ว อาจเขียนเฉพาะพจน์ทั่วไปพร้อมทั้งระบุสมาชิกใน

โดเมน เช่น 1) ลำดับ 2, 4, 7, 11, 16 เป็นลำดับจำกัดที่มี  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 4$ ,  $a_3 = 7$ ,

$a_4 = 11$ ,  $a_5 = 16$  หรืออาจเขียนลำดับนี้ในรูป  $a_n = \frac{n^2 + n + 1}{2}$ ; เมื่อ  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2) ลำดับ 1, 3, 5, 7, 9, ... เป็นลำดับอนันต์ที่มี  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 3$ ,

$a_3 = 5$ ,  $a_4 = 7$ ,  $a_5 = 9$  อาจเขียนลำดับนี้ในรูป  $a_n = 2n - 1$ ; เมื่อ  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

**หมายเหตุ** ในกรณีที่กำหนดลำดับโดยพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ได้ระบุสมาชิกในโดเมน ให้ถือว่าเป็นลำดับอนันต์

### ตัวอย่างของลำดับ



1. 1, 3, 7, 13, 21, 31, 42 เป็นลำดับจำกัด
2. 4, 9, 16, 25, 36, ...,  $(n+1)^2$ , ... เป็นลำดับอนันต์
3.  $a_n = 2n + 4$ ,  $n \in \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  เป็นลำดับจำกัด
4.  $a_n = \frac{1}{n^2}$  เป็นลำดับอนันต์
5.  $a_n = 2n^2 - 1$  เป็นลำดับอนันต์

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ  $a_n = 2n + 4$

**วิธีทำ**

$$a_1 = 2(1) + 4 = 6$$

$$a_2 = 2(2) + 4 = 8$$

$$a_3 = 2(3) + 4 = 10$$

$$a_4 = 2(4) + 4 = 12$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ  $a_n = 2n + 4$  คือ 6, 8, 10, 12

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาสี่พจน์แรกของลำดับ  $a_n = (-2)^{n-1}$

**วิธีทำ**

$$a_1 = (-2)^{1-1} = (-2)^0 = 1$$

$$a_2 = (-2)^{2-1} = (-2)^1 = -2$$

$$a_3 = (-2)^{3-1} = (-2)^2 = 4$$

$$a_4 = (-2)^{4-1} = (-2)^3 = -8$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ  $a_n = (-2)^{n-1}$  คือ 1, -2, 4, -8

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาสี่พจน์แรกของลำดับอนันต์ที่  $a_n = 2^n - 1$  แล้วเขียนลำดับนี้โดยการแจกพจน์

**วิธีทำ**

พจน์ที่ 1 คือ  $2^1 - 1 = 1$

พจน์ที่ 2 คือ  $2^2 - 1 = 3$

พจน์ที่ 3 คือ  $2^3 - 1 = 7$

พจน์ที่ 4 คือ  $2^4 - 1 = 15$

ดังนั้นลำดับ  $a_n = 2^n - 1$  คือ 1, 3, 7, 15, ...,  $2^n - 1$ , ...

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

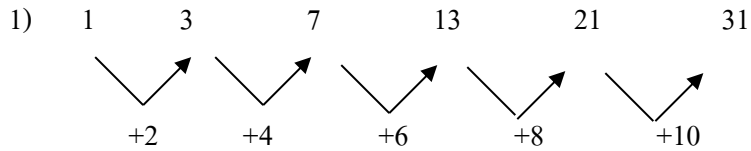
1) 1, 3, 7, 13, ...

2) 89, 88, 86, 83, ...

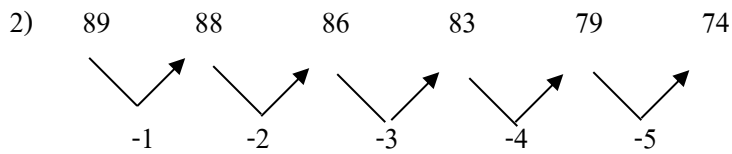
3) 18, 6, 2,  $\frac{2}{3}$

4) 3, 30, 300, 3,000, ...

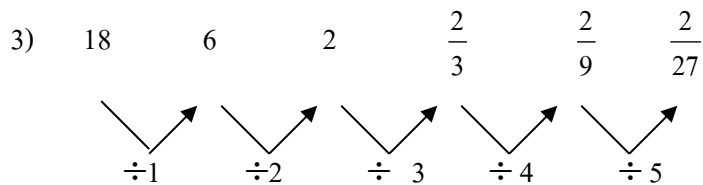
วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์ในลำดับ พบว่า



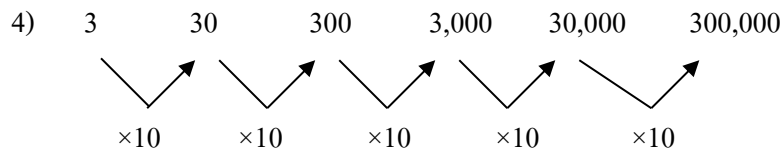
ดังนั้น สองพจน์ถัดไป คือ 21 และ 31



ดังนั้น สองพจน์ถัดไป คือ 79 และ 74



ดังนั้น สองพจน์ถัดไป คือ  $\frac{2}{9}$  และ  $\frac{2}{27}$



ดังนั้น สองพจน์ถัดไป คือ 30,000 และ 300,000

\*\*\*\*\*

## เอกสารฝึกหัดที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์  
ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : จงเติมข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่กำหนด

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) กำหนดให้  $a_n = 2n + 5$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots, 12$

โดเมนคือ ..... เรนจ์คือ .....

ลำดับคือ ..... เป็นลำดับ .....

2.) กำหนดให้  $a_n = \frac{n}{n+1}$

โดเมนคือ ..... เรนจ์คือ .....

ลำดับคือ ..... เป็นลำดับ .....

2. จงเขียนโดเมน เรนจ์ และลำดับจากฟังก์ชันที่กำหนดให้

ฟังก์ชัน	โดเมน	เรนจ์	ลำดับ
1) $\{(1,5),(2,7),(3,10),(4,15)\}$			
2) $\{(x,y) \mid y = 8x+3, 1,2,3,\dots\}$			
3) $f(x) = 2x^2 + 1, x = 1,2,3,\dots,12$			
4) $f(x) = 2 x  + 1, x = 1,2,3,\dots,10$			
5) $f(x) = x^5 - 1, x = 1, 2, 3, \dots$			
6) $a_n = 10^n, n = 1, 2, 3, \dots, 10$			
7) $a_n = n^2 + 3n - 3, n = 1,2,3,\dots$			
8) $a_n =  n^3  +  n  - 4$			
9) $a_n = \sqrt{n^2 - 1}$			

3. ลำดับที่กำหนดให้ในข้อต่อไปนี้ เป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ พร้อมทั้งให้เหตุผล

3.1  $1, 2, 3, 4, \dots, 10$  เป็นลำดับ ..... เพราะ .....

3.2  $5, 10, 15, \dots, 5n, \dots$  เป็นลำดับ ..... เพราะ .....

3.3  $a_n = \frac{1}{n^2}, n = 1,2,3,\dots,25$  เป็นลำดับ ..... เพราะ .....

## เฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์  
ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : จงเติมข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่กำหนด

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) กำหนดให้  $a_n = 2n + 5$  ,  $n = 1, 2, 3, \dots, 12$

โดเมนคือ  $1, 2, 3, \dots, 12$       เรนจ์คือ  $7, 9, 11, \dots, 29$

ลำดับคือ  $7, 9, 11, 13, \dots, 29$  เป็นลำดับ จำกัด

2.) กำหนดให้  $a_n = \frac{n}{n+1}$       โดเมนคือ เซตของจำนวนเต็มบวก

เรนจ์คือ  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$

3) ลำดับคือ  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$       เป็นลำดับ อนันต์

2. จงเขียนโดเมน เรนจ์ และลำดับจากฟังก์ชันที่กำหนดให้

ฟังก์ชัน	โดเมน	เรนจ์	ลำดับ
1) $\{(1,5),(2,7),(3,10),(4,15)\}$	1,2,3,4	5,7,10,15	ลำดับจำกัด
2) $\{(x,y) \mid y = 8x+3, 1,2,3,\dots\}$	1,2,3,...	11,21,27, ...	ลำดับอนันต์
3) $f(x) = 2x^2 + 1, x = 1,2,3,\dots,12$	1,2,3,...,12	3,9,19,..., 289	ลำดับจำกัด
4) $f(x) = 2 x  + 1, x = 1,2,3,\dots,10$	1,2,3,...,10	3,5,7,...,21	ลำดับจำกัด
5) $f(x) = x^5 - 1, x = 1, 2, 3, \dots$	1, 2, 3, ...	0,31,242,...	ลำดับอนันต์
6) $a_n = 10^n, n = 1, 2, 3, \dots, 10$	1, 2, 3, ... 10	$10, 10^2, 10^3, \dots, 10^{10}$	ลำดับจำกัด
7) $a_n = n^2 + 3n - 3, n = 1,2,3,\dots$	1,2,3,...	1,7,15,...	ลำดับอนันต์
8) $a_n =  n^3  +  n  - 4$	1,2,3,...,n,...	-2, 6, 26, ...	ลำดับอนันต์
9) $a_n = \sqrt{n^2 - 1}$	$x \in I^+$	$0, \sqrt{3}, \sqrt{8}, \dots$	ลำดับอนันต์

3. ลำดับที่กำหนดให้ในข้อต่อไปนี้ เป็นลำดับ จำกัดหรือลำดับอนันต์ พร้อมทั้งให้เหตุผล

3.1  $1, 2, 3, 4, \dots, 10$       เป็นลำดับ จำกัด เพราะ ทราบพจน์แรกและพจน์สุดท้ายคือ 10

3.2  $5, 10, 15, \dots, 5n, \dots$       เป็นลำดับ อนันต์ เพราะ ไม่ทราบพจน์สุดท้าย

3.3  $a_n = \frac{1}{n^2}, n = 1,2,3,\dots,25$       เป็นลำดับ จำกัด เพราะ พจน์สุดท้ายคือพจน์ที่ 25

เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่างๆ ของลำดับ ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดแล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงบนกระดาษคำตอบ

1. ลำดับแรกๆ ของลำดับ ซึ่งมี  $a_n = (-1)^n \left( \frac{n}{n+1} \right)$  ตรงกับข้อใด

ก.  $-\frac{1}{2}, \frac{41}{7}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

ข.  $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}$

ค.  $-\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, -\frac{4}{5}$

ง.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

2. ลำดับแรกๆ ของลำดับ ซึ่งมี  $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$  ตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

ข.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}$

ค.  $\frac{1}{1.2}, \frac{1}{2.3}, \frac{1}{3.4}, \frac{1}{4.5}$

ง.  $1, \frac{1}{1.2}, \frac{1}{2.4}, \frac{1}{3.4}$

3. ลำดับแรกๆ ของลำดับ ซึ่งมี  $a_n = \frac{3n^2 - n + 1}{n^2 + 1}$  ตรงกับข้อใด

ก.  $2, \frac{9}{5}, \frac{11}{5}, \frac{21}{7}$

ข.  $1, \frac{7}{5}, \frac{11}{5}, \frac{41}{7}$

ค.  $2, \frac{7}{5}, \frac{11}{5}, \frac{21}{7}$

ง.  $1, \frac{9}{5}, \frac{11}{5}, \frac{41}{7}$

4. พจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับ 10, 15, 20, 25, ... ตรงกับข้อใด

ก. 30 , 35

ข. 35 , 45

ค. 30 , 45

ง. 30 , 50

5. พจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับ  $77, 52, 32, 17, \dots$  ตรงกับข้อใด

ก. 12 , 7

ข. 7 , 2

ค. 10 , 2

ง. 8 , 3

6. พจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับ  $4, 16, 64, 256, \dots$  ตรงกับข้อใด

ก. 512 , 1,024

ข. 576 , 1,152

ค. 1,024 , 2,048

ง. 1,024 , 4,096

7. ข้อใดคือสี่พจน์แรกของลำดับ  $a_n = 2^{2(n-1)} + 1$

ก. 1 , 3 , 9 , 15

ข. 2 , 7 , 9 , 65

ค. 2 , 5 , 17 , 65

ง. 2 , 7 , 17 , 65

8. ผลคูณของสองพจน์ถัดไปของลำดับ  $729, 243, 81, 27, \dots$  มีค่าเท่าใด

ก. 27

ข. 28

ค. 72

ง. 162

9. ถ้าให้  $a_n = 3(n-1)$  และ  $b_n = 2^n - 1$  จงหา  $a_3 + b_4$

ก. 14

ข. 21

ค. 33

ง. 61

10. ข้อใดคือผลต่างของพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 5 , 25, 125 , 625

ก. 15,500

ข. 14,500

ค. 13,500

ง. 12,500

\*\*\*\*\*

เรื่อง ความหมายของลำดับและเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ      ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา 32102      ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต      หน่วยการเรียนรู้ที่ 1      ลำดับและอนุกรม

---

เฉลย

1.      ก
2.      ค
3.      ง
4.      ก
5.      ข
6.      ง
7.      ค
8.      ก
9.      ข
10.     ง





สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง ความหมายลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับจำกัด

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. การแก้ปัญหา										
2. การให้เหตุผล										
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ										
4. การเชื่อมโยงความรู้										
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 5

ดี ได้คะแนน 4

พอใช้ ได้คะแนน 3

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ										
2. มีระเบียบวินัย										
3. มีความรอบคอบ										
4. มีความรับผิดชอบ										
5. มีวิจรรย์ญาณ										
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง										
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

แบบบันทึกคะแนน

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					
กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10				

	เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
---------	---

	เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ

เวลา 1 ชั่วโมง

สอนวันที่ เดือน พ.ศ. ภาคเรียนที่

### 1. สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

### 2. มาตรฐานการเรียนรู้

ก 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

### 3. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ข้อ 4

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

### 4. สาระสำคัญ

ในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์มีการนำลำดับไปใช้ในเรื่องต่างๆ อยู่ตลอดเวลาโดยเฉพาะในเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมากโดยเริ่มตั้งแต่ 1 เราเรียกลำดับ นอกจากนี้ลำดับยังเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูง

### 5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของลำดับ และเขียนลำดับในรูปแฉงพจน์ และหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ได้

### 6. จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1. ด้านความรู้ นักเรียนมีความสามารถ

6.1.1 บอกความหมายของลำดับได้

6.1.2 บอกได้ว่าลำดับที่กำหนดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์

6.1.3 เขียนลำดับในรูปแฉงพจน์เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไปให้ได้

6.1.4 เขียนพจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดลำดับในรูปแฉงพจน์ได้

6.2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

6.2.1 การให้เหตุผล

6.2.2 การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ



6.2.3 การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนสามารถ

6.3.1 ทำงานเป็นระบบ

6.3.2 มีระเบียบวินัย

6.3.3 มีความรอบคอบ

6.3.4 มีวิจารณญาณ

6.3.5 มีความรับผิดชอบ

6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 7. สาระการเรียนรู้ (ชั่วโมงที่ 2)

7.1 ลำดับ (Sequence)

7.1.1 การเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับแบบแฉงพจน์และเขียนในรูปพจน์ทั่วไป

## 8 การบูรณาการแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

8.1 ความพอประมาณ นักเรียนได้ศึกษาเรื่อง ลำดับและการหาพจน์ต่างๆของลำดับ ใน ใบความรู้ / ใบกิจกรรม / ใบงานหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ / เอกสารแนะแนวทาง ซึ่งพอเพียงกับเวลาและความสนใจของนักเรียน

8.2 ความมีเหตุผล ได้รู้จักการคิดวิเคราะห์และจำแนกตรวจสอบการหาพจน์ต่างๆของลำดับที่กำหนดให้อย่างมีเหตุผล

8.3 ความมีภูมิคุ้มกัน นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง “ ลำดับและการหาพจน์ต่างๆของลำดับ ” ที่ได้ศึกษาไปเป็น พื้นฐานในการเรียนเรื่อง “ลำดับและอนุกรม” หรือเนื้อหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้อย่างเหมาะสม

8.4 เงื่อนไขคุณธรรม นักเรียนมีนิสัยให้อภัย มีความสามัคคี ช่วยเหลือพึ่งพากันในขณะที่มีการทำงานกลุ่ม

8.5 เงื่อนไขความรู้ นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาเรื่อง “ ลำดับและการหาพจน์ต่างๆของลำดับ” และเป็นพื้นฐาน ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องต่อไป

## 9. กระบวนการจัดการเรียนรู้ (จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD)



### ขั้นเตรียม

1. ครูผู้สอนจัดกลุ่มนักเรียนตามผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนในภาคเรียนที่ผ่านมา กลุ่ม A มีนักเรียนจำนวน 10 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนได้คะแนนสูงเรียงตามลำดับลงมา กลุ่ม B มีนักเรียนจำนวน 20 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนได้(คะแนน) ต่อกจากกลุ่ม A และ กลุ่ม C มีนักเรียนจำนวน 10 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนได้(คะแนน) ต่อกจากกลุ่ม B
2. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเองกลุ่มละ 4 คน โดยสมาชิกในกลุ่มนั้นต้องมาจากกลุ่มนักเรียนที่ครูผู้สอนได้จัดกลุ่มไว้แล้ว คือ มาจากกลุ่ม A 1 คน มาจากกลุ่ม B 2 คน และมาจากกลุ่ม C 1 คน
3. กลุ่มที่นักเรียนแบ่งกลุ่มกันเองนี้ จะเป็นกลุ่มถาวร ทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันจนกระทั่งเรียนจบเนื้อหาเรื่องลำดับและอนุกรมนี้

### ขั้นที่ 1 นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่องลำดับและอนุกรมหน่วยที่ 1 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วจะทราบผลคะแนนก่อนเรียนทันที ครูบันทึกผลคะแนนสอบก่อนเรียนของนักเรียนไว้
2. ทบทวนบทเรียนเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ช่วยกันหาโดเมนและเรนจ์จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ ในเอกสารแนะแนวทางที่ 2 ครูอธิบายเพิ่มเติมความหมายของลำดับ การเขียนลำดับและชนิดของลำดับ

### ขั้นที่ 2 ทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยเลือกประธานกลุ่ม เลขานุการกลุ่มศึกษาใบความรู้ที่ 2 และทำกิจกรรมตามเอกสารฝึกหัดที่ 2
2. นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยนำเสนอผลงานการทำกิจกรรมตามแบบฝึกหัดที่ 2 โดยมีครูคอยให้คำแนะนำและแก้ไขข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละกลุ่ม
3. นักเรียนและครูร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 2 นักเรียนในกลุ่มย่อยเปลี่ยนกันตรวจคำตอบตามคำเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ ครูให้คำแนะนำและแก้ไขข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

### ขั้นที่ 3 ทดสอบย่อย

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน ฉบับที่ 2 หน่วยที่ 1 เรื่องลำดับและการหาพจน์ต่างๆ ของลำดับ ซึ่งแจ้งให้นักเรียนทราบว่า การทำแบบทดสอบให้ทำเป็นรายบุคคลไม่ให้ช่วยเหลือกัน และทำตามเวลาที่กำหนด

### ขั้นที่ 4 ผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนผลการทดสอบหลังแผนการจัดการเรียนรู้ มาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของนักเรียนแต่ละคนและของกลุ่ม โดยคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนคิดได้จากนำคะแนนการทดสอบหลังแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 (ฉบับที่ 2) แต่ละคนคิดเป็นร้อยละ แล้วนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน ซึ่งได้จากผลการสอบในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ผ่านมาแล้วคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่ม คิดได้จากผลรวมของคะแนนการพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่มแล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม มีเกณฑ์พิจารณาดังนี้

คะแนนทดสอบย่อยหลังแผนครั้งที่ 1	คะแนนการพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	5
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	10
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนน ขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

หมายเหตุ คะแนนที่นำมาเปรียบเทียบความก้าวหน้า จะต้องมาจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน คะแนนฐาน อาจใช้คะแนนรวมเพื่อตัดสินผลการเรียนในระดับชั้นที่ผ่านมา

### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและการเสริมแรงกลุ่มที่ได้รางวัล

เกณฑ์การตัดสิน เกณฑ์ในการตัดสินว่ากลุ่มที่ควรได้รับการยกย่องหรือยอมรับจากคะแนนรวมของคนในกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน จำแนกได้ดังนี้

1. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 5-9 คะแนน อยู่ในระดับ เก่ง

2. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 10 - 14 คะแนน อยู่ในระดับ เก่งมาก
3. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 15 - 20 คะแนน อยู่ในระดับ ยอดเยี่ยม

### ขั้นสรุป

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุป ความหมายของลำดับและความหมายของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้ดัง ต่อไปนี้

### สรุป

#### ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

- ลำดับคือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  จำนวนแรก หรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
- ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก  $n$  จำนวนแรก เรียกว่า “ ลำดับจำกัด ”
- ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกและไม่ระบุสมาชิกในโดเมน เรียกว่า “ ลำดับอนันต์ ”

## 10 สื่อ / แหล่งเรียนรู้

### 10.1 สื่อ / อุปกรณ์การสอน

- ใบความรู้ที่ 2 จำนวน 40 ชุด
- เอกสารแนะแนวทางที่ 2 จำนวน 40 ชุด
- แบบฝึกหัดที่ 2 จำนวน 40 ชุด
- แบบทดสอบฉบับที่ 2 จำนวน 40 ชุด

### 10.2 แหล่งการเรียนรู้

- สืบค้นทางอินเทอร์เน็ต
- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

## 11. การวัดและประเมินผล

11.1 ผู้ประเมิน  ครู  นักเรียน  ผู้ปกครอง

11.2 สิ่งที่ต้องประเมิน คือสมรรถภาพของผู้เรียน ได้แก่

- |                           |                                      |
|---------------------------|--------------------------------------|
| 1) ความรู้ความคิด         | ประเมินจากแบบฝึกทักษะและแบบทดสอบย่อย |
| 2) ทักษะ / กระบวนการ      | ประเมินจากการปฏิบัติงาน              |
| 3) คุณลักษณะอันพึงประสงค์ | ประเมินจากพฤติกรรมทางการเรียน        |

**ประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านความรู้**

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b>		
1. ความรู้	- บอกบทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ	เอกสารแนะ
2. ความเข้าใจ	- อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ	แนวทางที่ 2
3. การนำไปใช้	- นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง	ใบกิจกรรม
4. การวิเคราะห์	- แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ	ฝึกทักษะที่ 2
5. การสังเคราะห์	- รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปเป็น	แบบทดสอบ
6. การประเมินค่า	องค์ความรู้	ฉบับที่ 2
	- สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่	
	เพื่อการเรียนรู้	

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ประเมินด้านทักษะ / กระบวนการ

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการ แก้ไขปัญหาได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิ ที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อ การเรียนรู้	แบบตรวจผลงาน

ประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. ทำงานเป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความรอบคอบ 4. มีความรับผิดชอบ 5. มีวิจรรย์ญาณ 6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง 7. มีเจตคติที่ดีต่อ คณิตศาสตร์	- รู้จักในการวางแผนทำงาน - แต่งกาย กิริยวาจา ความซื่อสัตย์ - ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน - ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา - ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรอง เหมาะสม -กล้าแสดงออกในทางที่ดี - ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม

### 11.3 เกณฑ์การวัดให้คะแนนจุดประสงค์การเรียนรู้

เกณฑ์การวัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน	มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนนไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน	มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรมแสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน	มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ

### 11.4 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบที่แสดงวิธีทำ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

### 11.5 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
65-79	ดี
50 – 64	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

การวัดผลการจัดกิจกรรม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

6. สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม
7. ตรวจเอกสารแนะแนวทางที่ 2
8. ตรวจเอกสารแบบฝึกหัดที่ 2
  
9. ตรวจแบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 (ฉบับที่ 2)
10. การตรวจการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อยชนิดเลือกตอบ  
ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน



บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

4. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ .....

.....  
.....  
.....  
.....

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ.....

.....  
.....  
.....  
.....

1.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ .....

.....  
.....  
.....  
.....

2 แนวทางการแก้ไขและพัฒนา .....

.....  
.....  
.....

3. ข้อคิดเห็นอื่น ๆ .....

.....  
.....

ลงชื่อ .....

( นายปิยะชัย อาสาสอน )

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

วันที่..... เดือน ..... พ.ศ.....

## เอกสารแนะแนวทางที่ 2

เรื่อง ความหมายลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32102

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

สาระ 1 : จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : จงเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$a_n$ แทน พจน์ทั่วไป	$a_1$ แทน พจน์แรก	$a_2$ แทน พจน์ที่ 2	$a_3$ แทน พจน์ที่ 3	$a_4$ แทน พจน์ที่ 4
1) $3n + 1$	$3(1) + 1 = 4$	$3(2) + 1 = 7$	$3(3) + 1 = 10$	$3(4) + 1 = 13$
2) $8n - 3$	$8(1) - 3 = 5$	$8(2) - 3 = 15$	$8(3) - 3 = 21$	
3) $n^2$	$(1)^2 = 1$			$(4)^2 = 16$
4) $2n^2 - 1$	$2(1)^2 - 1 = 1$	$2(2)^2 - 1 = 7$		
5) $n^2 - 2n + 1$			$(2)^2 - 2(2) + 1 = 1$	$(2)^2 - 2(2) + 1 = 1$
6) $n^3 - 1$				
7) $\sqrt{n}$				
8) $\frac{n}{n+1}$				
9) $\frac{n^2}{n+2}$				
10) $\frac{1}{n}$				

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียน 4 พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้แบบแจงพจน์

1.1)  $a_n = \frac{2n}{n+1}$

1.2)  $a_n = 2(n+1)$

1.3)  $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

วิธีทำ 1) จากโจทย์  $a_n = \frac{2n}{n+1}$

แทน  $n=1$  จะได้  $a_1 = \frac{2(1)}{1+1} = 1$

แทน  $n=2$  จะได้  $a_2 = \frac{2(2)}{2+1} = \frac{4}{3}$

แทน  $n=3$  จะได้  $a_3 = \frac{2(3)}{3+1} = \frac{3}{2}$

แทน  $n=1$  จะได้  $a_1 = \frac{2(4)}{4+1} = \frac{8}{5}$

ดังนั้น 4 พจน์แรกของลำดับนี้คือ  $1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}$

วิธีทำ 1.2) .....

.....

.....

.....

.....

.....

วิธีทำ 1.3) .....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียน 5 พจน์แรกของลำดับ  $a_n = (-1)^n(2n-1)$

- วิธีทำ 1)  $a_n = (-1)^n(2n-1)$
- แทน  $n=1$  ; จะได้  $a_1 = (-1)^1(2(1)-1) = -1$
- แทน  $n=2$  ; จะได้  $a_2 = (-1)^2\{2(2)-1\} = 3$
- แทน  $n=3$  ; จะได้  $a_3 = (-1)^3\{2(3)-1\} = -5$
- แทน  $n=4$  ; จะได้  $a_4 = (-1)^4\{2(4)-1\} = 7$
- แทน  $n=5$  ; จะได้  $a_5 = (-1)^5\{2(5)-1\} = -9$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับนี้คือ  $-1, 3, -5, 7, -9$

2)  $a_n = (-1)^n(3n-1)$

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....



## บัตรเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 2

คำชี้แจง : จงเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$a_n$ แทน พจน์ทั่วไป	$a_1$ แทน พจน์แรก	$a_2$ แทน พจน์ที่ 2	$a_3$ แทน พจน์ที่ 3	$a_4$ แทน พจน์ที่ 4
1) $3n + 1$	$3(1) + 1 = 4$	$3(2) + 1 = 7$	$3(3) + 1 = 10$	$3(4) + 1 = 13$
2) $8n - 3$	$8(1) - 3 = 5$	$8(2) - 3 = 15$	$8(3) - 3 = 21$	
3) $n^2$	$(1)^2 = 1$	$(2)^2 = 4$	$(3)^2 = 9$	$(4)^2 = 16$
4) $2n^2 - 1$	$2(1)^2 - 1 = 1$	$2(2)^2 - 1 = 7$	$2(3)^2 - 1 = 17$	$2(4)^2 - 1 = 31$
5) $n^2 - 2n + 1$	$1^2 - 2(1) + 1 = 0$	$2^2 - 2(2) + 1 = 1$	$(3)^2 - 2(3) + 1 = 4$	$(4)^2 - 2(4) + 1 = 9$
6) $n^3 - 1$	$1^3 - 1 = 0$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$
7) $\sqrt{n}$	$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{2} = \sqrt{2}$	$\sqrt{3} = \sqrt{3}$	$\sqrt{4} = 2$
8) $\frac{n}{n+1}$	$\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$	$\frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$	$\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$	$\frac{n}{n+1} = \frac{4}{5}$
9) $\frac{n^2}{n+2}$	$\frac{1^2}{1+2} = \frac{1}{3}$	$\frac{2^2}{2+2} = 1$	$\frac{3^2}{3+2} = \frac{9}{5}$	$\frac{4^2}{4+2} = \frac{8}{3}$
10) $\frac{1}{n}$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

เฉลย 1.2) วิธีทำ  $a_n = 2(n+1)$

แทนค่า  $n=1$ ; จะได้  $a_1 = 2(1) + 1 = 3$

แทนค่า  $n=2$ ; จะได้  $a_1 = 2(2) + 1 = 5$

แทนค่า  $n=3$ ; จะได้  $a_1 = 2(3) + 1 = 7$

แทนค่า  $n=4$ ; จะได้  $a_1 = 2(4) + 1 = 9$

ดังนั้น 4 พจน์แรกของลำดับนี้ คือ 3, 5, 7, 9

1.3) วิธีทำ  $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

แทนค่า  $n=1$ ; จะได้  $a_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$

แทนค่า  $n=2$ ; จะได้  $a_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

แทนค่า  $n=3$ ; จะได้  $a_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

แทนค่า  $n=4$ ; จะได้  $a_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

ดังนั้น 4 พจน์แรกของลำดับนี้ คือ  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$  และ  $\frac{1}{16}$

เฉลย

วิธีทำ 2)  $a_n = (-1)^n(3n - 1)$

แทนค่า  $n = 1$ ; จะได้  $a_1 = (-1)^1 \{(3 \times 1) - 1\} = -2$

แทนค่า  $n = 2$ ; จะได้  $a_1 = (-1)^2 \{(3 \times 1) - 1\} = 2$

แทนค่า  $n = 3$ ; จะได้  $a_1 = (-1)^3 \{(3 \times 1) - 1\} = -2$

แทนค่า  $n = 4$ ; จะได้  $a_1 = (-1)^4 \{(3 \times 1) - 1\} = 2$

แทนค่า  $n = 5$ ; จะได้  $a_1 = (-1)^5 \{(3 \times 1) - 1\} = -2$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับนี้ คือ  $-2, 2, -2, 2, -2$



## ใบความรู้ที่ 2

เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ของลำดับ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

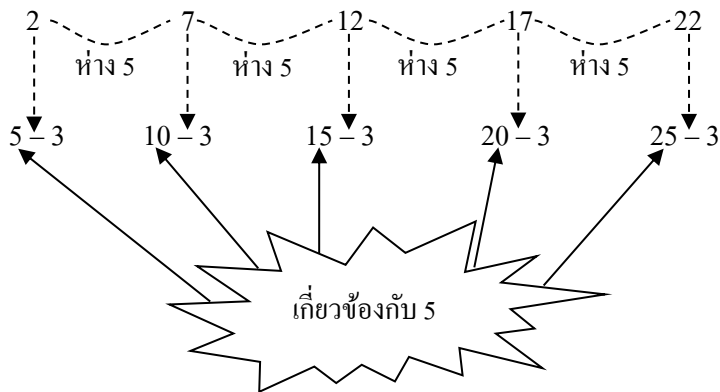
สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยใช้วิธีสังเกต มีวิธีหาดังต่อไปนี้

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้ 2, 7, 12, 17, 22

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ที่อยู่ติดกัน จะพบว่า



พิจารณาความสัมพันธ์ดังกล่าวกับลำดับที่ของพจน์

$$a_1 = 2 = 5 - 3 = 5(1) - 3$$

$$a_2 = 7 = 10 - 3 = 5(2) - 3$$

$$a_3 = 12 = 15 - 3 = 5(3) - 3$$

$$a_4 = 17 = 20 - 3 = 5(4) - 3$$

$$a_5 = 22 = 25 - 3 = 5(5) - 3$$

เหมือนกัน

ดังนั้น  $a_n = 5n - 3$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

$$\frac{4}{7}, \frac{5}{9}, \frac{6}{11}, \frac{7}{13}, \dots$$

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ในแต่ละพจน์ โดยแยกพิจารณาตัวเลขกับตัวส่วนออกจากกัน

1) พิจารณาเฉพาะตัวเลขในแต่ละพจน์ จะพบว่า



ดังนั้น พจน์ที่ 1 คือ  $a_1 = 4$

พจน์ที่ 2 คือ  $a_2 = 4 + 1$

พจน์ที่ 3 คือ  $a_3 = 4 + 1 + 1$

พจน์ที่ 4 คือ  $a_4 = 4 + \underbrace{1 + 1 + 1}_{3 \text{ ตัว}}$

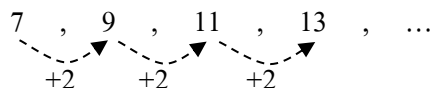
⋮

นั่นคือ พจน์ที่ n คือ  $a_n = 4 + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n-1 \text{ ตัว}}$

$$a_n = 4 + (n - 1)$$

$$a_n = 3 + n$$

2) พิจารณาเฉพาะตัวเลขในแต่ละพจน์ จะพบว่า



ดังนั้น พจน์ที่ 1 คือ  $a_1 = 7$

พจน์ที่ 2 คือ  $a_2 = 7 + 2$

พจน์ที่ 3 คือ  $a_3 = 7 + 2 + 2$

พจน์ที่ 4 คือ  $a_4 = 7 + \underbrace{2 + 2 + 2}_{3 \text{ ตัว}}$

⋮

นั่นคือ พจน์ที่ n คือ  $a_n = 7 + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-1 \text{ ตัว}}$

$$a_n = 7 + (n - 1)2$$

$$a_n = 5 + 2n$$

สรุป พจน์ทั่วไป หรือ พจน์ที่ n ของลำดับ  $\frac{4}{7}, \frac{5}{9}, \frac{6}{11}, \frac{7}{13}, \dots$  คือ  $\frac{3+n}{5+2n}$

แบบทดสอบฉบับที่ 2

เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่างๆ ของลำดับ ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 321021

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ลำดับและอนุกรม

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดแล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงบนกระดาษคำตอบ

2. สี่พจน์แรกของลำดับ ซึ่งมี  $a_n = (-1)^{n+1} \left( \frac{n}{n+1} \right)$  ตรงกับข้อใด

ก.  $-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

ข.  $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}$

ค.  $-\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, -\frac{4}{5}$

ง.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

2. สี่พจน์แรก ของลำดับ ซึ่งมี  $a_n = \frac{1}{(n+1)^2}$  ตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

ข.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}$

ค.  $\frac{1}{1.2}, \frac{1}{2.3}, \frac{1}{3.4}, \frac{1}{4.5}$

ง.  $\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}$

3. สี่พจน์แรก ของลำดับ ซึ่งมี  $a_n = \frac{n^3-1}{n-1}$  ตรงกับข้อใด

ก. 1, 5, 11, 19

ข. 1, 3, 7, 13

ค. 3, 7, 13, 21

ง. 1, 3, 7, 21

4. พจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับ 0, 15, 30, 45,... ตรงกับข้อใด

ก. 45, 60

ข. 45, 55

ค. 35, 45

ง. 25, 55



5. พจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับ  $-77, -52, -32, -17, \dots$  เท่ากับข้อใด

ก. 3, 23

ข. 7, 2

ค. 10, 2

ง. 8, 3

6. พจน์ถัดไปอีกสองพจน์ของลำดับ  $16, 64, 256, 512, \dots$  ตรงกับข้อใด

ก. 512, 1,024

ข. 576, 1,152

ค. 1,024, 2,048

ง. 1,024, 4,096

7. ข้อใดคือสี่พจน์แรกของลำดับ  $a_n = 2^{2(n-1)} - 1$

ก. 0, 3, 9, 15

ข. 0, 3, 15, 63

ค. 2, 5, 15, 63

ง. 2, 7, 15, 65

8. ผลคูณของสองพจน์ถัดไปของลำดับ  $729, 243, 81, 27, \dots$  มีค่าเท่าใด

ก. 27

ข. 28

ค. 72

ง. 162

9. กำหนดลำดับ  $\frac{1}{2.3}, \frac{1}{3.4}, \frac{1}{4.5}, \frac{1}{5.6}, \dots$  พจน์ที่ 6 – พจน์ที่ 7 มีค่าเท่าใด

ก.  $\frac{1}{56}$

ข.  $\frac{1}{72}$

ค.  $\frac{1}{166}$

ง.  $\frac{1}{266}$

11. ข้อใดคือผลต่างของพจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 4, 16, 64, 256, .....

ก. 1,092

ข. 3,002

ค. 3,092

ง. 4,092

\*\*\*\*\*



แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน ค32102

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

ภาคเรียนที่ 1

กิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความหมายของลำดับและเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. การแก้ปัญหา										
2. การให้เหตุผล										
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ										
4. การเชื่อมโยงความรู้										
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

- ดีมาก            ได้คะแนน 5
- ดี                    ได้คะแนน 4
- พอใช้            ได้คะแนน 3
- ปรับปรุง        ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ค32102

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมที่ 2 เรื่อง ความหมายของลำดับและเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ										
2. มีระเบียบวินัย										
3. มีความรอบคอบ										
4. มีความรับผิดชอบ										
5. มีวิจารณญาณ										
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง										
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

แบบบันทึกคะแนน

เรื่อง ความหมายของลำดับและเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายของลำดับและเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					

คะแนนรวมของกลุ่ม							
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม							
ระดับของกลุ่ม							
กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่างๆ ของลำดับ						
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า		
1.							
2.							
3.							
4.							
คะแนนรวมของกลุ่ม							
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม							
ระดับของกลุ่ม							

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่องความหมายของลำดับและการพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ						
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า		
1.							
2.							
3.							
4.							
คะแนนรวมของกลุ่ม							
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม							
ระดับของกลุ่ม							

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					



กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					
กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง ความหมายของลำดับและการเขียนพจน์ต่าง ๆ ของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่องย่อย พจน์ทั่วไปของลำดับ

เวลา 2 ชั่วโมง

สอนวันที่ เดือน พ.ศ. ภาคเรียนที่

1. สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ พังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

3. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ข้อ 4

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

4. สาระสำคัญ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป  $a_n$  ในรูปที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และเมื่อแทน  $n$  ด้วยสมาชิกในเซต  $\{1,2,3, \dots, m\}$  แล้วได้พจน์ที่  $1,2,3, \dots, m$  ของลำดับตรงตามที่กำหนด

5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6.1.1 นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดได้เมื่อกำหนดลำดับในแบบรูปของพจน์

6.1.2 นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้เมื่อกำหนดพจน์บางพจน์ของลำดับและบอกสมบัติ ร่วมของลำดับ

6.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

6.2.1 แก้ปัญหาได้

6.2.2 ให้เหตุผลได้

6.2.3 มีการสื่อสาร-นำเสนอได้

6.2.4 การเชื่อมโยงความรู้

6.2.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีความสามารถ

6.3.1 ทำงานเป็นระบบ

6.3.2 มีระเบียบวินัย

- 6.3.3 มีความรอบคอบ
- 6.3.4 มีวิจารณญาณ
- 6.3.5 มีความรับผิดชอบ
- 6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 7. สาระการเรียนรู้ (เวลา 2 ชั่วโมง)

- 7.1 หาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยใช้การสังเกต ความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์กับลำดับของพจน์
- 7.2 หาพจน์ทั่วไปของลำดับ เมื่อกำหนดพจน์บางพจน์ของลำดับและบอกสมบัติร่วมของลำดับ

## 8. การบูรณาการแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจอย่างพอเพียง

### 8.1 ความพอประมาณ

นักเรียนได้ศึกษา เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยใช้ความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์กับลำดับพจน์ และการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดพจน์บางพจน์กับลำดับพจน์ พจน์บางพจน์ของลำดับโดยใช้สมบัติร่วมของลำดับ ได้พอเพียงกับเวลาและความความสนใจของนักเรียน

### 8.2 ความมีเหตุผล

นักเรียนได้รู้จักการคิดวิเคราะห์ จำแนก ตรวจสอบการหาพจน์ต่างๆ ของลำดับที่กำหนดให้อย่างมีเหตุผล

### 8.3 มีภูมิคุ้มกัน

นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่ได้ศึกษาไปเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่อง ลำดับและอนุกรมหรืออื่นๆ ที่เกี่ยวข้องไปใช้ในชีวิตประจำวัน

### 8.4 เจือใจคุณธรรม

นักเรียนมีความซื่อสัตย์ ให้อภัย ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ให้ความร่วมมือช่วยเหลือและพึ่งพากัน เรียนรู้จากประสบการณ์ที่ค้นคว้า และทำงานร่วมกับสมาชิกหรือคนอื่นๆ ได้อย่างมีความสุข

### 8.5 เจือใจความรู้

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในสาระการเรียนรู้ เรื่องลำดับและอนุกรมซึ่งเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป

## 9. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ( การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD )

**ชั่วโมงที่ 3** เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยการสังเกตความสัมพันธ์ของลำดับในรูปแจกพจน์

### **ขั้นที่ 1** นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนทบทวนเรื่องความหมายของลำดับ ชนิดของลำดับ และการหาพจน์ต่างๆ ของลำดับ เมื่อกำหนดพจน์ทั่วไป  $a_n$  ของลำดับให้จากตัวอย่างที่กำหนดให้บนกระดานประมาณ 2 ตัวอย่าง
2. การแจ้งผลการเรียนรู้หรือจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบโดยยึดหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง
3. นักเรียนแต่ละกลุ่มรับเอกสารแนะแนวทางที่ 3.1 ศึกษาร่วมกันในกลุ่มของตนเอง ครูสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนกลุ่มต่างๆ ในการทำกิจกรรมกลุ่มในด้านประสิทธิภาพการสะท้อนความคิดระหว่างสมาชิกภายในกลุ่มของกลุ่มต่างๆ และการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ข้ามกลุ่มของนักเรียนในห้องเรียน พร้อมทั้งช่วยชี้แนะเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนมีข้อสงสัยโดยใช้การอธิบาย ประกอบการถามตอบนักเรียน
4. สุ่มนักเรียน 2-3 คนซึ่งเป็นตัวแทนกลุ่มต่าง ๆ ออกมาสาธิตการหาคำตอบในเอกสารแนะแนวทางที่ 3.1
5. ครูและนักเรียนกลุ่มต่างๆ ตรวจสอบความถูกต้องของการสาธิตหาคำตอบของตัวแทนนักเรียนที่สุ่มออกมารายงานร่วมกันแก้ไขส่วนที่ผิดให้ถูกต้อง พร้อมทั้งอธิบายชี้แนะให้ข้อสังเกต

### **ขั้นที่ 2** ทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นทำแบบฝึกทักษะ)

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้ที่ 3.1 หลังจากนั้นร่วมกันทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะที่ 3.1 โดยให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด โดยสมาชิกภายในกลุ่มช่วยเหลือซึ่งกันและกัน
2. ให้นักเรียนสมาชิกของกลุ่มต่างๆ แลกเปลี่ยนกันตรวจคำตอบจากการเฉลยคำตอบของครูในแบบฝึกทักษะที่ 3.1 ครูใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ หรือเข้าใจคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงในการทำแบบฝึกทักษะที่ 3.1
3. นักเรียนทุกคนบันทึกคะแนนทำกิจกรรมแบบฝึกทักษะส่งครู

### **ขั้นที่ 3** ตรวจสอบและสรุปผลงานกลุ่ม

1. ครูบันทึกคะแนนการทำแบบฝึกทักษะที่ 3.1 และการนำเอกสารแนะแนวทางที่ 3.1 เป็นรายกลุ่มและรายบุคคล

2. ครูแจ้งคะแนนให้นักเรียนทุกคนทราบผลการทำกิจกรรมกลุ่มของกลุ่มต่างๆ

#### ขั้นที่ 4 ผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนการทำกิจกรรมของนักเรียนแต่ละคน มาคิดคะแนนความก้าวหน้า สำหรับคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนคิดจากคะแนนการทำกิจกรรมแบบฝึกทักษะที่ 3.1 คิดเป็นร้อยละ และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนงานของการทำแบบฝึกทักษะที่ 1.1-1.2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ส่วนคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่มคิดได้จากผลรวมของคะแนนการพัฒนาของแต่ละคน แล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

#### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและการเสริมแรงกลุ่มที่ได้รางวัล

เกณฑ์การตัดสิน เกณฑ์ในการตัดสินกลุ่มที่ควรได้รับการยกย่องหรือยอมรับจากคะแนนรวมของแต่ละคนในกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน จำแนกได้ดังนี้

1. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 5-9 คะแนน อยู่ในระดับ เก่ง
2. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 10-14 คะแนน อยู่ในระดับ เก่งมาก
3. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 15-20 คะแนน อยู่ในระดับ ยอดเยี่ยม

#### ขั้นสรุป

นักเรียนแต่ละคนร่วมกันสรุปการหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับ เมื่อกำหนดลำดับในรูปแฉงพจน์ได้ดังนี้

“การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือการเขียนแสดงพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ในรูปที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และเมื่อแทนค่า  $n$  ด้วยสมาชิกในเซต  $\{1, 2, 3, \dots, m\}$  แล้วจะได้พจน์ที่  $1, 2, 3, \dots, m$  ของลำดับตรงตามลำดับที่กำหนด”



เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดพจน์บางพจน์ของลำดับ และบอกสมบัติร่วมของลำดับ

#### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. สมาชิกกลุ่มต่างๆ ประจำกลุ่มเดิมปฏิบัติหน้าที่เช่นเดียวกับในชั่วโมงที่ 3 ที่เรียนผ่านมา
3. นักเรียนร่วมกันทบทวนการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดลำดับในรูปแฉงพจน์มาให้จากโจทย์

ที่ครูกำหนดให้บนกระดาน ดังนี้

คำชี้แจง : จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับในข้อต่อไปนี

- 1) ลำดับ  $1, 5, 9, 13, \dots, n$  [ตอบ  $a_n = 4n - 3, n=1,2,3,\dots,n$ ]

2) ลำดับ  $0.2, 0.02, 0.002, 0.0002, \dots, n$  [ตอบ  $a_n = 2 \times 10^{-n}$ ;  $n=1,2,3,\dots,n$ ]

4. สุ่มนักเรียนอาสาสมัคร 2 คน ซึ่งมาจากสมาชิกของกลุ่มที่แตกต่างกัน แสดงวิธีหาพจน์ทั่วไปของลำดับจากโจทย์ข้อ 1 และข้อ 2 ครูช่วยชี้แนะแก้ไขข้อผิดพลาดให้ถูกต้อง

5. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปขั้นตอนในการหา  $n$  พจน์แรกของลำดับหรือ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดลำดับ  $a_1, a_2, a_3, \dots$  ในแบบรูปแรงแพจน์ให้ดังนี้

“การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไปในรูปที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และเมื่อแทนค่าตัวแปร  $n$  ด้วยสมาชิกในเซต  $\{1, 2, 3, \dots, m\}$  แล้วจะได้พจน์ที่  $1, 2, 3, \dots, m$  ตรงตามลำดับที่กำหนด”

6. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการหา  $n$  พจน์แรก (พจน์ทั่วไป) ของลำดับ เมื่อกำหนดพจน์บางพจน์ของลำดับและบอกสมบัติร่วมของลำดับ และการหา  $a_n$  (พจน์ทั่วไป) ในรูปของ  $n$  โดยให้นักเรียนพิจารณาพร้อมทั้งอธิบายประกอบตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่าง จงหา  $a_n$  ในรูปของ  $n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนนับ

และ 1)  $a_1 = 4$  และ  $a_n - a_{n-1} = 3, n \geq 2$

2)  $a_1 = 3$  และ  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = -2; n \geq 2$

วิธีทำ 1) เนื่องจาก  $a_1 = 4$  และ  $a_n - a_{n-1} = 3, n \geq 2$

จะได้  $a_n - a_{n-1} = 3$

นั่นคือ  $a_1 = 4$

$$a_2 = 3 + a_1 = 3 + 4 = 1(3) + 4$$

$$a_3 = 3 + a_2 = 3 + (3 + 4) = 2(3) + 4$$

⋮

$$a_n = (n-1)3 + 4 = 3n - 3 + 4 = 3n + 1$$

ดังนั้น  $a_n = 3n + 1$

2) เนื่องจาก  $a_1 = 3$  และ  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = -2; n \geq 2$

จะได้  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = -2; n \geq 2$

$$= -2$$

ดังนั้น  $a_n = (-2)a_{n-1}$

แทน  $n$  ด้วย 2 จะได้  $a_2 = (-2)a_1 = (-2)(3)$

แทน  $n$  ด้วย 3 จะได้  $a_3 = (-2)a_2 = (-2)(-2)(3) = (-2)^2 \times (-3)$

แทน  $n$  ด้วย 4 จะได้  $a_4 = (-2)a_3 = (-2)\{(-2)^2 \times (-3)\} = (-2)^3(-3)$

เมื่อแทน  $n$  ด้วย  $n$  จะได้  $a_n = (-2)^{n-1}(-3)$

ดังนั้น  $a_n = (-2)^{n-1}(-3)$

**ขั้นที่ 2** ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นทำแบบฝึกทักษะ)

1. ครูให้นักเรียนทั้งกลุ่มที่จัดไว้เหมือนเดิม ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 3.2 และทำกิจกรรมแบบฝึกทักษะที่ 3.2 โดยให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาดำหนด และให้ช่วยเหลือซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม จนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถตอบคำถามและอธิบายคำตอบได้ทุกคำถามในใบกิจกรรมในใบความรู้ที่ 3.2

2. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรม ครูคอยสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่มและการสะท้อนความคิดของสมาชิกในกลุ่มต่างๆ พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำ ตอบข้อคำถามของนักเรียน

3. ครูให้นักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.2 โดยครูช่วยแนะนำและใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบายเพิ่มเติมจากข้อ การสังเกตในการเฉลยแบบฝึกทักษะข้อที่นักเรียน หากคำตอบได้ไม่ถูกต้อง

**ขั้นที่ 3** ตรวจสอบและสรุปผลงานกลุ่ม

1. ครูแจกกระดาษคำตอบและแบบทดสอบฉบับที่ 2 เรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ พร้อมทั้งชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า การทำแบบทดสอบฉบับที่ 2 ให้ทำเป็นรายบุคคล ไม่ให้ช่วยเหลือกัน และทำตามเวลาที่กำหนด

2. ครูตรวจให้คะแนนการทดสอบฉบับที่ 2 ทำถูกต้องข้อละ 1 คะแนน ทำผิดได้ 0 คะแนน

**ขั้นที่ 4** ตรวจสอบผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนผลการทดสอบฉบับที่ 2 มาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนและของกลุ่ม โดยคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนคิดเป็นร้อยละ แล้วนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานซึ่งได้จากคะแนนความก้าวหน้าในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 แล้วคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่มคิดได้จาก ผลรวมของคะแนนการพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่ม แล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม มีเกณฑ์พิจารณาดังนี้



คะแนนทดสอบฉบับที่ 2	คะแนนการพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	5
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	10
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและการเสริมแรงกลุ่มที่ได้รางวัล

เกณฑ์การตัดสิน เกณฑ์ในการตัดสินว่ากลุ่มที่สมควรได้รับการยกย่องหรือยอมรับจากคะแนนรวมของแต่ละกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน จำแนกดังนี้

1. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 5-9 คะแนน อยู่ในระดับ เก่ง
2. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 10-14 คะแนน อยู่ในระดับ เก่งมาก
3. กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 15-20 คะแนน อยู่ในระดับ ยอดเยี่ยม

### ขั้นสรุป

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุป ความรู้เกี่ยวกับการหาพจน์ทั่วไป ( $n$  พจน์แรก) ของลำดับ เมื่อกำหนดพจน์บางพจน์ของลำดับ และบอกสมบัติร่วมของลำดับ ได้ดังนี้

1. หากกำหนดพจน์บางพจน์ของลำดับ และบอกสมบัติของลำดับ แล้วให้หาพจน์ทั่วไปของลำดับในรูปของ  $n$  เขียนแทนด้วย  $a_n$  ซึ่งกำหนดให้  $a_n - a_{n-1} = c$  เมื่อ  $c$  แทนค่าใดๆ

แล้ว  $a_n = c + a_{n-1}$  เมื่อ  $n \geq 2$  และ  $a_n$  แทนพจน์ที่  $n$  หรือพจน์ทั่วไปของลำดับ

2. หากกำหนดลำดับในแบบรูปแจงพจน์ของลำดับ การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ในรูปที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และเมื่อแทนค่า  $n$  ด้วยสมาชิกในเซต  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$  แล้วจะได้พจน์ที่  $1, 2, 3, \dots, n$  ของลำดับตรงตามลำดับที่กำหนด

## 10. สื่อ/นวัตกรรม/แหล่งเรียนรู้

### 10.1 สื่อการเรียนรู้

10.1.1 เอกสารแนะแนวทางที่ 3.1 จำนวน 40 ชุด

10.1.1 ใบความรู้ที่ 3.1, 3.2 จำนวน 40 ชุด

10.1.1 แบบฝึกทักษะที่ 3.1, 3.2 จำนวน 40 ชุด

10.1.1 แบบทดสอบฉบับที่ 2 จำนวน 40 ชุด

### 10.2 แหล่งเรียนรู้

10.1.1 การสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต

10.1.1 หนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (สสวท.)

10.1.1 ห้องสมุดโรงเรียน

10.1.1 ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้/ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

## 11. การวัดและประเมินผล

### 11.1 ผู้ประเมิน

11.2 สิ่งที่ต้องประเมิน คือ สมรรถภาพของผู้เรียน ได้แก่

11.2.1 ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบทดสอบ

11.2.2 ทักษะ/กระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน

คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมการเรียน

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b> 1. ความรู้ 2. ความเข้าใจ 3. การนำไปใช้ 4. การวิเคราะห์ 5. การสังเคราะห์ 6. การประเมินค่า	- บอกบทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ - อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ - นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง - แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ - รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปเป็นองค์ความรู้ - สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	ใบกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 8.1 – 8.2 แบบทดสอบ ฉบับที่ 8
<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ไขปัญหาคำได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	แบบตรวจผลงาน

<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b>		
1. ทำงานเป็นระบบ	- รู้จักในการวางแผนทำงาน	แบบสังเกต
2. มีระเบียบวินัย	- แต่งกาย กิริยาวาจา ความซื่อสัตย์	พฤติกรรม
3. มีความรอบคอบ	- ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน	
4. มีความรับผิดชอบ	- ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา	
5. มีวิจรรณญาณ	- ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรอง	
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง	เหมาะสม	
7. มีเจตคติที่ดีต่อ คณิตศาสตร์	- กล้าแสดงออกในทางที่ดี - ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	

เกณฑ์การวัด		เกณฑ์การประเมิน
<b>ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม</b>		มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนน
ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน		ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
<b>ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม</b>		มีทักษะตามมาตรฐานช่วงชั้นและมีพฤติกรรม
พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน		แสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
<b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม</b>		มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ
พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน		

### 11.3 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

#### 11.4 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
60-79	ดี
50-59	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

**บันทึกผลหลังการเรียนรู้**

**1. สรุปผลการเรียนรู้**

1.1 ด้านความรู้.....

.....

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ.....

.....

1.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์.....

.....

**2. แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา.....**

.....

**3. ข้อคิดเห็นอื่น ๆ .....**

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

### ภาคผนวกท้ายแผนการจัดการที่ 3

- เอกสารแนะแนวทางที่ 3.1
- เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 3.1
- ใบความรู้ที่ 3.1 และ 3.2
- แบบฝึกทักษะที่ 3.1 และ 3.2
- เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.1 และ 3.2
- แบบทดสอบฉบับที่ 3
- เฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 3
- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

### เอกสารแนะแนวทางที่ 3.1

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับ ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3  
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : 1. จงเขียนพจน์ต่างๆ ของลำดับ จากลำดับจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ลำดับ	$a_1 =$ พจน์ที่ 1	$a_2 =$ พจน์ที่ 2	$a_3 =$ พจน์ที่ 3	$a_n =$ พจน์ทั่วไปของลำดับ
1) 3, 4, 5	$3 = 1+2$	$4 = 2+3$	$5 = 3+2$	$n + 2$
2) 2, 4, 6	$2 = 2(1)$	$4 = 2(2)$	$6 = 2(3)$	$2n$
3) 4, 7, 10	$4 = 3(1) + 1$	$7 = 3(2) + 1$	$10 = 3(3) + 1$	$3n + 1$
4) 1, 4, 9				
5) 1, 8, 27				
6) 1, $\sqrt{2}$ , $\sqrt{3}$				
7) 2, 6, 10				
8) 0, 3, 8	$0 =$	$3 =$	$8 =$	
9) 1, $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{3}$	$1 = \frac{1}{1}$	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{n}$
10) $\frac{1}{3}$ , $\frac{1}{4}$ , $\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3} = \frac{1}{1+2}$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2+2}$	$\frac{1}{5} = \frac{1}{3+2}$	$\frac{1}{n+2}$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับในข้อต่อไปนี้

1) 4, 7, 10, 13, 16

วิธีทำ      4, 7, 10, 13, 16

เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 4 = 4+3(0)=4+3(1-1) \\
 a_2 &= 7 = 4+3=4+3(1)=4+3(2-1) \\
 a_3 &= 10 = 4+6=4+3(2)=4+3(3-1) \\
 a_4 &= 13 = 4+9=4+3(3)=4+3(4-1) \\
 a_5 &= 16 = 4+12=4+3(4)=4+3(5-1) \\
 &\vdots \\
 a_n &= 4+3(n-1)
 \end{aligned}$$



2) 2, 6, 18, 54, 162

วิธีทำ เนื่องจาก

$$\begin{aligned} a_1 &= \\ a_2 &= \\ a_3 &= \\ a_4 &= \\ a_5 &= \\ &\vdots \\ a_n &= \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 6, 18, 54, 162 คือ  $a_n =$

3)  $0, \frac{2}{6}, \frac{6}{12}, \frac{12}{20}$

วิธีทำ พิจารณาลำดับของเศษ 0, 2, 6, 12

เนื่องจาก

$$\begin{aligned} a_1 &= 0 = 2(0) = 2(1-1) \\ a_2 &= 2 = 2(1) = 2(2-1) \\ a_3 &= 6 = 2(2) = 2(3-1) \\ a_4 &= 12 = 2(3) = 2(4-1) \\ &\vdots \end{aligned}$$

พจน์ทั่วไปของเศษ ( $a_n$ ) =  $n(n-1)$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4$

พิจารณาลำดับของส่วน 2, 6, 12, 20

เนื่องจาก

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 = 1(2) = 1(1-1) \\ a_2 &= 6 = 2(3) = 2(2-2) \\ a_3 &= 12 = 3(4) = 2(2-1) \\ a_4 &= 20 = 4(5) = 4(4-1) \\ &\vdots \end{aligned}$$

พจน์ทั่วไปของเศษ ( $a_n$ ) =  $n(n+1)$  เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4$

ดังนั้นลำดับ  $0, \frac{2}{6}, \frac{6}{12}, \frac{12}{20}$  มีพจน์ทั่วไปคือ  $a_n = \frac{n(n-1)}{n(n+1)}$

4)  $\frac{3}{7}, \frac{5}{10}, \frac{7}{13}, \frac{9}{6}$

วิธีทำ พิจารณาลำดับของเศษจะได้

$$a_1 =$$

$$a_2 =$$

$$a_3 =$$

$$a_4 =$$

⋮

$$a_n =$$

นั่นคือพจน์ทั่วไปของลำดับเศษคือ  $a_n =$

พิจารณาลำดับของส่วน จะได้ว่า

$$a_1 =$$

$$a_2 =$$

$$a_3 =$$

$$a_4 =$$

⋮

$$a_n =$$

เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 3.1

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับ ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : 1. จงเขียนพจน์ต่างๆ ของลำดับ จากลำดับจำกัดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ลำดับ	$a_1 =$ พจน์ที่ 1	$a_2 =$ พจน์ที่ 2	$a_3 =$ พจน์ที่ 3	$a_n =$ พจน์ทั่วไปของลำดับ
1) 3, 4, 5	$3 = 1+2$	$4 = 2+2$	$5 = 3+2$	$n + 2$
2) 2, 4, 6	$2 = 2(1)$	$4 = 2(2)$	$6 = 2(3)$	$2n$
3) 4, 7, 10	$4 = 3(1) + 1$	$7 = 3(2) + 1$	$10 = 3(3) + 1$	$3n + 1$
4) 1, 4, 9	$1 = (1)(1)$	$4 = (2)(2)$	$9 = (3)(3)$	$n^2$
5) 1, 8, 27	$1 = (1)(1)(1)$	$8 = (2)(2)(3)$	$27 = (3)(3)(3)$	$n^3$
6) $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$	$1 = \sqrt{1}$	$\sqrt{2} = \sqrt{2}$	$\sqrt{3} = \sqrt{3}$	$\sqrt{n}$
7) 2, 6, 10	$2 = 2 \times 1 = 2(2 \times 1 - 1)$	$6 = 2 \times 3 = 2(2 \times 2 - 1)$	$10 = 2 \times 5 = 2(2 \times 3 - 1)$	$2(2n - 1)$
8) 0, 3, 8	$0 = 2(1 - 1)$	$2 = 2(2 - 1)$	$6 = 3(3 - 1)$	$n(n - 1)$
9) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{n}$
10) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$	$\frac{1}{3} = \frac{1}{1+2}$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2+2}$	$\frac{1}{5} = \frac{1}{3+2}$	$\frac{1}{n+2}$

เฉลยข้อ 2) เนื่องจาก

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 2 = 2 \times 1 = 2 \times 3^0 = 2 \times 3^0 \\
 a_2 &= 6 = 2 \times 3 = 2 \times 3^1 = 2 \times 3^1 \\
 a_3 &= 18 = 6 \times 3 = (2 \times 3) \times 3 = 2 \times 3^2 \\
 a_4 &= 54 = 18 \times 3 = (2 \times 3 \times 3) \times 3 = 2 \times 3^3 \\
 a_5 &= 126 = 54 \times 3 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^4 \\
 &\vdots \\
 a_n &= 2 \times 3^{n-1}; \text{ เมื่อ } n = 1, 2, 3, \dots, n
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับ 2, 6, 18, 54, 162 คือ  $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

เฉลยข้อ 4 เนื่องจาก  $\frac{3}{7}, \frac{5}{10}, \frac{7}{13}, \frac{9}{6}$

พิจารณาลำดับของเศษ คือ 3, 5, 7, 9

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } a_1 &= 3 = 3 = 3+2(0) = 3+2(1-1) \\ a_2 &= 5 = 3+2 = 3+2 \times 1 = 3+2(2-1) \\ a_3 &= 7 = 3+2+2 = 3+2 \times 2 = 3+2(3-1) \\ a_4 &= 9 = 3+2+2+2 = 3+2 \times 3 = 3+2(4-1) \\ &\vdots \\ a_n &= 3+2(n-1) \text{ หรือ } 2(n-1)+4 \end{aligned}$$

พิจารณาลำดับของส่วน  $a_n = 7, 10, 13, 16$

$$\begin{aligned} \text{พบว่า } a_1 &= 7 = 4+3 = 4+3 = 4+(3 \times 1) \\ a_2 &= 10 = 7+3 = (4+3)+3 = 4+(3 \times 2) \\ a_3 &= 13 = 10+3 = (4+3+3)+3 = 4+(3 \times 3) \\ a_4 &= 16 = 13+3 = (4+3+3+3)+3 = 4+(3 \times 4) \\ &\vdots \\ a_n &= 4+3n \text{ หรือ } 3n+4 \end{aligned}$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับ  $\frac{3}{7}, \frac{5}{10}, \frac{7}{13}, \frac{9}{6}$  คือ  $\frac{2(n-1)+4}{3n+4}$

## ใบความรู้ที่ 3.1

### การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดง พจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ในรูปที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และเมื่อแทน  $n$  ด้วยสมาชิกในเซต  $\{1, 2, 3, \dots, m\}$  แล้วได้พจน์ที่  $1, 2, 3, \dots, m$  ของลำดับตรงตามที่กำหนด

วิธีการหาพจน์ทั่วไปเช่นนี้โดยทั่วไปใช้ การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ ในลำดับและ ความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับของพจน์ในลำดับนั้น

ตัวอย่าง จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

วิธีทำ

$$a_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$$
$$a_2 = \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$$
$$a_3 = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$$
$$a_4 = \frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$$

ดังนั้นจะได้ว่า  $a_n = \frac{n}{n+1}$  เมื่อ  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

2)  $1, 4, 7, 10, 13, 16$

วิธีทำ

$$a_1 = 1 = 1 + 3(0)$$
$$a_2 = 4 = 1 + 3 = 1 + 3(1)$$
$$a_3 = 7 = 1 + 6 = 1 + 3(2)$$
$$a_4 = 10 = 1 + 9 = 1 + 3(3)$$
$$a_5 = 13 = 1 + 12 = 1 + 3(4)$$
$$a_6 = 16 = 1 + 15 = 1 + 3(5)$$

จะได้  $a_n = 1 + 3(n-1) = 1 + 3n - 3 = 3n - 2$   
เมื่อ  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

3) -1, 2, -3, 4, -5, ...

วิธีทำ  $a_1 = -1 = (-1)^1 \times 1$   
 $a_2 = 2 = (-1)^2 \times 2$   
 $a_3 = -3 = (-1)^3 \times 3$   
 $a_4 = 4 = (-1)^4 \times 4$   
 $a_5 = -5 = (-1)^5 \times 5$

ดังนั้น  $a_n = (-1)^n \times n$

$(-1)^n = -1$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคี่  
 $(-1)^n = 1$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคู่



4) 1,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ , 2,  $\sqrt{5}$ , ...

วิธีทำ  $a_1 = \sqrt{1} = 1$   
 $a_2 = \sqrt{2}$   
 $a_3 = \sqrt{3}$   
 $a_4 = \sqrt{4} = 2$   
 $a_5 = \sqrt{5}$

ดังนั้น  $a_n = \sqrt{n}$



5) 2, 4, 8, ...

วิธีทำ  $a_1 = 2 = 2^1$   
 $a_2 = 4 = 2^2$   
 $a_3 = 8 = 2^3$

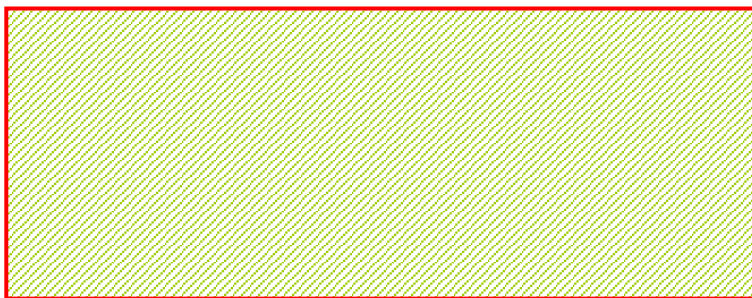
ดังนั้น  $a_n = 2^n$

เขียนลำดับ  $a_n = 2^n$  ได้ดังนี้ 2, 4, 8, 16, 32, ...,  $2^n$ , ...

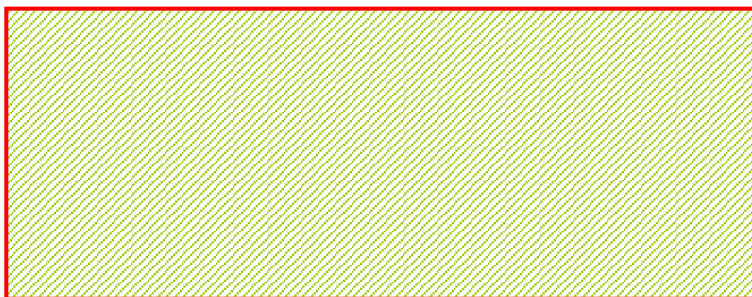
### แบบฝึกทักษะที่ 3.1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

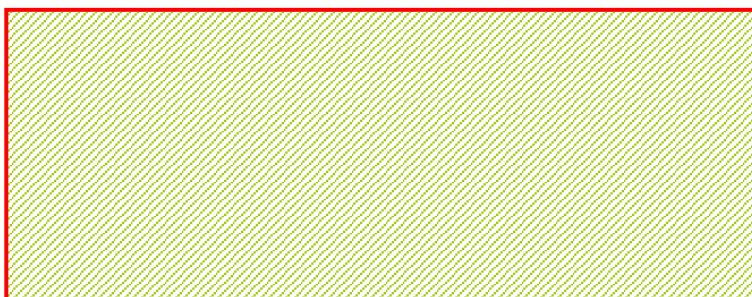
1) 1, 3, 9, 27



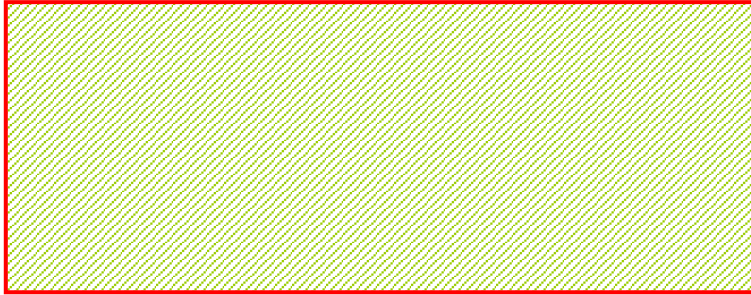
2) 24, 8,  $\frac{8}{3}$ ,  $\frac{8}{9}$



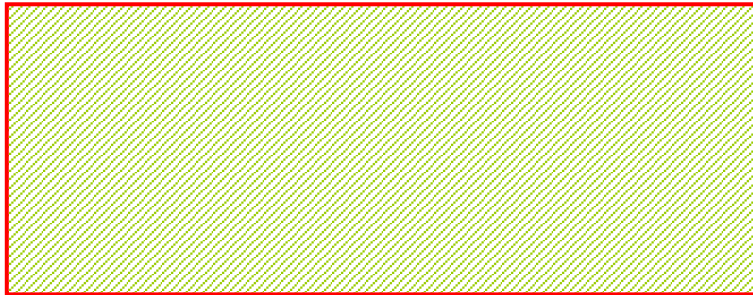
3)  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{5}{6}$



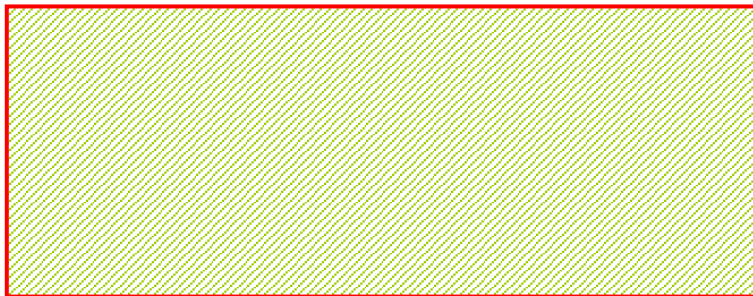
4) 1, 3, 5, 7, 9, ...



5) 4, 8, 12, 16, 20, ...



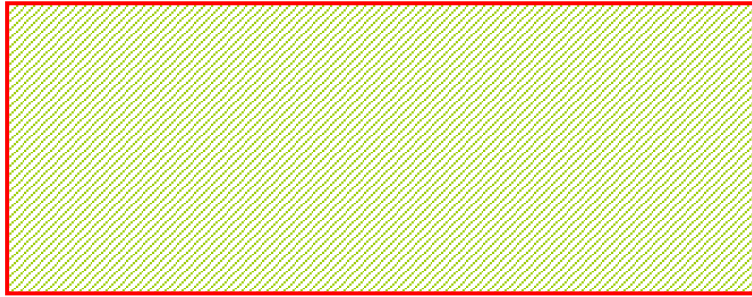
6.) 1, 6, 11, 16, 21, ...



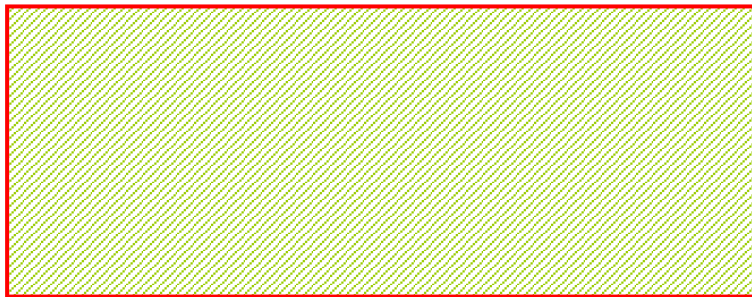
7) 0, -1, -2, -3, -4, ...



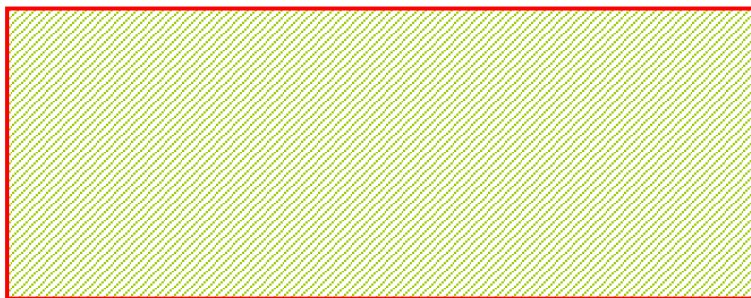
8)  $1, -1, -3, -5, -7, \dots$



9)  $3, 0, -3, -6, -9, \dots$



10)  $3, 1, -1, -3, -5, \dots$



### เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) 1, 3, 9, 27

$$a_1 = 1 = 3^0$$

$$a_2 = 3 = 3^1$$

$$a_3 = 9 = 3^2$$

$$a_4 = 27 = 3^3$$

⋮

จะได้  $a_n = 3^{n-1}$  เมื่อ  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

2) 24, 8,  $\frac{8}{3}$ ,  $\frac{8}{9}$

$$a_1 = 24 = 8 \times 3 = \frac{8}{3^{-1}}$$

$$a_2 = 8 = \frac{8}{3^0}$$

$$a_3 = \frac{8}{3} = \frac{8}{3^1}$$

$$a_4 = \frac{8}{9} = \frac{8}{3^2}$$

⋮

จะได้  $a_n = \frac{8}{3^{n-2}}$  เมื่อ  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

$$3) \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$$

$$a_1 = \frac{2}{3} = \frac{1+1}{1+2}$$

$$a_2 = \frac{3}{4} = \frac{2+1}{2+2}$$

$$a_3 = \frac{4}{5} = \frac{3+1}{3+2}$$

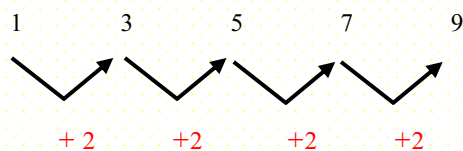
$$a_4 = \frac{5}{6} = \frac{4+1}{4+2}$$

⋮

จะได้  $a_n = \frac{n+1}{n+2}$  เมื่อ  $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

$$4) 1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



จะได้ว่า  $a_1 = 1 = 2(1) - 1$

$$a_2 = 3 = 2(2) - 1$$

$$a_3 = 5 = 2(3) - 1$$

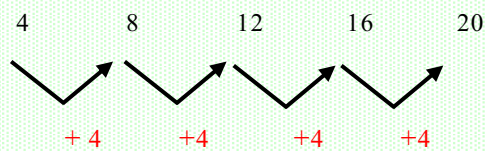
$$a_4 = 7 = 2(4) - 1$$

⋮

$$a_n = 2n - 1$$

5) 4, 8, 12, 16, 20, ...

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



จะได้ว่า  $a_1 = 4 = 4(1)$

$$a_2 = 8 = 4(2)$$

$$a_3 = 12 = 4(3)$$

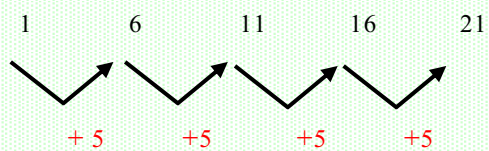
$$a_4 = 16 = 4(4)$$

⋮

$$a_n = 4n$$

6) 1, 6, 11, 16, 21, ...

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



จะได้ว่า  $a_1 = 1 = 5(1) - 4$

$$a_2 = 6 = 5(2) - 4$$

$$a_3 = 11 = 5(3) - 4$$

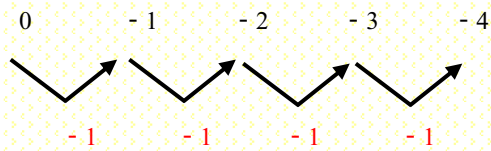
$$a_4 = 16 = 5(4) - 4$$

⋮

$$a_n = 5n - 4$$

7) 0, -1, -2, -3, -4, ...

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



$$\text{จะได้ว่า } a_1 = 0 = -1(1) + 1$$

$$a_2 = -1 = -1(2) + 1$$

$$a_3 = -2 = -1(3) + 1$$

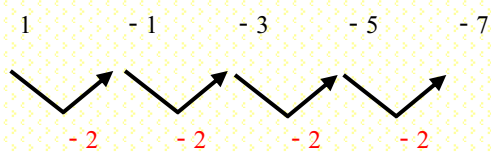
$$a_4 = -3 = -1(4) + 1$$

⋮

$$a_n = -n + 1$$

8) 1, -1, -3, -5, -7, ...

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



$$\text{จะได้ว่า } a_1 = 1 = -2(1) + 3$$

$$a_2 = -1 = -2(2) + 3$$

$$a_3 = -3 = -2(3) + 3$$

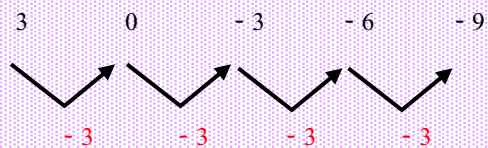
$$a_4 = -5 = -2(4) + 3$$

⋮

$$a_n = -2n + 3$$

9) 3, 0, -3, -6, -9, ...

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



$$\text{จะได้ว่า } a_1 = 3 = -3(1) + 6$$

$$a_2 = 0 = -3(2) + 6$$

$$a_3 = -3 = -3(3) + 6$$

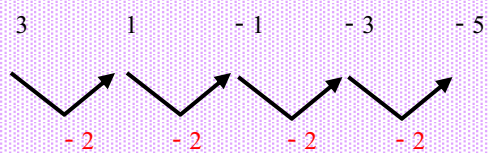
$$a_4 = -6 = -3(4) + 6$$

⋮

$$a_n = -3n + 6$$

10) 3, 1, -1, -3, -5, ...

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



$$\text{จะได้ว่า } a_1 = 3 = -2(1) + 5$$

$$a_2 = 1 = -2(2) + 5$$

$$a_3 = -1 = -2(3) + 5$$

$$a_4 = -3 = -2(4) + 5$$

⋮

$$a_n = -2n + 5$$

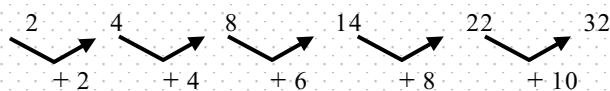
## ใบความรู้ที่ 3.2

### การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดง พจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ในรูปที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และเมื่อแทน  $n$  ด้วยสมาชิกในเซต  $\{ 1, 2, 3, \dots, m \}$  แล้วได้พจน์ที่  $1, 2, 3, \dots, m$  ของลำดับตรงตามที่กำหนด

วิธีการหาพจน์ทั่วไปเช่นนี้โดยทั่วไปใช้ การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่าง ๆ ในลำดับและ ความสัมพันธ์ระหว่างพจน์กับลำดับของพจน์ในลำดับนั้น

แต่ถ้าพิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับข้างต้นดังนี้



จะได้ลำดับ 2, 4, 8, 14, 22, 32, ...

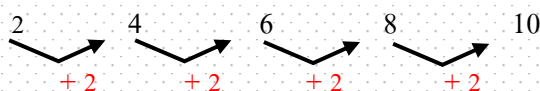
และพบว่า  $a_n = n^2 - n + 2$  เป็นพจน์ทั่วไป

จะเห็นว่าการพิจารณาลำดับ 2, 4, 8, ... ที่ต่างกันจะทำให้พจน์ทั่วไปต่างกัน

ตัวอย่าง จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1) 2, 4, 6, 8, 10, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



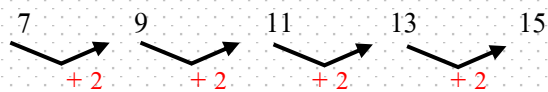
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	2	4	6	8	10
	↓	↓	↓	↓	↓
	$2 \times 1$	$2 \times 2$	$2 \times 3$	$2 \times 4$	$2 \times 5$

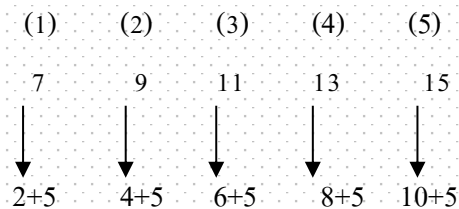
จะได้พจน์ทั่วไป หรือ  $a_n = 2n$

2) 7, 9, 11, 13, 15, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



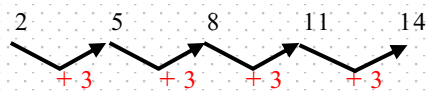
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้  
พจน์ที่



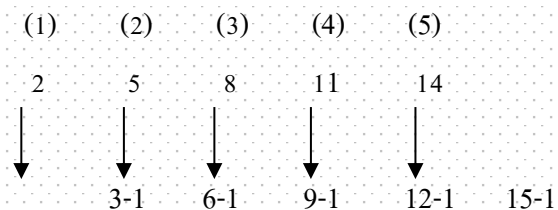
หรือ  $2(1)+5$   $2(2)+5$   $2(3)+5$   $2(4)+5$   $2(5)+5$   
จะได้พจน์ทั่วไปหรือ  $a_n = 2n + 5$

3) 2, 5, 8, 11, 14, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์ที่กำหนดให้  
พจน์ที่

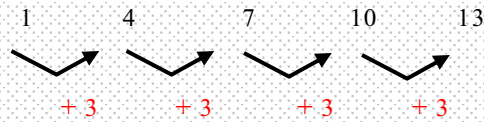


หรือ  $3(1)-1$   $3(2)-1$   $3(3)-1$   $3(4)-1$   $3(5)-1$   
จะได้พจน์ทั่วไปหรือ  $a_n = 3n - 1$

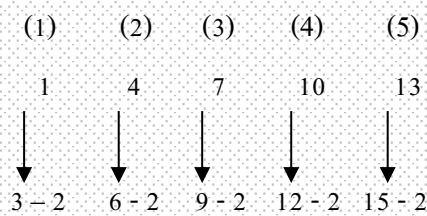


4) 1, 4, 7, 10, 13, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้  
พจน์ที่

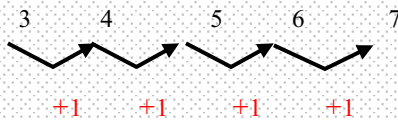


หรือ  $3(1)-2$     $3(2)-2$     $3(3)-2$     $3(4)-2$     $3(5)-2$

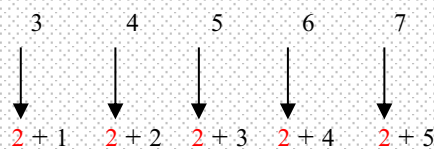
จะได้พจน์ทั่วไปหรือ  $a_n = 3n - 2$

5)  $\frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \dots$

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ที่เป็น **ตัวเลข**



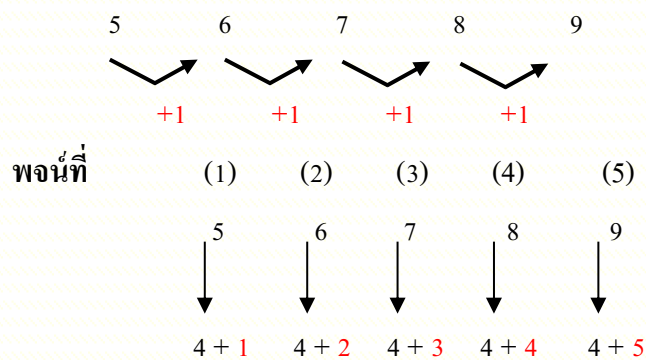
พจน์ที่



จะได้พจน์ทั่วไปของตัวเลขคือ  $2 + n$



พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ที่เป็น **ตัวส่วน**



จะได้พจน์ทั่วไปของส่วนคือ  $4 + n$

นั่นคือพจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ  $\frac{2+n}{4+n}$  หรือ  $a_n = \frac{2+n}{4+n}$

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับดังกล่าวข้างต้นเป็นการหา **โดยใช้**  
**การสังเกตความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์ กับลำดับที่ของพจน์** ซึ่งในบางครั้งอาจจะไม่  
สะดวก อีกวิธีหนึ่ง

ที่นิยมใช้กัน คือ **การใช้ฟังก์ชันพหุนามหาพจน์ทั่วไป** ดังที่จะกล่าวต่อไปนี้



### แบบฝึกทักษะที่ 3.2

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1)  $-5, -3, -1, 1, 3 \dots$



2)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15} \dots$



3)  $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25} \dots$



4)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \dots$



5)  $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} \dots$

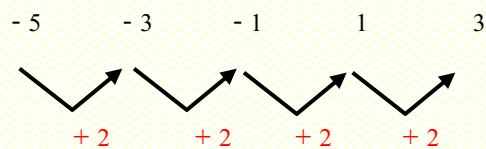


## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3.2

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1)  $-5, -3, -1, 1, 3, \dots$

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



จะได้ว่า  $a_1 = -5 = 2(1) - 7$

$$a_2 = -3 = 2(2) - 7$$

$$a_3 = -1 = 2(3) - 7$$

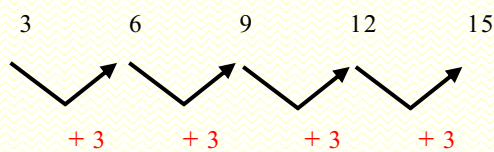
$$a_4 = 1 = 2(4) - 7$$

$\vdots$

$$a_n = 2n - 7$$

2)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \dots$

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับที่เป็นตัวส่วน



จะได้ว่า  $a_1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3(1)}$

$$a_2 = \frac{1}{6} = \frac{1}{3(2)}$$

$$a_3 = \frac{1}{9} = \frac{1}{3(3)}$$

$$a_4 = \frac{1}{12} = \frac{1}{3(4)}$$

$\vdots$

$$a_n = \frac{1}{3n}$$

$$3) 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25} \dots$$

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับที่เป็นตัวส่วน

$$\text{จะได้ว่า } a_1 = 1 = 1^2$$

$$a_2 = 4 = 2^2$$

$$a_3 = 9 = 3^2$$

$$a_4 = 16 = 4^2$$

⋮

$$a_n = n^2$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับหรือ  $a_n = \frac{1}{n^2}$

$$4) \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \dots$$

$$\text{พิจารณา } a_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$$

$$a_2 = \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$$

$$a_3 = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$$

$$a_4 = \frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$$

⋮

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

$$5) 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} \dots$$

$$\text{พิจารณา } a_1 = 0 = \frac{1-1}{1}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2}$$

$$a_3 = \frac{2}{3} = \frac{3-1}{3}$$

$$a_4 = \frac{3}{4} = \frac{4-1}{4}$$

⋮

$$a_n = \frac{n-1}{n}$$

แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8
รายการประเมิน								
1. การแก้ปัญหา								
2. การให้เหตุผล								
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ								
4. การเชื่อมโยงความรู้								
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์								
รวม								
เฉลี่ย								

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 5

ดี ได้คะแนน 4

พอใช้ ได้คะแนน 3

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8
รายการประเมิน								
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ								
2. มีระเบียบวินัย								
3. มีความรอบคอบ								
4. มีความรับผิดชอบ								
5. มีวิจรรย์ญาณ								
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง								
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์								
รวม								
เฉลี่ย								

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคคุณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ



**แบบบันทึกคะแนน**  
**เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ**

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่องย่อย พจน์ทั่วไปของลำดับ (ต่อ)

เวลา 1 ชั่วโมง

สอนวันที่ เดือน พ.ศ. ภาคเรียนที่

1. สาระที่ 1: จำนวนและพีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ก 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

3. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ข้อ 4

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

4. สาระสำคัญ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป  $a_n$  ในรูปที่มี  $n$  เป็นตัวแปร และเมื่อแทน  $n$  ด้วยสมาชิกในเซต  $\{1, 2, 3, \dots, m\}$  แล้วได้พจน์ที่  $1, 2, 3, \dots, m$  ของลำดับตรงตามที่กำหนด

5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6.1.1 นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดได้เมื่อกำหนดลำดับในแบบรูปของพจน์

6.1.2 นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้เมื่อกำหนดพจน์บางพจน์ของลำดับและบอกสมบัติร่วมของ

ลำดับ

6.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

6.2.1 แก้ปัญหาได้

6.2.2 ให้เหตุผลได้

6.2.3 มีการสื่อสาร-นำเสนอได้

6.2.4 การเชื่อมโยงความรู้

6.2.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีความสามารถ

6.3.1 ทำงานเป็นระบบ

- 6.3.2 มีระเบียบวินัย
- 6.3.3 มีความรอบคอบ
- 6.3.4 มีวิจารณญาณ
- 6.3.5 มีความรับผิดชอบ
- 6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 7. สาระการเรียนรู้ (ชั่วโมงที่ 5)

หาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

## 8. การบูรณาการตามแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

### 8.1 ความพอประมาณ

เมื่อนักเรียนศึกษาเรื่องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับในกรณีกำหนดลำดับมาในแบบรูปการแจกพจน์ของลำดับ โดยใช้ฟังก์ชันพหุนามมาช่วยทำให้การคิดคำนวณแก้ปัญหาได้ง่ายและสะดวก มีความพอประมาณถ้าเวลาและความสนใจนักเรียน

### 8.2 ความมีเหตุผล

นักเรียนได้รู้จักการคิดวิเคราะห์ จำแนก ตรวจสอบการหาพจน์ต่างๆ ของลำดับที่กำหนดให้อย่างมีเหตุผล

### 8.3 มีภูมิคุ้มกัน

นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่ได้ศึกษาไปเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่อง ลำดับและอนุกรมหรืออื่นๆ ที่เกี่ยวข้องไปใช้ในชีวิตประจำวัน

### 8.4 เงื่อนไขคุณธรรม

นักเรียนมีความซื่อสัตย์ ให้อภัย ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ให้ความร่วมมือช่วยเหลือและพึ่งพากัน เรียนรู้จากประสบการณ์ที่ค้นคว้า และทำงานร่วมกับสมาชิกหรือคนอื่นๆ ได้อย่างมีความสุข

### 8.5 เงื่อนไขความรู้

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในสาระการเรียนรู้ เรื่องลำดับและอนุกรมซึ่งเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป

## 9. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้



ชั่วโมงที่ 5

การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD

### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนเข้าประจำกลุ่มเดิม (เช่นเดียวกับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3) สมาชิกในกลุ่มร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับการหา พจน์ทั่วไปของลำดับเมื่อกำหนดลำดับในแบบรูปของการแจกแจงของลำดับ จากปัญหา โจทย์ที่ครูกำหนดให้บนกระดานจากเนื้อหาที่ได้ เรียนผ่านมาแล้ว (แผนการจัดการเรียนรู้ 2)

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 6, 18, 54, 162

วิธีคิด	เนื่องจาก	$a_1$	$= 2$	$= 2 \times 3^0$	$= 2 \times 3^0$	$= 2 \times 3^{1-1}$
		$a_2$	$= 6$	$= 2 \times 3$	$= 2 \times 3^1$	$= 2 \times 3^{2-1}$
		$a_3$	$= 18$	$= (2 \times 3) \times 3$	$= 2 \times 3^2$	$= 2 \times 3^{3-1}$
		$a_4$	$= 54$	$= 2 \times 3 \times 3 \times 3$	$= 2 \times 3^3$	$= 2 \times 3^{4-1}$
		$a_5$	$= 162$	$= 2 \times 3^3 \times 3$	$= 2 \times 3^4$	$= 2 \times 3^{5-1}$
			$\vdots$			
ดังนั้น		$a_n$	$=$	$2 \times 3^{n-1}$		

2. แจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังหรือจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

3. นักเรียนร่วมกันศึกษาใบความรู้ที่ 4 ครูคอยตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนเพื่อหาพจน์ทั่วไปของลำดับ ในตัวอย่างใบความรู้ที่ 3 ของลำดับ หลังจากนั้นให้นักเรียนร่วมกันเปรียบเทียบวิธีการหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยการสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ของลำดับ การใช้ฟังก์ชันพหุนามช่วยหาคำตอบของลำดับพหุนาม

4. ให้นักเรียนร่วมสังเกตลำดับที่ต้องการหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่างๆ ว่าควรจะใช้หลักการใดจึงจะมีความสอดคล้องกับเวลาและความสนใจ (จากข้อสังเกตจะใช้วิธีใดก็ได้แล้วแต่ความสะดวกของผู้เรียน)

### ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. ครูให้นักเรียนกลุ่มต่างๆ ศึกษารายละเอียดเนื้อหาตามแบบฝึกทักษะที่ 3 โดยให้สมาชิกแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด และสมาชิกในกลุ่มสามารถช่วยเหลือกันได้จนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถที่จะแสดงขั้นตอนการหาพจน์ทั่วไปของลำดับและอธิบายวิธีการได้ในแบบฝึกทักษะที่ 3



2. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะที่ 3 ครูคอยสังเกตพฤติกรรม ในการทำงาน ของกลุ่มแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งให้คำแนะนำ ตอบข้อคำถามของนักเรียน

3. นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจสอบแบบฝึกทักษะที่ 4 แบบเฉลยคำตอบของครูพร้อมการอธิบายเพิ่มเติมใน ส่วนที่นักเรียนควรแก้ไข

### ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบและสรุปผลงานกลุ่ม (ทดสอบย่อย)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 4 พร้อมทั้งชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า การทำแบบทดสอบฉบับที่ 4 ให้ทำเป็นรายบุคคลไม่ให้อาวยช่วยเหลือกัน และทำตามเวลากำหนด

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบฉบับที่ 4 แบบแสดงวิธีทำข้อละ 2 คะแนน จำนวน 5 ข้อ (ถ้าทำถูก ได้ 2 คะแนน ทำผิดได้ 1 คะแนน)

### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนผลการทดสอบฉบับที่ 4 มาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคน แต่ละกลุ่ม โดย คะแนนความก้าวหน้าแต่ละคนคิดได้จากคะแนนทดสอบที่ได้ประจำเนื้อหาของแต่ละคนมาคิดเป็นร้อยละ แล้ว นำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน ซึ่งได้จากคะแนนของความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สำหรับความก้าวหน้า ของกลุ่มคิดได้จากผลรวมของคะแนนที่จะพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่ม แล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือมีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

คะแนนทดสอบฉบับที่ 4	คะแนนพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	5
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐาน	10
- ไม่เกิน 10 คะแนน	20
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	

### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและเสริมแรงกลุ่มที่ได้รางวัล

ครูประกาศคะแนนของแต่ละกลุ่มและยกย่องชมเชย ดังนี้

กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 5-9 คะแนน อยู่ในระดับ เก่ง

กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 10-14 คะแนน อยู่ในระดับ เก่งมาก

กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 15-20 คะแนน อยู่ในระดับ ยอดเยี่ยม

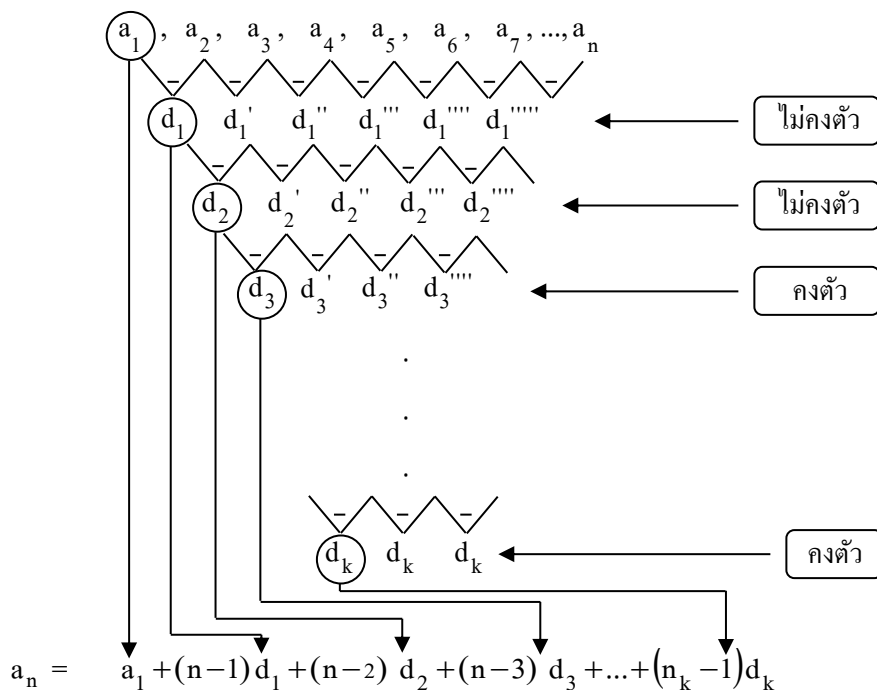
## ขั้นสรุป

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปว่า กำหนดให้พหุนามมาใช้ในรูป  $a_n = n^2 + n$  สามารถเขียนลำดับ  $a_n$  ใหม่ได้ง่ายๆ โดยการแทนค่า  $n$  ลงไปใน  $a_n$

กำหนดลำดับมาในแบบรูปแวงพจน์ของลำดับ สามารถใช้เทคนิคหา  $a_n$  จากผลต่างระหว่างลำดับ ซึ่งมีหลักการดังนี้

1) หาผลต่างระหว่างลำดับ เรียกว่า “ผลต่างครั้งที่ 1” ถ้ายังไม่เป็นค่าคงตัว ก็ให้หาผลต่างของผลต่างครั้งที่ 1 เรียกว่า “ผลต่างครั้งที่ 2” ถ้ายังไม่เป็นค่าคงตัว ก็ให้หาผลต่างของผลต่างครั้งที่ 2 เรียกว่า “ผลต่างครั้งที่ 3” ถ้ายังไม่เป็นค่าคงตัวก็ให้หาผลต่างของผลต่างครั้งที่ 3, 4, 5, ... ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ค่าคงตัว

2) แทนค่าผลต่างแต่ละครั้งลงในสูตรดังนี้



$$\text{เมื่อ } \binom{n-1}{r} = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{r(r-1)(r-2)\dots(3)(2)(1)}$$

ดังนั้น  $a_n = a_1 + (n-1)d$  ซึ่งตรงกับสูตรที่ต้องการ

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานคณิตศาสตร์เล่ม 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หน้า 20 ข้อ 3

## 10. สื่อนวัตกรรมแหล่งเรียนรู้

### 10.1 สื่อ

10.1.1	ใบความรู้ที่ 4	จำนวน	40	ข้อ
10.1.2	แบบฝึกทักษะที่ 4	จำนวน	40	ข้อ
10.1.3	บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4	จำนวน	40	ข้อ
10.1.4	แบบทดสอบฉบับที่ 4	จำนวน	40	ข้อ
10.1.5	บัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 4	จำนวน	40	ข้อ

### 10.2 แหล่งเรียนรู้

- 10.2.1 สืบค้นทางอินเทอร์เน็ต
- 10.2.2 หนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานเล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- 10.2.3 ห้องสมุดโรงเรียน
- 10.2.4 ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

## 11. การวัดและประเมินผล

11.1 ผู้ประเมิน  ครู  นักเรียน  ผู้ปกครอง

11.2 สิ่งที่ต้องการวัดประเมิน คือ สมรรถภาพของผู้เรียน ได้แก่

- 11.2.1 ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบทดสอบ
- 11.2.2 ทักษะ / กระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน
- 11.2.3 คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมนักเรียน

คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมการเรียน

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b> 1. ความรู้ 2. ความเข้าใจ 3. การนำไปใช้ 4. การวิเคราะห์ 5. การสังเคราะห์ 6. การประเมินค่า	- บอกรับทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ - อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ - นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง - แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ - รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปเป็นองค์ความรู้ - สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	ใบกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 4.1 – 4.2 แบบทดสอบ ฉบับที่ 4
<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิ ที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	แบบตรวจผลงาน
<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. ทำงานเป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความรอบคอบ 4. มีความรับผิดชอบ 5. มีวิจรรย์ญาณ 6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง 7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์	- รู้จักในการวางแผนทำงาน - แต่งกาย กิริยาวาจา ความซื่อสัตย์ - ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน - ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา - ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรองเหมาะสม - กล้าแสดงออกในทางที่ดี - ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม

เกณฑ์การวัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน	มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนน ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน	มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรม แสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน	มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ

### 11.3 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

### 11.4 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
60-79	ดี
50-59	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

บันทึกผลหลังการเรียนรู้

1. สรุปผลการเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้.....

.....

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ.....

.....

1.3 คุณลักษณะที่พึงประสงค์ .....

.....

2. แนวทางการแก้ไขและพัฒนา.....

.....

3. ข้อคิดเห็นอื่น ๆ .....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

#### ภาคผนวกแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

- ใบความรู้ที่ 4
- แบบฝึกทักษะที่ 4
- บัตรเฉลยการฝึกทักษะที่ 4
- แบบทดสอบฉบับที่ 4
- เฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 4
  
- แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ
- แบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์
- แบบบันทึกคะแนนตั้งแต่ กลุ่ม 1 – กลุ่ม 8

## ใบความรู้ที่ 4

### เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

ลำดับพหุนาม (Polynomial Sequence of Polynomial Progression)

ข้อกำหนด

กำหนดให้พหุนาม  $P(n) = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0$  เมื่อ  $k \in I^+$  และ  $a_k, a_{k-1}, \dots, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$  แล้ว

ลำดับ  $a_n = P(n)$  จะถูกเรียกว่า “ลำดับพหุนาม”

ถ้ากำหนดลำดับพหุนามมาให้ เช่น  $a_n = n^2 + n$  สามารถเขียนลำดับ  $a_n$  ใหม่ได้ง่ายๆ โดยการแทนค่า  $n$  ลงไปใน  $a_n$

ดังนั้น  $a_n = n^2 + n$  สามารถเขียนแทนได้ด้วย  $(1)^2 + 1, (2)^2 + 2, (3)^2 + 3, (4)^2 + 4, \dots$  หรือ 2, 6, 12, 20, ...

แต่กำหนดลำดับ 2, 6, 12, 20, ... ให้ แล้วให้หา  $a_n$  สามารถหา  $a_n$  มี “เทคนิคการหา  $a_n$  จากผลต่างระหว่างลำดับ”

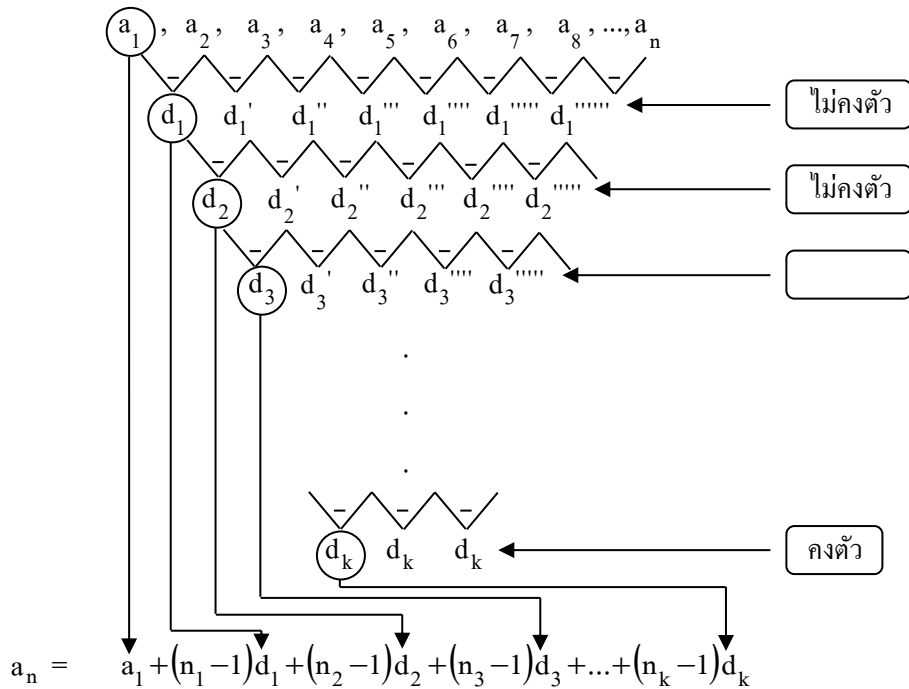
เทคนิคการหา  $a_n$  จากผลต่างระหว่างลำดับ

หลักการ

1. หาผลต่างระหว่างลำดับ “ถูกเรียกว่าผลต่างครั้งที่ 1” ถ้ายังไม่เป็นค่าคงตัว ก็ให้หาผลต่างของผลต่างครั้งที่ 1 อีกที “ถูกเรียกว่าผลต่างครั้งที่ 2” ถ้ายังไม่เป็นค่าคงตัว ก็ให้หาผลต่างของผลต่างครั้งที่ 2 อีกครั้ง “ถูกเรียกว่าผลต่างครั้งที่ 3” ถ้ายังไม่เป็นค่าคงตัว ก็ให้หาผลต่างของผลต่างครั้งที่ 3, 4, 5, ... ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ค่าคงตัว



2. แทนค่าผลต่างตัวแรกของแต่ละครั้งลงในสูตร ดังนี้



$$\text{เมื่อ } \binom{n-1}{r} = \frac{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-r)}{r \cdot (r-1) \cdot (r-2) \cdot \dots \cdot (3)(2)(1)}$$

สิ่งที่ควรลองพิจารณาเพื่อความเชี่ยวชาญ

$$\binom{n-1}{1} = \frac{n-1}{1} = n-1$$

$$\binom{n-1}{2} = \frac{(n-1) \cdot (n-2)}{2 \cdot (2-1)} = \frac{(n-1) \cdot (n-2)}{2 \cdot 1} = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

$$\binom{n-1}{3} = \frac{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{3 \cdot (3-1) \cdot (3-2)} = \frac{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3}$$

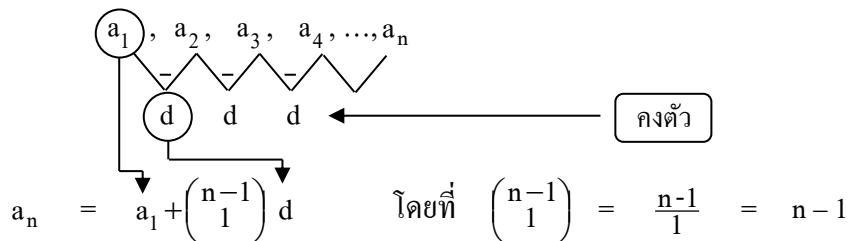
⋮

$$\binom{n-1}{r} = \frac{(n-1)(n-2)(n-3) \cdot \dots \cdot (n-r)}{r \cdot (r-1)(r-2) \cdot \dots \cdot (3)(2)(1)} \quad \text{สูตรในการหา } a_n \text{ จากผลต่างระหว่างลำดับ}$$

### สิ่งที่ควรทราบอย่างยิ่ง

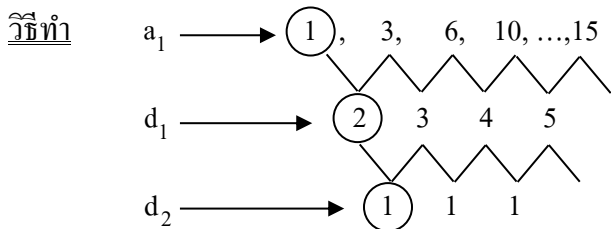
ผู้เขียนอย่างให้ผู้ศึกษาได้ลองสังเกตดีๆ จะเห็นได้ว่า จริงๆ แล้ว ลำดับเลขคณิตเป็นลำดับพหุนามด้วย ดังนี้

ถ้า  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิตแล้ว



ดังนั้น  $a_n = a_1 + (n-1)d$  ซึ่งตรงกับสูตรการหา  $a_n$  จากเรื่องลำดับเลขคณิต

ตัวอย่าง 1 กำหนดลำดับ 1, 3, 6, 10, 15, ... มาให้ จงหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับนี้



จากแผนผลต่างระหว่างลำดับทำให้ทราบว่า  $a_1 = 1, d_1 = 2, d_2 = 1$

จากสูตร  $a_n = a_1 + \binom{n-1}{1}d_1 + \binom{n-1}{2}d_2$  ← ถึงแค่  $d_2$  เท่านั้น

คงจำได้นะว่า  $\binom{n-1}{1} = n-1$  และ  $\binom{n-1}{2} = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

แสดงว่า  $a_n = a_1 + (n-1)d_1 + \frac{(n-1)(n-2)}{2}d_2$

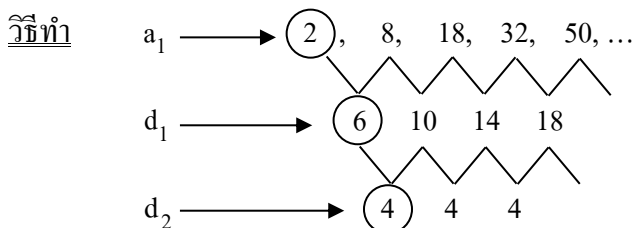
$$a_n = 1 + (n-1)(2) + \frac{(n-1)(n-2)(1)}{2}$$

$$a_n = \frac{2 + 4n - 4 + n^2 - 3n + 2}{2}$$

$$a_n = \frac{n^2 + n}{2}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ  $\frac{n^2 + n}{2}$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดลำดับ 2, 8, 18, 32, 50, ... มาให้ จงหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับนี้



จากแผนผลต่างระหว่างลำดับทำให้ทราบว่า  $a_1 = 2$ ,  $d_1 = 6$ ,  $d_2 = 4$

จากสูตร  $a_n = a_1 + \binom{n-1}{1}d_1 + \binom{n-1}{2}d_2$  ← ถึงแค่  $d_2$  เท่านั้น

จะได้  $a_n = a_1 + (n-1)d_1 + \frac{(n-1)(n-2)}{2}d_2$

$$a_n = 2 + (n-1)(6) + \frac{(n-1)(n-2)(4)}{2}$$

$$a_n = 2 + 6n - 6 + 2n^2 - 6n + 4$$

$$a_n = 2n^2$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ  $2n^2$



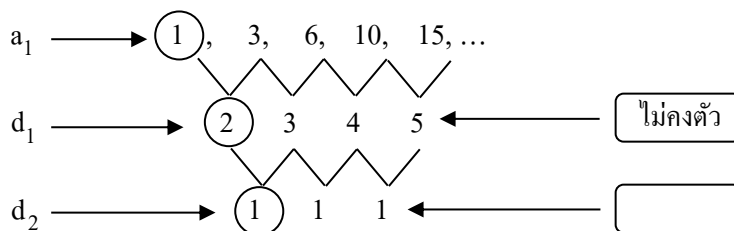
### เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4

#### เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

เฉลย 1) วิธีทำ ลำดับ 1, 3, 6, 10, 15, ...



จากแผนภาพผลต่างระหว่างลำดับทำให้ทราบว่า  $a_1=1, d_1=2, d_2=1$

จากสูตร  $a_n = a_1 + \binom{n-1}{1}d_1 + \binom{n-1}{2}d_2$   $\longleftarrow$  ถึงแม้  $d_2$  เท่านั้น

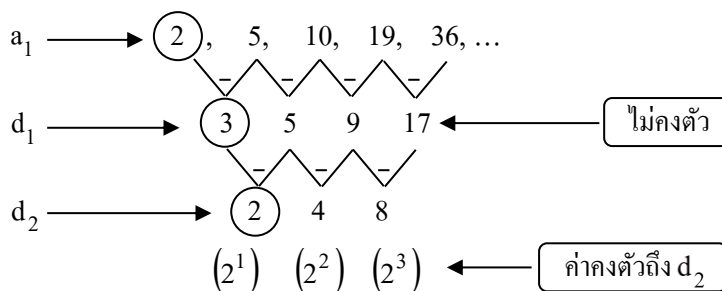
และ  $\binom{n-1}{1} = (n-1)$  และ  $\binom{n-1}{2} = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

แทนค่าในสูตร

$$\begin{aligned}
 a_n &= 1 + (n-1)2 + \frac{(n-1)(n-2)1}{2} \\
 &= 1 + 2n - 2 + \frac{n^2 - 3n + 2}{2} \\
 &= (2n - 1) + \frac{n^2 - 3n + 2}{2} \\
 &= \frac{2(2n - 1) + n^2 - 3n + 2}{2} \\
 &= \frac{4n - 2 + n^2 - 3n + 2}{2} \\
 &= \frac{n^2 + n}{2}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $a_n = \frac{n^2 + n}{2}$  ;  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

2) วิธีทำ ลำดับ 2, 5, 10, 19, 36, ...



จากแผนภาพผลต่างระหว่างลำดับทำให้ทราบว่า  $a_1=1$ ,  $d_1=3$ ,  $d_2=2$

จากสูตร  $a_n = a_1 + \binom{n-1}{1}d_1 + \binom{n-1}{2}d_2$

$$a_n = 2 + (n-1)3 + \frac{(n-1)(n-2)2}{2}$$

$$a_n = 2 + 3n - 3 + (n^2 - 3n - 2)$$

$$a_n = 3n - 1 + n^2 - 3n + 2$$

$$a_n = n^2 + 1$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้คือ  $n^2 + 1$  ; เมื่อ  $n = 1, 2, 3, \dots$

แบบทดสอบฉบับที่ 4

เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำชี้แจง : จงเติมเฉพาะคำตอบที่ถูกต้อง ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. กำหนดลำดับ  $-2, 1, 4, 7, \dots$  จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

ตอบ  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$  ; เมื่อ  $n = \underline{\hspace{2cm}}$  (2 คะแนน)

2. กำหนดลำดับ  $32, 64, 128, 256, \dots$  จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

ตอบ  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$  ; เมื่อ  $n = \underline{\hspace{2cm}}$  (2 คะแนน)

3. กำหนดลำดับ  $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}, \dots$  จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

ตอบ  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$  ; เมื่อ  $n = \underline{\hspace{2cm}}$  (2 คะแนน)

4. กำหนดลำดับ  $6, 1, \frac{1}{6}, \frac{1}{36}, \dots$  จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

ตอบ  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$  ; เมื่อ  $n = \underline{\hspace{2cm}}$  (2 คะแนน)

5. กำหนดลำดับ  $1, 5, 13, 29, \dots$  จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

ตอบ  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$  ; เมื่อ  $n = \underline{\hspace{2cm}}$  (2 คะแนน)

เฉลยแบบทดสอบที่ 4

เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

เฉลย

1)  $a_n = 3n - 5$  ; เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

2)  $a_n = 2^{6-n}$  ; เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4$

3)  $a_n = \sqrt{n+4}$  ; เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4, 5$

2)  $a_n = 6^{2-n}$  ; เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4,$

2)  $a_n = 4n - 3$  ; เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$



แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ ทัศนศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8
รายการประเมิน								
1. การแก้ปัญหา								
2. การให้เหตุผล								
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ								
4. การเชื่อมโยงความรู้								
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์								
รวม								
เฉลี่ย								

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 5

ดี ได้คะแนน 4

พอใช้ ได้คะแนน 3

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8
รายการประเมิน								
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ								
2. มีระเบียบวินัย								
3. มีความรอบคอบ								
4. มีความรับผิดชอบ								
5. มีวิจรรย์ญาณ								
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง								
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์								
รวม								
เฉลี่ย								

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

แบบบันทึกคะแนน

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่องย่อย ลำดับเลขคณิต

เวลา 2 ชั่วโมง

สอนวันที่ เดือน พ.ศ. ภาคเรียนที่ 2

1. สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้ ค 1.2

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

3. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ข้อ 5

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

4. สาระสำคัญ

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า “ผลต่างร่วม” (Common difference)

ตัว  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตมี  $d$  เป็นผลต่างร่วม ยัง  $d = a_{n+1} - a_n$  แล้วพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต หรือ  $a_n = a_1 + (n-1)d$

5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต พร้อมทั้งหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตได้

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6.1.1 บอกความหมายของลำดับเลขคณิตได้อย่างถูกต้อง

6.1.2 หาพจน์ที่ 1 ผลต่างร่วม และหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตได้

6.1.3 หาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิตได้

6.1.4 นำความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

6.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

6.2.1 แก้ปัญหา

6.2.2 การให้เหตุผล

6.2.3 การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

6.2.4 การเชื่อมโยง

6.2.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีความสามารถ

6.3.1 ทำงานเป็นระบบ

6.3.2 มีระเบียบวินัย

6.3.3 มีความรอบคอบ

6.3.4 มีวิจารณญาณ

6.3.5 มีความรับผิดชอบ

6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

7. สาระการเรียนรู้ ( จำนวน 2 ชั่วโมง )

7.1 บอกความหมายของลำดับเลขคณิตได้ (บทนิยามของลำดับเลขคณิต)

7.2 หาพจน์ที่ 1 ผลต่างร่วม และหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตได้

7.3 ชั่วโมงที่ 2 การหาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิตได้

8. การบูรณาการตามแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

8.1 ความพอประมาณ เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเรื่อง ลำดับเลขคณิตเรื่อง ความหมายของลำดับเลขคณิต จะช่วยให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจลักษณะและแบบรูปของลำดับเลขคณิตได้พอประมาณกับเวลาและความสนใจของนักเรียน

8.2 ความมีเหตุผล นักเรียนได้รู้จักการคิดวิเคราะห์ จำแนก ตรวจสอบลักษณะของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ด้วย บทนิยามของลำดับเลขคณิตอย่างมีเหตุผล

8.3 ความมีภูมิคุ้มกัน นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง “ลำดับเลขคณิต” ที่ได้ศึกษาไปเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เรื่อง “อนุกรมเลขคณิต” หรือเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับลำดับเลขคณิตได้อย่างเหมาะสม

8.4 เงื่อนไขคุณธรรม นักเรียนมีนิสัยให้อภัย มีความสามัคคี ช่วยเหลือพึ่งพาและยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นในการทำงานกลุ่ม

8.5 เงื่อนไขความรู้ นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาเรื่อง “ลำดับเลขคณิต” นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และนำไปเป็นพื้นฐานในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น



## 9. กระบวนการจัดการเรียนรู้ (กิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD)



### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. ทบทวนบทเรียนความรู้เดิมด้วยการถามตอบเกี่ยวกับบทนิยามของลำดับจำกัด ลำดับอนันต์ เพื่อเชื่อมโยงกับชนิดของลำดับที่สำคัญๆ ที่นักเรียนรู้จัก โดยยกตัวอย่างโจทย์บนกระดานประกอบการถาม - ตอบ
3. ครูกำหนดลำดับ เลขคณิต 1, 3, 5, 7, ... บนกระดานให้นักเรียนพิจารณาโดยให้นักเรียนตอบคำถามดังนี้

1) ผลต่างที่เกิดจาก  $(a_2 - a_1), (a_3 - a_2), (a_4 - a_3)$  มีค่าเป็นเท่าไร  
(ตอบ ทุก ๆ จำนวนเป็น 2)

2) จากลำดับที่กำหนดให้ สามารถเขียนแฉงพจน์ได้ดังนี้

$$a_2 = 3 = 1+2 = 1+1(2) = a_1 + (2-1)2$$

$$a_3 = 5 = 1+4 = 1+2(2) = a_1 + (3-1)2$$

$$a_4 = 7 = 1+6 = 1+3(2) = a_1 + (4-1)2$$

⋮

พบว่าลักษณะร่วมนำไปสู่ข้อสรุปได้ว่า

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

4. นักเรียนกลุ่มต่าง ๆ ร่วมกันศึกษาใบความรู้ที่ 5.1 และร่วมอภิปรายผลที่ได้จากการศึกษาใบความรู้ของกลุ่มต่างๆ และบอกความหมายของลำดับเลขคณิตได้ดังนี้

- 1) ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างของพจน์ที่  $n+1$  กับพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า ผลต่างร่วม (Common difference)
- 2) กำหนดลำดับ  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตมี  $d$  เป็นผลต่างร่วม ซึ่ง  $d = a_{n+1} - a_n$  สามารถหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตจะหาได้ดังนี้

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

เมื่อ  $a_n$  แทน พจน์ทั่วไปหรือพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต

$a_1$  แทน พจน์แรก (พจน์ที่ 1) ลำดับ

$d$  แทน ผลต่างร่วม

## ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. นักเรียนทุกคนเข้ากลุ่มเดิม ตัวแทนสมาชิกกลุ่มรับแบบฝึกทักษะที่ 5.1 และนำเสนอผลการทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะที่ 5.1 โดยครูให้คำแนะนำและแก้ไขข้อผิดพลาดหรือบกพร่องของนักเรียนแต่ละกลุ่ม
2. นักเรียนที่เป็นสมาชิกของกลุ่มต่างๆ ตรวจสอบคำตอบจากบัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.1 เมื่อมีข้อสงสัยครูใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบายชี้แนะแก้ไขในข้อที่นักเรียนมีความสงสัยและข้องใจในคำตอบ จากบัตรเฉลยคำตอบ
3. ครูบันทึกคะแนนของกลุ่มต่างๆ ในแบบบันทึกการปฏิบัติงานในการทำแบบฝึกทักษะที่ 5.1 ที่เป็นคะแนนรายบุคคลและรายกลุ่ม

## ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบและสรุปผลตามกลุ่ม

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยร่วมกันอธิบายในข้อที่เพื่อนในกลุ่มที่ทำไม่ถูกต้อง
2. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างในใบความรู้ที่ 5.1 เพื่อเป็นการเน้นย้ำตรวจสอบความเข้าใจอีกครั้ง โดยครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน



## ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอทบทวนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับลำดับ การเขียนลำดับในรูปแฉงพจน์ และการหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับเลขคณิตโดยใช้การถาม-ตอบ
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่ามีเรียนจบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 แล้วนักเรียนสามารถ
  - ระบุลำดับที่เป็นลำดับเลขคณิตได้
  - หาพจน์ที่ 1 และผลต่างร่วมของลำดับได้
  - หาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิตได้
  - หาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตได้
3. ให้นักเรียนกลุ่มต่างๆ ศึกษาใบความรู้ที่ 5.2 โดยให้สมาชิกภายในกลุ่มช่วยเหลือกันและร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้โดยใช้คำถามชี้แนะและอธิบายร่วมกันในกลุ่ม
4. ครูช่วยชี้แนะนำหลักการคิดหาคำตอบในตัวอย่างของใบความรู้ที่ 5.2 โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดให้นักเรียนฝึกคิดพร้อมทั้งทำการสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของนักเรียนกลุ่มต่าง ๆ

## ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. นักเรียนกลุ่มต่างๆ เข้ากลุ่มสมาชิกของตนเอง และร่วมกันทำกิจกรรมในรูปแบบฝึกทักษะ  
 ที่ 5.2 ครูคอยสังเกตพฤติกรรมด้านความรับผิดชอบ ความสามัคคีภายในกลุ่ม การให้ความร่วมมือกันภายใน  
 กลุ่ม ความมีวิจรรย์ญาณของนักเรียน พร้อมทั้งเสนอแนะให้สมาชิกภายในกลุ่มร่วมมือกันเปลี่ยนบทบาทหน้าที่  
 เป็นผู้ตั้งคำถาม และผู้หาคำตอบเพื่อเน้นความรู้ความเข้าใจของนักเรียน

3. ครูกำหนดมอบหมายงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนตัวอย่างลำดับเลขคณิตกลุ่มละ  
 ห้าลำดับที่แตกต่างกัน เป็นผลงานกลุ่มส่งครูนอกเวลาเรียน พร้อมทำการเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง

### ขั้นที่ 3 ขั้นทดสอบย่อยสรุปผลตามกลุ่ม

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับที่ 5 เรื่องลำดับเลขคณิต ซึ่งแจ้ง  
 ให้นักเรียนทราบว่า แบบทดสอบฉบับที่ 5 ให้ทำเป็นรายบุคคล ไม่ให้ช่วยเหลือกันและต้องทำให้เสร็จตามเวลา  
 กำหนด

2. นักเรียนตรวจความถูกต้องของแบบทดสอบจากบัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 5

### ขั้นที่ 4 ประเมินความก้าวหน้า

ครูนำผลการทดสอบหลังแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ฉบับที่ 5 มาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของ  
 นักเรียนแต่ละคนของกลุ่ม โดยคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนคิดได้จากนำคะแนนการทดสอบหลังการ  
 จัดการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 แต่ละคนคิดเป็นร้อยละ แล้วนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน ซึ่งได้  
 จากคะแนนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 แล้วคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สำหรับ  
 ความก้าวหน้าของกลุ่ม คิดได้จากคะแนนการพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่มแล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม  
 คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ถือเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม มีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

คะแนนทดสอบฉบับที่ 5	คะแนนการพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	5
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐานไม่เกิน 10 คะแนน	10
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและเสริมแรงกลุ่มที่ได้รับรางวัล

เกณฑ์การตัดสิน เกณฑ์ในการตัดสินว่ากลุ่มใดที่ควร ได้รับการยกย่อง หรือยอมรับจาก  
 คะแนนรวมของคนในกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน จำแนกดังนี้

1. กลุ่มที่ได้คะแนน 5 – 9 คะแนน อยู่ในระดับ เก่ง

- |                     |               |             |           |
|---------------------|---------------|-------------|-----------|
| 2. กลุ่มที่ได้คะแนน | 10 – 14 คะแนน | อยู่ในระดับ | เก่งมาก   |
| 3. กลุ่มที่ได้คะแนน | 15 – 20 คะแนน | อยู่ในระดับ | ยอดเยี่ยม |

**ขั้นสรุป** นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุป ความหมายของลำดับเลขคณิต การหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตได้จากบทนิยามของลำดับเลขคณิตดังนี้

#### บทนิยาม

ลำดับเลขคณิต คือลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วย  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่าผลต่างร่วม (Common Difference)

### 10. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

#### 10.1 สื่อ / อุปกรณ์การสอน

- |                                   |       |    |     |
|-----------------------------------|-------|----|-----|
| - ใบความรู้ที่ 5.1, 5.2           | จำนวน | 40 | ชุด |
| - แบบฝึกทักษะที่ 5.1, 5.2         | จำนวน | 40 | ชุด |
| - บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.1, 5.2 | จำนวน | 10 | ชุด |
| - แบบทดสอบฉบับที่ 5               | จำนวน | 40 | ชุด |
| - เฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 4           | จำนวน | 10 | ชุด |

#### 10.2 แหล่งเรียนรู้

- การสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต
- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสำนักงานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

### 11. การวัดและประเมินผล

11.1 ผู้ประเมิน  ครู  นักเรียน  ผู้ปกครอง

11.2 สิ่งที่ต้องประเมิน คือ สมรรถภาพของผู้เรียน ได้แก่

11.2.1 ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบทดสอบ

11.2.2 ทักษะ/กระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน

คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมการเรียน

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b> 1. ความรู้ 2. ความเข้าใจ 3. การนำไปใช้ 4. การวิเคราะห์ 5. การสังเคราะห์ 6. การประเมินค่า	- บอกรับทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ - อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ - นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง - แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ - รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปเป็นองค์ความรู้ - สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	ใบกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 5.1 – 5.2 แบบทดสอบ ฉบับที่ 5
<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิ ที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	แบบตรวจผลงาน
<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. ทำงานเป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความรอบคอบ 4. มีความรับผิดชอบ 5. มีวิจรรย์ญาณ 6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง 7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์	- รู้จักในการวางแผนทำงาน - แต่งกาย กิริยา วาจา ความซื่อสัตย์ - ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน - ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา - ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรองเหมาะสม - กล้าแสดงออกในทางที่ดี - ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม

เกณฑ์การวัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน	มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนน ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน	มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรม แสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน	มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ

### 11.3 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

### 11.4 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
60-79	ดี
50-59	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. สรุปผลการเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ .....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ.....

.....  
.....  
.....  
.....

1.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ .....

.....  
.....  
.....

2. แนวทางการแก้ไขและพัฒนา .....

.....  
.....  
.....

3. ข้อคิดเห็นอื่นๆ .....

.....  
.....

ลงชื่อ .....

( นายปิยะชัย อาสาสอน )

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

## ภาคผนวกท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

- ใบความรู้ที่ 5.1
- ใบความรู้ที่ 5.2
- แบบฝึกทักษะที่ 5.1
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.1
- แบบฝึกทักษะที่ 5.2
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.2
- แบบทดสอบฉบับที่ 4
- บัตรบันทึกผลการสังเกตพฤติกรรม



## ใบความรู้ที่ 5.1

เรื่อง ลำดับเลขคณิต ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

### ลำดับเลขคณิต

#### บทนิยาม

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่า คงตัวนี้เรียกว่า ผลต่างร่วม (Common Difference)

ตัวอย่างของลำดับเลขคณิต

1) 1, 8, 15, 22, 29, ... ผลต่างร่วมคือ  $8 - 1 = 15 - 8 = 22 - 15 = 29 - 22 = 7$

2) 1, 4, 7, 10, 13, ... ผลต่างร่วมคือ  $4 - 1 = 7 - 4 = 10 - 7 = 13 - 10 = 3$

3) -1, -6, -11, -16, ... ผลต่างร่วมคือ  $-6 - (-1) = -6 + 1 = -5$

4)  $-7, 4\frac{1}{2}, -2, \frac{1}{2}, \dots$  ผลต่างร่วมคือ  $\frac{1}{2} - (-2) = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$

5)  $x, x + 2, x + 4, \dots$  ผลต่างร่วมคือ  $x + 2 - x = 2$

ในกรณีทั่วไป ถ้า  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n \dots$  เป็นลำดับเลขคณิต มี  $d$  เป็นผลต่างร่วม ซึ่ง  $d = a_{n-1} - a_n$  แล้วพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตหาได้ดังนี้

ให้  $a_1$  เป็นพจน์แรก และ  $d$  เป็นผลต่างร่วม จะเขียนพจน์อื่นๆ ในรูป  $a_1$  และ  $d$  ได้ดังนี้

$$a_n = a_1 + d$$

$$a_n = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_n = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

⋮

$$a_n = a_{n-1} + d$$
$$= (a_1 + (n-2)d) + d$$

$$= a_1 + (n-2+1)d$$

$$= a_1 + (n-1)d$$

จะได้พจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต หรือ  $a_n = a_1 + (n-1)d$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต  $-1, 6, 13, \dots$

วิธีทำ จากลำดับเลขคณิต  $-1, 6, 13, \dots$

ที่มี  $a_n = -1, d = 6 - (-1) = 7, a_3 = 13$

จะได้  $a_4 = a_3 + d = 13 + 7 = 20$

$$a_5 = a_4 + d = 20 + 7 = 27$$

$$a_6 = a_5 + d = 27 + 7 = 34$$

$$a_7 = a_6 + d = 34 + 7 = 41$$

ดังนั้นสี่พจน์ถัดไปของลำดับเลขคณิต คือ  $20, 27, 34, 41$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ 40 ของลำดับเลขคณิต  $1, 5, 9, 13, \dots$

วิธีทำ จากลำดับเลขคณิต  $1, 5, 9, 13, \dots$

มี  $a_1 = 1, d = 4$

และจาก  $a_{40} = a_1 + 39d$

จะได้  $a_{40} = 1 + 39(4) = 1 + 159 = 160$

ดังนั้นพจน์ที่ 40 ของลำดับเลขคณิต คือ  $160$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต  $6, 2, -2, -6, \dots$

วิธีทำ จากลำดับเลขคณิต  $6, 2, -2, -6, \dots$

จะได้  $a_1 = 6, d = -4$

และจาก  $a_n = a_1 + (n-1)d$

จะได้  $a_n = 6 + (n-1)(-4)$

$$= 6 - 4n + 4$$

$$= 10 - 4n$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต หรือ  $a_n = 10 - 4n$

## แบบฝึกทักษะที่ 5.1

### เรื่อง ลำดับเลขคณิต ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สาระ : จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

#### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต พร้อมทั้งหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิตได้

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของลำดับเลขคณิตได้อย่างถูกต้อง
2. หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตได้อย่างถูกต้อง

#### คำชี้แจง

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปราย ช่วยกันคิดประเด็นคำถามเพื่อหาคำตอบแล้วบันทึกผลลงในใบงาน
2. เลขานุการกลุ่มบันทึกผลการอภิปรายของสมาชิกในกลุ่ม
3. แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

.....

#### 1. จงเขียนสี่พจน์แรกและพจน์ที่ $n$ ของลำดับเลขคณิต จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1)  $a_1 = 2, d = 4$

1.2)  $a_1 = 3, d = 5$

1.3)  $a_1 = \frac{1}{2}, d = \frac{1}{2}$

1.4)  $a_1 = \frac{5}{2}, d = -\frac{3}{2}$

#### 2. จงเติมตัวเลขลงในช่องว่างของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

2.1)  $55, \dots, \dots, \dots, 115$

2.2)  $-8, \dots, \dots, 3$

2.3)  $-10, \dots, \dots, \dots, \dots, 2$

2.4)  $2, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, 20$

2.5)  $\dots, 49, \dots, \dots, 28$

2.6)  $\dots, -6, \dots, \dots, 15, \dots$

## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.1

เรื่อง ลำดับเลขคณิต ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา 32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

1. จงเขียนสี่พจน์แรกและพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้

วิธีทำ 1.1) เนื่องจาก  $a_1 = 2$  ,  $d = 4$   
จะได้  $a_2 = 2 + 4 = 6$   
 $a_3 = 6 + 4 = 10$   
 $a_4 = 10 + 4 = 14$   
และจาก  $a_n = a_1 + (n - 1) d$   
จะได้  $a_n = 2 + (n - 1)(4)$   
 $= 2 + 4n - 4$   
 $= 4n - 2$

ดังนั้นสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้คือ 2, 6, 10, 14 และ  $a_n = 4n - 2$

1.2) เนื่องจาก  $a_1 = 3$  ,  $d = 5$   
จะได้  $a_2 = 3 + 5 = 8$   
 $a_3 = 8 + 5 = 13$   
 $a_4 = 13 + 5 = 18$   
และจาก  $a_n = a_1 + (n - 1) d$   
จะได้  $a_n = 3 + (n - 1)(5)$   
 $= 3 + 5n - 5$   
 $= 5n - 2$

ดังนั้นสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้คือ 3, 8, 13, 18 และ  $a_n = 5n - 2$

1.3) เนื่องจาก  $a_1 = \frac{1}{2}$  ,  $d = \frac{1}{2}$   
จะได้  $a_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
 $= \frac{2}{2}$   
 $= 1$

$$a_3 = 1 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$a_4 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= 2$$

และจาก  $a_n = a_1 + (n-1)d$

จะได้  $a_n = \frac{1}{2} + (n-1)\left(\frac{1}{2}\right)$

$$= \frac{1}{2}(1+n-1)$$

$$= \frac{1}{2}n$$

$$a_n = \frac{1}{2}n$$

ดังนั้นลำดับแรกของลำดับเลขคณิตนี้คือ  $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2$  และ  $a_n = \frac{1}{2}n$

1.4) เนื่องจาก  $a_1 = \frac{5}{2}, d = \frac{3}{2}$

จะได้  $a_2 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}$

$$= \frac{8}{2}$$

$$= 4$$

$$a_3 = 4 + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{11}{2}$$

$$a_4 = \frac{11}{2} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{14}{2}$$

$$= 7$$

และจาก  $a_n = a_1 + (n-1)d$

จะได้  $a_n = \frac{5}{2} + (n-1)\left(\frac{3}{2}\right)$

$$= \frac{5}{2} - \frac{3n}{2} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{5-3n+3}{2}$$

$$= \frac{8-3n}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{2}(8-3n)$$

ดังนั้นลำดับแรกของลำดับเลขคณิตนี้คือ  $\frac{5}{2}, 4, \frac{11}{2}, 7$  และ  $a_n = \frac{1}{2}(8-3n)$

2. จงเติมตัวเลขลงในช่องว่างของลำดับเลขคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

2.1) 55 , ..... , ..... , ..... , 115

2.2) -8 , ..... , ..... , 3

2.3) -10 , ..... , ..... , ..... , ..... , 2

2.4) 2 , ..... , ..... , ..... , ..... , ..... , 20

2.5) ..... , 49 , ..... , ..... , 28

2.6) ..... , -6 , ..... , ..... , 15 , .....

วิธีทำ 2.1) เนื่องจาก  $a_1 = 55, a_5 = 115$   
และจาก  $a_5 = a_1 + 4d$   
จะได้  $4d = 115 - 55$   
 $d = \frac{60}{4}$   
 $= 15$

ดังนั้นลำดับนี้คือ 55 , 70 , 85 , 100 , 115

วิธีทำ 2.2) เนื่องจาก  $a_1 = -8, a_4 = 3$   
และจาก  $a_4 = a_1 + 3d$   
จะได้  $3 = -8 + 3d$   
 $3d = 3 + 11$   
 $d = \frac{11}{3}$

ดังนั้นลำดับนี้คือ -8 ,  $-\frac{13}{3}$  ,  $-\frac{2}{3}$  , 3

วิธีทำ 2.3) เนื่องจาก  $a_1 = -10 , a_6 = 2$   
และจาก  $a_6 = a_1 + 5d$   
จะได้  $2 = -10 + 5d$   
 $d = \frac{12}{5}$

ดังนั้นลำดับนี้คือ -10 ,  $-\frac{38}{5}$  ,  $-\frac{26}{5}$  ,  $-\frac{14}{5}$  ,  $-\frac{2}{5}$  , 2

วิธีทำ 2.4) เนื่องจาก  $a_1 = 2 , a_7 = 20$   
และจาก  $a_7 = a_1 + 6d$   
จะได้  $20 = 2 + 6d$   
 $d = 3$

ดังนั้นลำดับนี้คือ 2 , 5 , 8 , 11 , 14 , 17 , 20

วิธีทำ 2.5) เนื่องจาก  $a_2 = -6$   
 จะได้  $-6 = a_1 + d$  ..... (1)  
 และ  $a_5 = 15$   
 จะได้  $15 = a_1 + 4d$  ..... (2)  
 (2) – (1) จะได้  $21 = 3d$   
 $d = 7$

แทนค่า  $d$  ใน (1) จะได้  $a_1 = -13$   
 ดังนั้นลำดับนี้คือ  $-13, -6, 1, 8, 15, 22$

วิธีทำ 2.6) เนื่องจาก  $a_2 = 49$   
 จะได้  $-6 = a_1 + d$  ..... (1)  
 และ  $a_5 = 28$   
 จะได้  $28 = a_1 + 4d$  ..... (2)  
 (2) – (1) จะได้  $-21 = 3d$   
 $d = -7$

แทนค่า  $d$  ใน (1) จะได้  $a_1 = 56$   
 ดังนั้นลำดับนี้คือ  $56, 49, 42, 35, 28$

\*\*\*\*\*

## แบบฝึกทักษะที่ 5.2

เรื่อง การหาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิต เมื่อกำหนดพจน์ใดของลำดับเลขคณิตให้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

**บทนิยาม** ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้ เรียกว่า ผลต่างร่วม (Common Difference)

ตัวอย่างของลำดับเลขคณิต

- 1)  $y, y-2, y-4, \dots$  ผลต่างร่วม คือ  $(y-4) - (y-2) = -2$
- 2)  $-7, -5, -3, -1, \dots$  ผลต่างร่วม คือ  $(-5) - (-7) = 2$
- 3)  $3, 6, 9, 12, \dots$  ผลต่างร่วม คือ  $(12-9) = (9-6) = (6-3) = 3$

กำหนดให้  $a_{n+1}$  แทน พจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต

$a_1$  แทน พจน์ที่ 1 ของลำดับเลขคณิต

$d$  แทน ผลต่างร่วม

จะได้  $a_{n+1} = a_n + d$

แทน  $n=1$  จะได้  $a_2 = a_1 + d$

เมื่อ  $n=2$  จะได้  $a_3 = a_1 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$

เมื่อ  $n=3$  จะได้  $a_4 = a_1 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$

ซึ่งสรุปได้ว่า  $a_2 = a_1 + d, a_3 = a_1 + 2d, a_4 = a_1 + 3d \dots, a_n = a_1 + (n-1)d$

ดังนั้นลำดับเลขคณิตสามารถเขียนในรูปการแจกพจน์ได้เป็น

$$a_1, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots, a_1 + (n-1)d, \dots$$

สามารถหาพจน์ที่ 1 ผลต่างร่วม, จำนวนพจน์ที่อยู่ระหว่างพจน์ 2 พจน์ ที่กำหนดให้เรียกเป็นลำดับเลขคณิต ดังตัวอย่างที่ 1 – 6 ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี  $a_4 = 26$  และ  $a_9 = 61$

วิธีทำ

จาก  $a_4 = a_1 + 3d$

จะได้  $26 = a_1 + 3d$  ..... (1)

และ  $a_9 = a_1 + 8d$

จะได้  $61 = a_1 + 8d$  ..... (2)



$$(2) - (1) \text{ จะได้ } 35 = 5d$$

$$d = 7$$

$$\text{แทนค่า } d = 7 \text{ ใน (1) จะได้ } 26 = a_1 + 3(7)$$

$$a_1 = 26 - 21$$

$$= 5$$

ดังนั้นลำดับเลขคณิตนี้ มี  $a_1 = 5$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาจำนวนที่อยู่ระหว่าง 6 ถึง 10 ที่ทำให้จำนวนทั้งสามเป็นพจน์สามพจน์เรียงกันในลำดับเลขคณิต

วิธีทำ ให้  $a$  เป็นจำนวนดังกล่าว จะได้ลำดับ 6,  $a$ , 10 เป็นลำดับเลขคณิต

$$\text{จะได้ } a - 6 = 10 - a$$

$$2a = 10 + 6$$

$$a = \frac{16}{2}$$

$$= 8$$

ดังนั้นจำนวนที่ต้องการคือ 8

ตัวอย่างที่ 3 ถ้า 2 และ 26 เป็นพจน์สองพจน์ของลำดับเลขคณิตที่มีพจน์อีกสามพจน์เรียงอยู่ระหว่างพจน์ทั้งสองนี้ จงหาพจน์สามพจน์นี้

วิธีทำ ให้  $a_1 = 2$  และ  $a_5 = 26$

$$\text{จาก } a_5 = a_1 + 4d$$

$$\text{จะได้ } 26 = 2 + 4d$$

$$d = 6$$

ดังนั้นสามพจน์นี้คือ  $2 + 6, 2 + 2(6), 2 + 3(6)$  หรือ 8, 14, 20

ตัวอย่างที่ 4 จงหาว่าระหว่าง 7 กับ 1610 มีจำนวนที่ 6 หารลงตัวกี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนแรกที่ยังมากกว่า 7 และ 6 หารลงตัว คือ 12

เนื่องจาก 1610 หารด้วย 6 ได้ผลหาร 268 เหลือเศษ 2

แสดงว่าจำนวนที่มากที่สุดที่ 6 หารลงตัว และน้อยกว่า 1610

คือ  $1610 - 2 = 1608$  จะได้ว่าจำนวนระหว่าง 7 กับ 1610 ที่ 6 หารลงตัว

เป็นลำดับเลขคณิต 12, 18, 24, 30, ..., 1608

ซึ่ง  $a_1 = 12, d = 6$  และ  $a_n = 1608$

และจาก  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$\text{จะได้ } 1608 = 12 + (n-1)(6)$$

$$(n-1)(6) = 1608 - 12$$

$$= 1596$$

$$n-1 = \frac{1596}{6}$$

$$= 266$$

$$n = 266 + 1$$

$$= 267$$

หมายถึงลำดับนี้มีทั้งหมด 267 พจน์

ดังนั้นระหว่าง 7 กับ 1610 ที่ 6 หารลงตัวมีทั้งหมด 267 จำนวน

ตัวอย่างที่ 5 จิตนราเริ่มต้นทำงานเป็นผู้ช่วยพยาบาลแห่งหนึ่งได้รับเงินเดือนในเดือนแรก 7,000 บาท ถ้าจิตนราได้รับเงินเดือนเพิ่มขึ้นปีละ 700 บาท ถามว่าอีก 10 ปีถัดไป จิตนราจะได้รับเงินเดือน เดือนละเท่าไร

วิธีทำ เงินเดือนที่จิตนราได้รับแต่ละปี คือ 7,000, 7,700, 8,400, 9,100, ...,  $a_{11}$

มีอัตราการเพิ่มเงินเดือนแต่ละปีเพิ่มเท่ากันตลอด

$$\text{จากลำดับจะได้ } a_1 = 7,000, d = 700, n = 11$$

$$\text{และ } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{จะได้ } a_{11} = 7,000 + (11-1)700$$

$$= 7,000 + 10(700)$$

$$= 14,000 \text{ บาท}$$

ดังนั้นอีก 10 ปีถัดไป จิตนราจะได้รับเงินเดือนเดือนละ 14,000 บาท

ตัวอย่างที่ 6 ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิต คือ 20, 15, 10 ตามลำดับแล้ว -75 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับนี้

วิธีทำ จากลำดับเลขคณิต 20, 15, 10, ..., -75 และ  $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\text{จะได้ } -75 = 20 + (n-1)(-5)$$

$$n-1 = \frac{-75-20}{-5}$$

$$= 19$$

$$n = 20$$

ดังนั้น -75 เป็นพจน์ที่ 20 หรือ  $a_{20} = -75$

\*\*\*\*\*

แบบฝึกทักษะที่ 5.2

เรื่อง ลำดับเลขคณิต ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

1. จงเขียนสี่พจน์แรกและพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1)  $a_1 = 2, d = 5$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1.2)  $a_1 = 15, d = -2$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1.3)  $a_1 = 2, d = \frac{1}{2}$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1.4)  $a_1 = \frac{19}{2}, d = -\frac{3}{2}$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5.2

เรื่อง ลำดับเลขคณิต ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
สาระ จำนวนพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

1. จงเขียนสี่พจน์แรกและพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1) เพราะว่า  $a_1 = 2, d = 5$

ดังนั้น  $a_2 = 2 + 5 = 7$

$$a_3 = 7 + 5 = 12$$

$$a_4 = 12 + 5 = 17$$

สี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ 5, 7, 12, 17

1.2)  $a_1 = 15, d = -2$

จะได้  $a_2 = 15 + (-2) = 13$

$$a_3 = 13 + (-2) = 11$$

$$a_4 = 11 + (-2) = 9$$

สี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ 15, 13, 11, 9

1.3)  $a_1 = 2, d = \frac{1}{2}$

จะได้  $a_2 = 2 + \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$

$$a_3 = \frac{5}{2} + \left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$a_4 = 3 + \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ 2,  $\frac{5}{2}$ , 3,  $\frac{7}{2}$

1.4)  $a_1 = \frac{19}{2}, d = -\frac{3}{2}$

จะได้  $a_2 = \frac{19}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right) = 8$

$$a_3 = 8 + \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{15}{2}$$

$$a_4 = \frac{15}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right) = 6$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกของลำดับนี้คือ  $\frac{19}{2}$ , 8,  $\frac{15}{2}$ , 6

เฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 5

เรื่อง การหาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิต เมื่อกำหนดพจน์ใดของลำดับเลขคณิตให้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค321021 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง ทำเครื่องหมายกากบาทลงในกระดาษคำตอบของข้อ  
ต่อไปนี้

- ลำดับ  $3, 7, 11, 15, \dots$  ข้อใดคือ 3 พจน์ถัดไปของลำดับนี้
  - 17, 19, 21
  - 16, 17, 18
  - 18, 21, 24
  - 19, 23, 27
- กำหนดลำดับเลขคณิต  $6, 13, 20, 27, \dots$  มีพจน์ทั่วไป  $(a_n)$  คือข้อใด
  - $a_n = 7n - 1$
  - $a_n = 4n - 1$
  - $a_n = 7n - 13$
  - $a_n = 7n + 1$
- ข้อใดคือพจน์สองพจน์ที่อยู่ระหว่าง 7 และ -8 และทำให้เป็นลำดับเลขคณิต
  - 2, -3
  - 2, 2
  - 3, -2
  - 1, -5
- ข้อใดคือผลบวกของพจน์สองพจน์ที่อยู่ระหว่าง 7 และ -8 ในข้อ 3
  - 2
  - 0
  - 1
  - 4

5. กำหนดลำดับเลขคณิต 6, 13, 20, 27, ... ข้อใดคือพจน์ที่ 21 ของลำดับนี้
- ก. 126
  - ข. 136
  - ค. 146
  - ง. 153
6. กำหนดลำดับเลขคณิต 45, 37, 29, ... ข้อใดคือพจน์ที่ 9 ของลำดับนี้
- ก. 3
  - ข. -3
  - ค. 19
  - ง. -19
7. ถ้าลำดับเลขคณิต 9,  $a+7$ ,  $a+14$ ,  $a+21$ , ... พจน์ที่ 15 ของลำดับนี้เป็นเท่าใด
- ก.  $a + 98$
  - ข.  $a + 175$
  - ค.  $a - 7$
  - ง.  $7a + 15$
8. ข้อใดคือพจน์ที่ 1 ของลำดับที่มี 13 พจน์ระหว่าง 100 ถึง 1,000
- ก. 103
  - ข. 104
  - ค. 105
  - ง. 106
9. ข้อใดคือพจน์สุดท้ายของลำดับที่อยู่ระหว่าง 100 และ 1,000 ที่หารด้วย 13 ลงตัว
- ก. 999
  - ข. 998
  - ค. 988
  - ง. 978
10. จำนวนที่อยู่ระหว่าง 100 – 1,000 ที่หารด้วย 13 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน
- ก. 39 จำนวน
  - ข. 49 จำนวน
  - ค. 59 จำนวน
  - ง. 69 จำนวน



แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. การแก้ปัญหา										
2. การให้เหตุผล										
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ										
4. การเชื่อมโยงความรู้										
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

- ดีมาก            ได้คะแนน 5
- ดี                    ได้คะแนน 4
- พอใช้            ได้คะแนน 3
- ปรับปรุง        ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ



แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ										
2. มีระเบียบวินัย										
3. มีความรอบคอบ										
4. มีความรับผิดชอบ										
5. มีวิจรรย์ญาณ										
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง										
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคุณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครุชำนานุกรการพิเศษ

แบบบันทึกคะแนน

กิจกรรม เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่องย่อย ลำดับเลขคณิต

เวลา 2 ชั่วโมง

1. สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค.1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

3. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ข้อ 5

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

4. สาระสำคัญ

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า “ผลต่างร่วม” (Common difference)

ตัว  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตมี  $d$  เป็นผลต่างร่วม ยัง  $d = a_{n+1} - a_n$  แล้วพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต หรือ  $a_n = a_1 + (n-1)d$

5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต พร้อมทั้งหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิตได้

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6.1.1 บอกความหมายของลำดับเลขคณิตได้อย่างถูกต้อง

6.1.2 หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตได้อย่างถูกต้อง

6.1.3 หาพจน์ที่ 1 ผลต่างร่วม ( $d$ ) และพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิตได้

6.1.4 หาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิตเมื่อกำหนดพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับเลขคณิตได้

6.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

6.2.1 การแก้ปัญหา

6.2.2 การให้เหตุผล

6.2.3 การสื่อสาร - สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

6.2.4 การเชื่อมโยงความรู้

- 6.2.5 ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
- 6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีความสามารถ
  - 6.3.1 ทำงานเป็นระบบ
  - 6.3.2 มีระเบียบวินัย
  - 6.3.3 มีความรอบคอบ
  - 6.3.4 มีวิจารณญาณ
  - 6.3.5 มีความรับผิดชอบ
  - 6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 7. ตารางการเรียนรู้ (ชั่วโมงที่ 8 – 9)

- 7.1 การหาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิต
- 7.2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเลขคณิต

## 8. การบูรณาการตามแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

**8.1 ความพอประมาณ** หลังจากนักเรียนได้ศึกษา เรื่องลำดับเลขคณิต ในใบความรู้ / แบบฝึกทักษะ / แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ / เอกสารแนะแนวทาง ที่พอเพียงกับเวลาและความสนใจของนักเรียน

**8.2 ความมีเหตุผล** นักเรียนได้รู้จักการคิดวิเคราะห์ จำแนกการหาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิต และการนำความรู้เรื่องลำดับเลขคณิต ไปแก้โจทย์ปัญหาได้คำตอบที่สมเหตุสมผลกับข้อคำถาม

**8.3 ความมีภูมิคุ้มกัน** นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง การหาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิต และนำความรู้เรื่องลำดับเลขคณิต ไปเป็นภูมิคุ้มกันในการเรียนเรื่อง “อนุกรมเลขคณิต” ซึ่งเป็นเนื้อหาที่จะศึกษาต่อไป

**8.4 เงื่อนไขคุณธรรม** มีนิสัยให้อภัย มีความสามัคคีช่วยเหลือพึ่งพาและยอมรับฟังความคิดเห็นของสมาชิกในกลุ่ม มีความซื่อสัตย์ต่อกฎกติกาของการทำงาน ไม่ลอกเลียนตัวอย่างจากเพื่อน มีน้ำใจต่อสมาชิกพร้อมที่จะช่วยเหลือ

**8.5 เงื่อนไขความรู้** นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตไปใช้ในการศึกษาเนื้อหาที่เกี่ยวข้องต่อไปในเรื่อง “อนุกรมเลขคณิต”

## 9. กระบวนการจัดการเรียนรู้ (กิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD)



ชั่วโมงที่ 8 เรื่อง การหาพจน์ที่ 1 ผลต่างร่วม จำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิต

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่



1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน เรื่องลำดับเลขคณิตและการหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับเลขคณิต โดยครูใช้คำถามตั้งคำถาม ให้นักเรียนตอบจากลำดับที่ครู

กำหนดลำดับเลขคณิต 4, 10, 16, 22, ... มีพจน์ทั่วไปเท่าไร โดยให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ต่างๆ กับพจน์ที่ 1 และผลต่างร่วม (d) ดังนี้

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 4 & \text{และ } d &= 10 - 4 = 16 - 10 = 22 - 16 = 6 \\
 a_2 &= 10 & &= 4 + 6 & &= 4 + (1)6 = a_1 + (2 - 1)d \\
 a_3 &= 16 & &= (4 + 6) + 6 & &= 4 + (2)6 = a_1 + (3 - 1)d \\
 a_4 &= 22 & &= (4 + 6 + 6) + 6 & &= 4 + (3)6 = a_1 + (4 - 1)d
 \end{aligned}$$

⋮

พิจารณาลักษณะร่วมนำเข้าไปสู่ข้อสรุปได้ว่า

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

### ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยเดิมทำการเลือกประธานและเลขานุการใหม่โดยการหมุนเวียนสลับหน้าที่กัน ในระหว่างสมาชิกของกลุ่มย่อย
2. สมาชิกกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้ที่ 6.1 แล้วร่วมกันทำแบบฝึกทักษะที่ 6.1 โดยให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด และให้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน จนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถที่จะตอบคำถามและอธิบายประกอบคำตอบได้ทุกคำถามในแบบฝึกทักษะที่ 6.1
3. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรม ครูคอยสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของนักเรียนในด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำ ตอบข้อคำถามของนักเรียน
4. นักเรียนแลกเปลี่ยนกระดาษแบบฝึกทักษะที่ 6.1 โดยครูเฉลยเฉพาะคำตอบให้นักเรียนตรวจคำตอบ และติบัตริเฉลยคำตอบที่แสดงวิธีทำบนบอร์ดป้ายนิเทศหน้าห้องเรียน ให้นักเรียนกลุ่มที่สงสัยหรือมีปัญหาไปตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบนี้ได้หลังหมดกิจกรรมการเรียนรู้นอกห้องเรียน



### เรื่อง โจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต

#### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน เรื่องลำดับเลขคณิตและการหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับเลขคณิต โดยครูใช้คำถามตั้งคำถาม ให้นักเรียนตอบจากลำดับที่ครู

กำหนดลำดับเลขคณิต 4, 10, 16, 22, ... มีพจน์ทั่วไปเท่าไร โดยให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ต่างๆ กับพจน์ที่ 1 และผลต่างร่วม (d) ดังนี้

$$\begin{aligned}a_1 &= 4 && \text{และ } d = 10 - 4 = 16 - 10 = 22 - 16 = 6 \\a_2 &= 10 && = 4 + 6 = 4 + (1)6 = a_1 + (2 - 1)d \\a_3 &= 16 && = (4 + 6) + 6 = 4 + (2)6 = a_1 + (3 - 1)d \\a_4 &= 22 && = (4 + 6 + 6) + 6 = 4 + (3)6 = a_1 + (4 - 1)d \\&&& \vdots\end{aligned}$$

พิจารณาลักษณะร่วมนำไปสู่ข้อสรุปได้ว่า

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

### ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. นักเรียนกลุ่มต่างๆ บันทึกคะแนนแบบฝึกที่ 6.1 ของตนเอง และคะแนนกลุ่มส่งครูผู้สอนชั่วโมงที่ 9 เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเลขคณิต

2. ครูแจกใบความรู้ที่ 6.2 ให้นักเรียนศึกษาไปพร้อมๆ กับการอธิบายประกอบตัวอย่างในใบความรู้ที่ 6.2 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต หลังจากนั้นให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 6.2 ครูกำชับนักเรียนให้แบ่งหน้าที่รับผิดชอบและต้องทำใบฝึกให้เสร็จตามเวลาที่กำหนด

3. นักเรียนกลุ่มต่างๆ ตรวจสอบแบบฝึกทักษะที่ 6.2 จากบัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.2 ข้อใดไม่เข้าในครูช่วยอธิบายประกอบการเฉลยในบัตรเฉลย

### ขั้นที่ 3 ขั้นทดสอบย่อย

1. ครูแจกกระดาษคำตอบและแบบทดสอบฉบับที่ 6 พร้อมทั้งชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า การทำแบบทดสอบให้ทำเป็นรายบุคคล ไม่ให้ช่วยเหลือกันและทำตามเวลาที่กำหนด

2. ครูให้นักเรียนแลกเปลี่ยนคำตอบกันตรวจคำตอบที่ถูกต้องของแบบทดสอบฉบับที่ 6 จากบัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 6 ถ้าทำถูกได้ 1 คะแนนต่อ 1 ข้อ ถ้าทำผิดได้ 0 คะแนนต่อ 1 ข้อ

### ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนแบบทดสอบฉบับที่ 6 มาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนและของกลุ่ม โดยคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนคิดได้จากคะแนนที่ได้ในแบบทดสอบฉบับที่ 6 ของแต่ละคน คิดเป็นร้อยละ

ละ แล้วนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน ซึ่งได้จากคะแนนความก้าวหน้าในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 คิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้

สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่มคิดได้จาก ผลรวมของคะแนนการพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่ม แล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม มีเกณฑ์พิจารณาดังนี้

คะแนนทดสอบฉบับที่ 5	คะแนนการพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	5
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐานไม่เกิน 10 คะแนน	10
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

หมายเหตุ คะแนนที่นำมาเปรียบเทียบความก้าวหน้า จะต้องมาจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน

คะแนน “ฐาน” อาจใช้คะแนนรวมเพื่อตัดสินผลการเรียนในระดับชั้นที่ผ่านมา

### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและเสริมแรงกลุ่มที่ได้รับรางวัล

เกณฑ์การตัดสิน เกณฑ์ในการตัดสินว่า กลุ่มที่ควรได้รับการยกยอ หรือยอมรับคะแนนรวมของแต่ละคนในกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน จำแนกได้ดังนี้

1. กลุ่มที่ได้คะแนน	5 – 9 คะแนน	อยู่ในระดับ	เก่ง
2. กลุ่มที่ได้คะแนน	10 – 14 คะแนน	อยู่ในระดับ	เก่งมาก
3. กลุ่มที่ได้คะแนน	15 – 20 คะแนน	อยู่ในระดับ	ยอดเยี่ยม

### ขั้นสรุป

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมสรุป

1) บทนิยามของลำดับเลขคณิตได้ดังนี้

“ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้

เรียกว่า ผลต่างร่วม (Common Difference)”

2) พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

หาได้จากสูตร  $a_n = a_1 + (n-1)d$

เมื่อ  $a_1$  แทน พจน์แรกของลำดับเลขคณิต

$d$  แทน ผลต่างร่วม

$a_n$  แทน พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต

3) สามารถเขียนลำดับเลขคณิต  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ในรูปของลำดับ  $a_1, a_1 + d, (a_1 + 2d), \dots, a_1 + (n - 1)d, \dots$

เมื่อต้องการทราบพจน์แรก(พจน์ที่ 1) และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต

4) การหาจำนวนพจน์ของลำดับเลขคณิตโดยวิธีลัดได้ถ้ากำหนดพจน์แรกและพจน์สุดท้ายของ

$$\text{ลำดับ หาได้จากสูตร จำนวนพจน์} = \frac{\text{พจน์ที่ } n - \text{พจน์แรก} + 1}{d}$$

$$\text{หรือ} \quad n = \frac{a_n - a_1 + d}{d}$$

เมื่อ  $n$  แทน จำนวนพจน์ที่ต้องการหา

$a_1$  แทน พจน์แรกของลำดับเลขคณิต

$a_n$  แทน พจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต

(พจน์สุดท้ายของลำดับเลขคณิต)

## 10. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

### 10.1 สื่อ / อุปกรณ์การสอน

- ใบความรู้ที่ 6.1 จำนวน 40 ชุด
- แบบฝึกทักษะที่ 6.1 จำนวน 40 ชุด
- ใบความรู้ที่ 6.2 จำนวน 40 ชุด
- แบบฝึกทักษะที่ 6.2 จำนวน 40 ชุด
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.1, 6.2 จำนวน 40 ชุด
- หนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค42101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

### 10.2 แหล่งเรียนรู้

- การสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต
- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

## 11. การวัดและประเมินผล

### 11.1 ผู้ประเมิน

11.2 สิ่งที่ต้องประเมิน คือ สมรรถภาพของผู้เรียน ได้แก่

11.2.1 ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบทดสอบ

11.2.2 ทักษะ/กระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน

### คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมการเรียน

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
----------------	--------------------	---------------

<p><b>ความรู้ความคิด</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ความรู้</li> <li>2. ความเข้าใจ</li> <li>3. การนำไปใช้</li> <li>4. การวิเคราะห์</li> <li>5. การสังเคราะห์</li> <li>6. การประเมินค่า</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกรับทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ</li> <li>- อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ</li> <li>- นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง</li> <li>- แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ</li> <li>- รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปเป็นองค์ความรู้</li> <li>- สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้</li> </ul>	<p>ใบกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 6.1 – 6.2 แบบทดสอบ ฉบับที่ 6</p>
<p><b>ทักษะ/กระบวนการ</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. การแก้ปัญหา</li> <li>2. การให้เหตุผล</li> <li>3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ</li> <li>4. การเชื่อมโยงความรู้</li> <li>5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาได้</li> <li>- ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล</li> <li>- ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิ ที่ถูกต้อง</li> <li>- เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น</li> <li>- สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้</li> </ul>	<p>แบบตรวจผลงาน</p>
<p><b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ทำงานเป็นระบบ</li> <li>2. มีระเบียบวินัย</li> <li>3. มีความรอบคอบ</li> <li>4. มีความรับผิดชอบ</li> <li>5. มีวิจรรย์ญาณ</li> <li>6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง</li> <li>7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- รู้จักในการวางแผนทำงาน</li> <li>- แต่งกาย กิริยา วาจา ความซื่อสัตย์</li> <li>- ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน</li> <li>- ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา</li> <li>- ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรองเหมาะสม</li> <li>- กล้าแสดงออกในทางที่ดี</li> <li>- ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน</li> </ul>	<p>แบบสังเกตพฤติกรรม</p>
<p><b>เกณฑ์การวัด</b></p>	<p><b>เกณฑ์การประเมิน</b></p>	

ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน	มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนน ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน	มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรม แสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน	มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ

### 11.3 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

### 11.4 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
60-79	ดี
50-59	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ .....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

4.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ.....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

4.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ .....

.....  
.....  
.....

2. แนวทางการแก้ไขและพัฒนา .....

.....  
.....  
.....

3. ข้อคิดเห็นอื่น ๆ .....

.....  
.....

ลงชื่อ .....

( นายปิยะชัย อาสาสอน )

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ เดือน พ.ศ.

## ภาคผนวกท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

- ใบความรู้ที่ 6.1
- แบบฝึกทักษะที่ 6.1
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.1
- ใบความรู้ที่ 6.2
- แบบฝึกทักษะที่ 6.2
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.2
- แบบทดสอบฉบับที่ 6
- แบบเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 6
- บัตรบันทึกผลการสังเกตพฤติกรรม



## ใบความรู้ที่ 6.1

### เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

**บทนิยาม** ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่าผลต่างร่วม

ถ้าให้  $a_1$  แทน พจน์ที่ 1  
 $a_n$  แทน พจน์ที่  $n$   
 $d$  แทน ผลต่างร่วม

สรุป

$$a_{n+1} - a_n = d$$

$$a_{n-1} = a_n + d$$

เมื่อ แทน  $n=1$  จะได้  $a_2 = a_1 + d$

แทน  $n=2$  จะได้  $a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$

แทน  $n=3$  จะได้  $a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$

แทน  $n=4$  จะได้  $a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d$

⋮

พิจารณาลำดับรวมและนำไปสู่ข้อสรุป

$$\text{สูตร } a_n = a_1 + (n-1)d$$

เช่น กำหนดลำดับเลขคณิต 1, 4, 7, 10, 13

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4 = 1 + 3 = 1 + (2-1)3$$

$$a_3 = 7 = 4 + 3 = (1+3) + 3 = 1 + (2)3 = 1 + (3-1)3$$

$$a_4 = 10 = 7 + 3 = \{1 + 2(3)\} + 3 = 1 + (3)3 = 1 + (4-1)3$$

$$a_5 = 13 = 10 + 3 = \{1 + (3)3\} + 3 = 1 + (4)3 = 1 + (5-1)3$$

⋮

สรุปเป็นลักษณะรวมนำไปสู่ข้อสรุป

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

ตัวอย่างที่ 1

นำไปสู่การแก้ปัญหาดังตัวอย่างต่อไปนี้

กำหนดให้ลำดับเลขคณิต 6, 2, -2, -6, -10, ...

จงหา (1) พจน์ที่ 15

(2) พจน์ที่ n

วิธีทำ

(1) จากลำดับเลขคณิต 6, 2, -2, -6, -10, ...

$$\text{ผลต่างร่วม (d)} \quad 2 - 6 = -4$$

$$\text{จากสูตร} \quad a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\text{จะได้} \quad a_{15} = 6 + (15 - 1)(-4)$$

$$= 6 + (14)(-4)$$

$$a_{15} = 6 - 56$$

$$= -50$$

ดังนั้นพจน์ที่ 15 คือ -50

(2) จากสูตร  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$= 6 + (n - 1)(-4)$$

$$= 6 - 4n + 4$$

$$= 10 - 4n$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ  $10 - 4n$ ;  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

หรือวิธีที่ 2

ใช้การวิเคราะห์โจทย์ดังนี้

(1) ต้องการหา  $a_n$  แต่  $d = a_2 - a_1 = 2 - 6 = -4$

$$a_1 = a_1 + 14d$$

แสดงว่าจะหา  $a_1$  ได้ต้องรู้  $a_1$  และ  $d$

$$\text{ดังนั้น} \quad a_1 = 6 + 14(-4)$$

$$= 6 - 56$$

$$= -50$$

$$a_1 = 6 + (n - 1)(-4)$$

$$= 6 - 4n + 4$$

$$a_1 = 10 - 4n$$

ตัวอย่างที่ 2 ให้พจน์ที่ 6 และพจน์ที่ 20 ของลำดับเลขคณิตเท่ากับ 25 และ 81 ตามลำดับ จงหาพจน์ที่ 1 ( $a_1$ ) และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตนี้

วิธีทำ วิเคราะห์โจทย์

(1) โจทย์กำหนด  $a_6 = 25$  และ  $a_{20} = 81$

(2) โจทย์ต้องการ หา  $a_1$  และ  $d$

(3) ใช้วิธีแก้ปัญหากจากสูตร  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

(4) ดำเนินการแก้ปัญหากจากความรู้อันได้  $a_2 = a_1 + d$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

⋮

จะได้ว่า  $a_6 = a_1 + 5d$

และ  $a_{20} = a_1 + 19d$

แทนค่า  $a_6 = 25$  และ  $a_{20} = 81$  จากข้อมูลที่โจทย์กำหนด

จะได้  $a_1 + 5d = 25$  ..... (1)

$$a_1 + 19d = 81$$
 ..... (2)

(1) - (2)  $14d = 56$

$$d = \frac{56}{14}$$

∴  $d = 4$

แทนค่า  $d = 4$  ใน (1)

จะได้  $a_1 + 5(4) = 25$

$$a_1 = 25 - 20$$

$$a_1 = 5$$

ดังนั้นลำดับเลขคณิตที่มีพจน์ที่ 6 และพจน์ที่ 20 เท่ากับ 25 และ 81 มีพจน์ที่ 1 ( $a_1$ ) เท่ากับ 5 และผลต่างร่วม ( $d$ ) เท่ากับ 4

ตัวอย่างที่ 3 ถ้า 8, a, b, c, 36 เป็นพจน์ 5 พจน์ที่เรียงกันในลำดับเลขคณิต จงหาผลบวกของ a, b, และ c มีค่าเท่าไร

วิธีทำ วิเคราะห์โจทย์

(1) โจทย์กำหนดอะไร [ตอบ (1) 8, a, b, c, 36 เป็นห้าพจน์เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต]

(2) โจทย์ถามหาอะไร [ตอบ ผลบวกของ a, b, c]

(3) เขียนเป็นประโยชน์สัญลักษณ์ได้อย่างไร [ตอบ  $a + b + c = \square$ ]

(4) ดำเนินการแก้สมการหาคำตอบได้อย่างไร

[ตอบ จากสูตร  $a_n = a_1 + (n-1)d$  หรือ  $a_2 = a_1 + d$ ,  $a_5 = a_1 + 4d$ ]

วิธีทำ

$$\text{จะได้ } a_5 = a_1 + (5-1)d$$

$$36 = 8 + 4d$$

$$4d = 28$$

$$d = \frac{28}{4} = 7$$

$$\text{และ } a_2 = a = 8 + 7 = 15$$

$$a_3 = b = 15 + 7 = 22$$

$$\begin{aligned} a_4 = c &= a_3 + d \\ &= 22 + 7 \end{aligned}$$

$$\therefore c = 29$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } a + b + c &= 15 + 22 + 29 \\ &= 66 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวกของพจน์ที่ 2, 3 และ 4 คือ  $a + b + c = 66$

ตัวอย่างที่ 4

-176 เป็นพจน์ที่เท่าไรของลำดับ  $-1, -6, -11, \dots$

วิธีทำ

$\therefore -1, -6, -11, \dots$  มี  $d_1 = a_2 - a_1 = (-6) - (-1) = -5$

$$d_2 = a_3 - a_2 = (-11) - (-6) = -5$$

จะพบว่า  $d_1 = d_2$

จะได้ว่า  $-1, -6, -11, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตที่มี  $a_1 = -1$

$$d = -5$$

จากสูตร  $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$-176 = (-1) + (n-1)(-5)$$

$$= -1 - 5n + 5$$

$$5n = 176 - 1 + 5$$

$$n = \frac{180}{5}$$

$$n = 36$$

ดังนั้น -176 เป็นพจน์ที่ 36 ของลำดับ  $-1, -6, -11, \dots$

แบบฝึกทักษะที่ 6.1

เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค321021 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. จงตรวจสอบว่าลำดับในข้อต่อไปนี้ เป็นลำดับเลขคณิต ถ้าเป็นลำดับเลขคณิตให้บอกผลต่างร่วม และหาพจน์ถัดไปสามพจน์

1.1)  $1, 7, 15, 21, \dots$

.....  
.....

1.2)  $a, a+7, a+14, a+21, \dots$  เมื่อ  $a > 1$

.....  
.....

1.3)  $2, 4, 8, 16, \dots$

.....  
.....

1.4)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \dots$

.....  
.....

1.5)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

.....  
.....

1.6)  $16, 48, 80, \dots$

.....  
.....

2. จงหาพจน์ที่กำหนดให้แต่ละข้อของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

2.1) เมื่อ  $a_1=4$  และ  $d=3$  จงหา  $a_7$

.....  
.....

2.2) เมื่อ  $a_1=-9$  และ  $d=4$  จงหา  $a_7$

.....  
.....

2.3) เมื่อ  $a_1=7$  และ  $d=-3$  จงหา  $a_{11}+a_7$

.....  
.....

3. จงหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

3.1) 2, -2, -4, -7, -10, ...

.....  
.....

3.2) -11, -13, -15, -17, ...

.....  
.....

3.3)  $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$

.....  
.....

3.4) จงหาพจน์ที่ 15 ของลำดับเลขคณิต 3, 8, 13, 18, ...

.....  
.....

3.5) กำหนดลำดับเลขคณิตมี  $a_6=12$  และ  $a_{10}=16$  จงหาพจน์แรก ( $a_1$ ) และผลต่างร่วมของลำดับนี้

.....  
.....

3.6) กำหนดพจน์ที่สองและพจน์ที่สิบสองของลำดับเลขคณิตคือ 16 และ 116 จงหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) และผลต่างร่วม ( $d$ ) ของลำดับนี้

.....  
.....

3.7) กำหนดลำดับเลขคณิต 2, -3, -8, -13 แล้ว -93 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับนี้

.....  
.....

3.8) จงหาว่าระหว่าง 200 ถึง 1997 ที่ 11 หารลงตัวมีทั้งหมดกี่พจน์

.....  
.....

## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.1

### เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

เฉลย 1.

- 1.1) ไม่เป็นลำดับเลขคณิต
- 1.2) เป็นลำดับเลขคณิต มี  $d = 7$  สามพจน์ถัดไปคือ  $a + 28, a + 35, a + 42$
- 1.3) ไม่เป็นลำดับเลขคณิต
- 1.4) ไม่เป็นลำดับเลขคณิต
- 1.5) เป็นลำดับเลขคณิต มี  $d = 32$  สามพจน์ถัดไปอีกสามพจน์คือ 112, 144, 176

2.

- 2.1)  $a_7 = 23$
- 2.2)  $a_9 = 31$
- 2.3)  $a_{11} + a_7 = -34$

3.

- 3.1)  $2 - 4n; n = 1, 2, 3, 4$  และ 5
- 3.2)  $a_n = -9 - 2n; n = 1, 2, 3, \dots$
- 3.3)  $a_n = \frac{n-1}{2}; n = 1, 2, 3, \dots$
- 3.4)  $a_{15} = 73$
- 3.5)  $a_1 = 7, d = 1$
- 3.6) พจน์ที่หนึ่ง ( $a_1$ ) คือ 6 และผลต่างร่วม ( $d$ ) = 10
- 3.7) พจน์ที่ 20
- 3.8) จำนวน 162 พจน์



## ใบความรู้ที่ 6.2

### เรื่อง ลำดับเลขคณิต ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระจำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

**สาระสำคัญ** ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่ผลต่างซึ่งได้จากพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า ผลต่างร่วมเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $d$

มีสูตรในการนำไปปัญหาคือ  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

เมื่อ  $a_1$  แทน พจน์ที่ 1 ของลำดับ

$a_n$  แทน พจน์ที่  $n$  ของลำดับ

$d$  แทน ผลต่างร่วม

### จุดประสงค์การเรียนรู้

นำความรู้เรื่องลำดับเลขคณิตไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาว่าจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 500 ที่หารด้วย 3 ลงตัวมีกี่จำนวน

วิธีทำ พจน์แรกที่อยู่ระหว่าง 1 – 500 ที่ 3 หารลงตัวคือ

$$a_1 = 3$$

และพจน์สุดท้ายที่อยู่ระหว่าง 1 – 500 ที่ 3 หารลงตัวคือ

$$a_n = 498$$

จากสูตร  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$\therefore 498 = 3 + (n - 1)3$$

$$498 = 3 + 3n - 3$$

$$3n = 498$$

$$n = 166$$

ดังนั้น จำนวนพจน์ที่อยู่ระหว่าง 100 ถึง 500 ที่หารด้วย 3 ลงตัวจะมีทั้งหมด 166 พจน์

ตัวอย่างที่ 2 จงหาว่าระหว่าง 100 ถึง 500 ที่หารด้วย 5 ลงตัวจะมีพจน์ที่ 1 ( $a_1$ ) = 100

และพจน์สุดท้าย ( $a_n$ ) = 500

จากสูตร  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$500 = 100 + 5n - 5$$

$$5n = 500 - 100 - 5$$

$$n = \frac{395}{5}$$

$$n = 79$$

ดังนั้นระหว่าง 100 ถึง 500 ที่หารด้วย 5 ลงตัวมีทั้งหมด 79 พจน์

ตัวอย่างที่ 3 ผลบวกของ 4 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งเท่ากับ 40 และพจน์ที่ 4 มีค่ามากกว่าพจน์แรกอยู่ 6 จงหาสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้

วิธีทำ ให้ 4 พจน์แรกของลำดับนี้ คือ

$$a, a+d, a+2d, a+3d$$

$$\text{จะได้ } a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d) = 40$$

$$4a + 6d = 40$$

$$2a + 3d = 20 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{แต่ } (a+3d) - a = 6$$

$$3d = 6$$

$$d = \frac{6}{3}$$

$$\text{และ } d = 2$$

$$\text{ดังนั้น } 2a + 3(2) = 20$$

$$2a = 14$$

$$\therefore a = 7$$

ดังนั้นสี่พจน์แรกของลำดับตามเงื่อนไขนี้ คือ 7, 9, 11 และ 13

แบบฝึกทักษะที่ 6.2

เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. จงหาพจน์ที่ 15 ของลำดับเลขคณิต 3, 8, 13, 18, 23, ...

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี  $a_6=12$  และ  $a_{10}=16$

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาพจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิตที่มี  $a_3=20$  และ  $a_7=32$

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....







## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6.2

### เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

เฉลย 1. วิธีทำ ลำดับเลขคณิต 3, 8, 13, 18, 23, ...

มีผลต่าง (d) เป็น  $8 - 3 = 5$

$$a_1 = 3$$

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$a_{15} = 3 + (15 - 1) 5$$

$$= 3 + (14) (5)$$

$$= 73$$

ตอบ พจน์ที่ 15 ของลำดับ 3, 8, 13, 18, 23, ... คือ 73

2. วิธีทำ ลำดับเลขคณิตมี  $a_6 = 12$  และ  $a_{10} = 16$

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 + (n - 1) d$$

$$12 = a_1 + (12 - 1) d$$

$$12 = a_1 + 11d \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{และ } a_{10} = a_1 + (10 - 1) d$$

$$6 = a_1 + 9d \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ } 6 = 2d$$

$$d = \frac{6}{2}$$

$$\therefore d = 3$$

$$\text{แทนค่า } d = 3 \text{ ใน (1) จะได้ } 12 = a + 11(3)$$

$$a = 12 - 33$$

$$a = -21$$

ตอบ พจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้คือ -21

3. วิธีทำ ลำดับเลขคณิตหนึ่งมี  $a_3 = 20$  และ  $a_7 = 32$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad a_3 &= a_1 + (n-1)d \\ 20 &= a_1 + (3-1)d \\ 20 &= a_1 + 2d \\ a_1 + 2d &= 20 \quad \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad a_7 &= a_1 + 6d \\ a_1 + 6d &= 32 \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) - (2); \quad 3d &= 12 \\ d &= \frac{12}{3} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } d = 4 \text{ ใน (1) จะได้} \quad a_1 + (2)(4) &= 20 \\ a_1 &= 20 - 8 \\ \therefore a_1 &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad a_n &= a_1 + (n-1)d \\ a_{25} &= 12 + (24)(4) \\ &= 12 + 96 \\ \therefore a_{25} &= 108 \end{aligned}$$

ตอบ พจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิตที่มี  $a_3 = 20$ ,  $a_7 = 32$  คือ 108

4. วิธีทำ จากสูตร  $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_2 &= a_1 + (2-1)d \\ 16 &= a_1 + d \quad \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad a_{12} &= a_1 + 11d \\ 116 &= a_1 + 11d \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{นำ (2) - (1);} \quad 100 &= 10d \\ \therefore d &= \frac{100}{10} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } d = 10 \text{ ใน (1)} \\ \text{จะได้} \quad 16 &= a_1 + 10 \\ \text{ดังนั้น} \quad a_1 &= 16 - 10 \\ &= 6 \end{aligned}$$



แทนค่า  $a_1=6$ ,  $d=10$  ใน  $a_n$

$$\begin{aligned}\therefore a_n &= 6 + (n-1)10 \\ &= 6 + 10n - 10 \\ &= 10n - 4\end{aligned}$$

ตอบ ลำดับเลขคณิตที่มี  $a_2=16$ ,  $a_{12}=116$  มี  $d=10$ ,  $a_n=10n-4$

5. วิธีทำ ลำดับเลขคณิต  $-1, -6, -11, \dots$

$$\text{มีผลต่างร่วม } (d) = (-6) - (-1)$$

$$D = -5$$

$$\text{ให้ } a_n = -176$$

$$\text{จากสูตร } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$-176 = (-1) + (n-1)(-5)$$

$$-176 = -1 - 5n + 5$$

$$5n = 4 + 176$$

$$n = \frac{180}{5}$$

$$\therefore n = 36$$

ตอบ ลำดับเลขคณิต  $-1, -6, -11, \dots$  มีพจน์ที่ 36 เป็น  $-176$

ข้อที่ 1.6) วิธีทำ ระหว่าง 100 ถึง 1000 มีจำนวนที่ 13 หารลงตัวกี่จำนวน  
ลำดับเลขคณิตนี้คือ 104, 115, 128, ..., 988 ที่มี 13 หารได้ลงตัว

$$\therefore a_1=104, a_n = 988$$

$$\text{แทนค่าในสูตร } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{จะได้ } 988 = 104 + (n-1)13$$

$$988 = 104 + 13n + 13$$

$$988 = 91 + 13n$$

$$13n = 988 - 91$$

$$n = \frac{897}{13}$$

$$n = 69$$

ตอบ ระหว่าง 100 ถึง 1000 มีจำนวนที่ 13 หารลงตัว 69 จำนวน

ข้อที่ 1.7) วิธีทำ ให้ 5 พจน์ที่เรียงอยู่ระหว่าง 5 และ 29 เป็นลำดับเลขคณิต

คือ  $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$

ดังนั้น  $5, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, 29$  เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต

มีทั้งหมด 7 พจน์

จะได้ว่า พจน์ที่ 7 คือ 29

$$\text{ดังนั้น } a_7 = a_1 + (7 - 1)d$$

$$29 = 5 + 6d$$

$$6d = 29 - 5$$

$$d = \frac{24}{6}$$

$$d = 4$$

ดังนั้น 5 พจน์นี้คือ

$$a_2 = a_1 + d = 5 + 4 = 9$$

$$a_3 = a_2 + d = 9 + 4 = 13$$

$$a_4 = a_3 + d = 13 + 4 = 17$$

$$a_5 = a_4 + d = 17 + 4 = 21$$

$$a_6 = a_5 + d = 21 + 4 = 25$$

ดังนั้น 5 พจน์ที่อยู่ระหว่าง 5 และ 29 คือ 9, 13, 17, 21, 25

ตอบ 9, 13, 17, 21 และ 25

ข้อที่ 1.8) วิธีทำ สมมติให้ไม้แผ่นบนสุดคือ  $a_n = 7$  และชั้นล่างสุดคือ  $a_1$

วางสลับกันระหว่างรอยต่อของไม้ ดังนั้น  $d = -1$

$$\text{ดังนั้น } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$7 = 52 + (n - 1)(-1)$$

$$= 52 - n + 1$$

$$n = 52 + 1 - 7$$

$$n = 46$$

มีไม้วางซ้อนกันลดลงทีละ 1 แผ่น ไม้กองรวมกันจำนวน 46 ชั้น

แต่ไม้ 1 ชั้น สูง 3 เซนติเมตร

ถ้าไม้สูง 46 ชั้น จะสูง  $= 46 \times 3 = 138$  เซนติเมตร

ตอบ ไม้กองนี้สูงเท่ากับ 138 เซนติเมตร

แบบทดสอบฉบับที่ 6

เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด แล้วทำเครื่องหมายกากบาทลงบนกระดาษคำตอบ

1. ลำดับในข้อใดไม่เป็นลำดับเลขคณิต

ก. 12, 10, 8, 6, 4, ...

ข. 4, 6, 8, 10, 12, ...

ค. 5, 8, 11, 14, 17, ...

ง. 2, 3, 5, 8, 12, ...

2. ลำดับเลขคณิตมีพจน์ที่ 1 เป็น 4 และพจน์ที่ 10 เป็น 31 จงหาพจน์ที่ 50

ก. 151

ข. 152

ค. 153

ง. 154

3. จงหาผลบวกของพจน์สามพจน์ที่อยู่ระหว่าง 4 และ 16 และทำให้สามพจน์ที่ได้เป็นลำดับเลขคณิต

ก. 26

ข. 28

ค. 30

ง. 32

4. ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตคือ 20, 16 และ 12 ตามลำดับ แล้ว  $-96$  เป็นพจน์ที่เท่าไร

ก. 29

ข. 30

ค. 31

ง. 32

5. ระหว่าง 100 ถึง 1,000 มีจำนวนที่หารด้วย 15 ลงตัวกี่จำนวน
- ก. 56
  - ข. 58
  - ค. 59
  - ง. 60
6. จงหาพจน์ที่ 20 ของลำดับเลขคณิตที่มี  $a_3=20$  และ  $a_7=32$
- ก. 69
  - ข. 70
  - ค. 71
  - ง. 72
7. ข้อใดคือพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตที่มี  $a_6=12$  และ  $a_{10}=16$
- ก.  $2(n+1)$
  - ข.  $6(n+1)$
  - ค.  $n+5$
  - ง.  $n+6$
8. ไม้ก่องหนึ่งวางซ้อนกันเป็นชั้นๆ แต่ละชั้นมีไม้มากกว่าชั้นที่อยู่ถัดไป 3 ท่อน ชั้นล่างสุดมี 376 ท่อน รวมทั้งหมด 100 ชั้น จงหาว่าชั้นบนสุดมีไม้กี่ท่อน
- ก. 78
  - ข. 79
  - ค. 80
  - ง. 81
9. จงหาว่าจำนวนที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 500 มีกี่จำนวนที่ 6 หารลงตัว
- ก. 82
  - ข. 83
  - ค. 84
  - ง. 85
10. กำหนดลำดับเลขคณิตมี  $a_3=26$  และ  $a_{13}=126$  จงหา  $a_{10}+a_{20}$
- ก. 288
  - ข. 290
  - ค. 292
  - ง. 294

แบบทดสอบฉบับที่ 6

เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

1. ง
2. ก
3. ค
4. ข
5. ง
6. ค
7. ง
8. ข
9. ข
10. ค

แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและโจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. การแก้ปัญหา										
2. การให้เหตุผล										
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ										
4. การเชื่อมโยงความรู้										
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 5

ดี ได้คะแนน 4

พอใช้ ได้คะแนน 3

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและโจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ										
2. มีระเบียบวินัย										
3. มีความรอบคอบ										
4. มีความรับผิดชอบ										
5. มีวิจรรณญาณ										
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง										
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

แบบบันทึกคะแนน

กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและโจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหาลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					



กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหา ลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหา ลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหา ลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหา ลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหา ลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหา ลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหา ลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและ โจทย์ปัญหา ลำดับเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่องย่อย ลำดับเรขาคณิต

เวลา 3 ชั่วโมง

สอนวันที่

เดือน

พ.ศ.

ภาคเรียนที่ 1

1. สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ก 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

3. มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

4. สาระสำคัญ

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนระหว่างพจน์ที่  $n+1$  กับพจน์ที่  $n$  มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า อัตราส่วนร่วม (Common Ratio) เขียนแทนด้วย  $r$  โดยที่  $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

ตัว  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตโดยที่  $a_1$  เป็นพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต และ  $r$  แทนอัตราส่วนร่วม แล้วพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของลำดับเรขาคณิต พร้อมทั้งหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิตได้

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6.1.1 บอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้

6.1.2 หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิตได้

6.1.3 เขียน  $n$  พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตเมื่อกำหนดพจน์แรกและอัตราส่วนร่วมให้

6.1.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเรขาคณิต

6.2 ด้านทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

6.2.1 แก้ปัญหา

6.2.2 ใ้เหตุผล

- 6.2.3 สื่อสาร - สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
- 6.2.4 การเชื่อมโยง
- 6.2.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
- 6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีความสามารถ
  - 6.3.1 ทำงานเป็นระบบ
  - 6.3.2 มีระเบียบวินัย
  - 6.3.3 มีความรอบคอบ
  - 6.3.4 มีความรับผิดชอบ
  - 6.3.5 มีวิจรรย์ญาณ
  - 6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 7. สาระการเรียนรู้

- 7.1 บอกความหมายของลำดับเรขาคณิต
- 7.2 หาพจน์ทั่วไปและพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิตได้
- 7.3 หาจำนวนพจน์ของลำดับเรขาคณิตได้
- 7.4 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเรขาคณิตได้

## 8. การบูรณาการตามแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

**8.1 ความพอประมาณ** นักเรียนมีความพอเพียงกับเวลาและความสนใจในการเรียนเรื่องลำดับเรขาคณิต

**8.2 ความมีเหตุผล** นักเรียนรู้จักนำความรู้เรื่อง เรขาคณิตมาทำการคิดวิเคราะห์จำแนกตรวจสอบ การหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิตได้อย่างมีเหตุผล

**8.3 ความมีภูมิคุ้มกัน** นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง ลำดับเรขาคณิตไปเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาเรื่องอนุกรมเรขาคณิตต่อไป

**8.4 เงื่อนไขคุณธรรม** นักเรียนมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองและผู้อื่นในการทำแบบทดสอบเรื่อง ลำดับเรขาคณิต มีการยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น และมีส่วนร่วมในการปฏิบัติงานกลุ่ม ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

**8.5 เงื่อนไขความรู้** นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในสาระการเรียนรู้เรื่อง ลำดับเรขาคณิต สามารถนำความรู้ประสบการณ์ที่ได้รับไปใช้ในการศึกษาเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

## 9. กระบวนการจัดการเรียนรู้ (กิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD)

### ชั่วโมงที่ 10 เรื่อง ความหมายของลำดับเรขาคณิต หาพจน์ทั่วไปและพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิต

#### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียน และสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเนื้อหาเรื่องลำดับเลขคณิตที่เรียนผ่านมาในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 โดยตอบคำถามที่ครูกำหนดให้ พร้อมทั้งให้นักเรียนยกตัวอย่างลำดับเลขคณิต

2. ให้นักเรียนที่เป็นสมาชิกของกลุ่มต่างๆ เข้าประจำกลุ่มเดิม โดยครูชี้แจงให้ทราบว่าใน 3 ชั่วโมงของการเรียนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต นักเรียนทุกคนจะต้องร่วมกันปฏิบัติหน้าที่ประธาน กรรมการ เลขานุการกลุ่ม ผลัดเปลี่ยนกันปฏิบัติหน้าที่

3. แจกใบประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

4. ครูกำหนดลำดับต่างๆ บนกระดานดังนี้

1) 2, 6, 18, 54, 162, ...

2) 1, 3, 9, 27, ...

3) -1, 4, -16, 64, -256, ...

4) 3, 1,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{9}$ , ...

แล้วสุ่มให้นักเรียนประมาณ 4 คน ออกมาแสดงวิธีหาผลต่างของพจน์ที่  $n+1$  กับพจน์ที่  $n$  ของลำดับในข้อ 1 – 4 คนละ 1 ข้อ ว่ามีผลต่างของพจน์เท่ากันหรือไม่ (ตอบ ไม่เท่ากัน)

5. ครูกำหนดให้สมาชิกกลุ่มต่างๆ ทั้ง 8 กลุ่ม หาอัตราส่วนระหว่างพจน์ที่  $n+1$  กับพจน์ที่  $n$  ดังนี้

$$r_1 = \frac{a_2}{a_1}$$

$$r_2 = \frac{a_3}{a_2}$$

$$r_3 = \frac{a_4}{a_3}$$

$$r_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

แล้วให้สมาชิกกลุ่มต่างๆ ร่วมกันตอบว่าอัตราส่วนที่เกิดจากการหาร  $a_{n+1}$  ด้วย  $a_n$  เท่ากันทุกอัตราส่วนหรือไม่ (ตอบ เท่ากัน)

6. ครูกล่าวนำให้นักเรียนทราบว่าลำดับอนันต์ที่นักเรียนได้ร่วมกันศึกษาในการทำกิจกรรมในข้อ 4 และข้อ 5 นั้นจะเห็นว่าอัตราส่วนที่เกิดจาก  $a_{n+1}$  หารด้วย  $a_n$  นั้นมีค่าคงที่ทุกๆ ค่า เราจะเรียกลำดับที่มีลักษณะเช่นนี้ว่า ลำดับเรขาคณิต

7. แจกใบความรู้ที่ 7.1 ให้นักเรียนกลุ่มต่างๆ ร่วมกันศึกษา หลังจากนั้นสุ่มนักเรียน 1 – 2 คน ออกมา รายงานขั้นตอน วิธีการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต ครูทำการสังเกตพฤติกรรม การให้เหตุผลและการ เชื่อมโยงความรู้ที่ได้รับไปสู่การหาสูตร พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตพร้อมให้ คำแนะนำเพิ่มเติมประกอบการนำเสนอขั้นตอนต่างๆ นำไปสู่ทักษะการคิด

### **ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)**

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำกิจกรรมกลุ่มในแบบฝึกทักษะที่ 7.1 โดยนักเรียนสามารถปรึกษาหารือ กันได้ภายในกลุ่ม
2. ครูทำการตรวจแบบฝึกทักษะที่ 7.1 โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนตรวจคำตอบจากการเฉลยคำตอบของครู ข้อใดมีปัญหาที่ซับซ้อนครูช่วยอธิบายและนำไปให้นักเรียนเกิดทักษะจนชำนาญ
3. นักเรียนเสริมประสบการณ์โดยไปศึกษาเพิ่มเติมจากห้องสมุด โรงเรียนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต

### **ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบและสรุปผลงานกลุ่ม**

1. ครูบันทึกคะแนนการทำแบบฝึกทักษะที่ 7.1 ของนักเรียนกลุ่มต่างๆ และแจ้งผลการปฏิบัติงานกลุ่ม และคะแนนการทำแบบฝึกทักษะของนักเรียนเพื่อประเมินผลการเรียนรู้
2. ครูให้นักเรียนไปทำแบบฝึกหัดที่ 1.1.4 ข้อ 1 และข้อ 2 หน้า 32 จากหนังสือสาระการเรียนรู้ พื้นฐานคณิตศาสตร์เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

### **ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปและประเมินผลการทำงานกลุ่ม**

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญเกี่ยวกับลำดับเรขาคณิต
2. นักเรียนตรวจผลการทำแบบฝึกหัดที่ 1.1.4 ข้อ 1 และข้อ 2 หน้า 32 โดยครูเป็นผู้เฉลยคำตอบ
3. นักเรียนไปศึกษาความรู้เพิ่มเติมจาก [www.school.net](http://www.school.net) เรื่อง ลำดับเรขาคณิต นอกคาบกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อเตรียมความพร้อมในการเรียนชั่วโมงต่อไป



## ชั่วโมงที่ 11 เรื่อง เขียน $n$ พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตเมื่อกำหนดพจน์แรกและอัตราส่วนร่วมให้

### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. ครูทบทวนความรู้เรื่อง ลำดับเรขาคณิต โดยการให้นักเรียนยกตัวอย่างลำดับเรขาคณิต กลุ่มละ 2 ลำดับ ออกไปเขียนบนกระดาน นักเรียนที่เหลือช่วยกันสำรวจและตรวจสอบความถูกต้องของลำดับ
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ และแนะนำวิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD เพื่อเน้นย้ำกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นตอนต่างๆ ของเทคนิค STAD
3. นักเรียนศึกษาตัวอย่างเอกสารแนะนำแนวทางที่ 7 เรื่อง การเขียนพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) ของลำดับเรขาคณิตเมื่อกำหนดพจน์แรกและอัตราส่วนร่วมให้
4. สุ่มนักเรียนออกมานำเสนอผลการทำเอกสารแนะนำแนวทางที่ 7 ที่ไม่ซ้ำกลุ่มกัน ครูสังเกตการปฏิบัติงานกลุ่มด้านทักษะกระบวนการ ความสามัคคี และความรับผิดชอบร่วมกันของกลุ่มต่างๆ และคอยกำกับดูแลนักเรียนกลุ่มต่างๆ ขณะปฏิบัติกิจกรรมในเอกสารแนะนำแนวทางที่ 7

### ขั้นที่ 2 ขั้นเรียนกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้ที่ 7.2 แล้วทำแบบฝึกทักษะที่ 7.2 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิต โดยให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด และให้ช่วยเหลือซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม จนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนสามารถที่จะตอบคำถามและอธิบายคำตอบได้ทุกคำถามในแบบฝึกเสริมทักษะที่ 7.2
2. ขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดพร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำ ตอบข้อคำถามของนักเรียน
3. นักเรียนกลุ่มต่างๆ แลกเปลี่ยนกันตรวจคำตอบแบบฝึกทักษะที่ 7.2 จากบัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.2 ครูช่วยเน้นย้ำความเข้าใจโดยใช้การอธิบายเพิ่ม

### ขั้นที่ 3 ขั้นทดสอบย่อย

ครูให้นักเรียนบอกคะแนนของสมาชิกในกลุ่มทุกๆ กลุ่ม ทำการบันทึกคะแนนเพื่อเปรียบเทียบความก้าวหน้าของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 7 ในชั่วโมงที่ 3 ต่อไป

### ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนการทำแบบฝึกทักษะที่ 7.1, 7.2 มาเทียบกับคะแนนฐานคือ คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 6.1, 6.2 (ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6) มาคิดเป็นความก้าวหน้าของการเรียนของนักเรียนแต่ละคน โดยคะแนนความก้าวหน้าแต่ละคนคิดได้จากคะแนนการทำแบบฝึกทักษะที่ 7.1, 7.2 มาคิดเป็นร้อยละ และคะแนนประเมิน

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ในชั่วโมงที่ 1 – 2 ของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เปรียบเทียบกับคะแนนฐานในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ด้านการประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

## ชั่วโมงที่ 12 เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเรขาคณิต

### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของลำดับเรขาคณิตและพจน์ทั่วไปของลำดับ ครูใช้คำถาม – ตอบ พร้อมยกตัวอย่างประกอบการอธิบายบนกระดาน เป็นการทบทวนความรู้ที่เรียนผ่านมา
2. ครูแจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและจุดประสงค์การเรียนรู้ทั้ง 3 ด้าน ให้นักเรียนมีความตระหนักในการเรียนรู้
3. นักเรียนสมาชิกกลุ่มที่ 1 – 8 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับลำดับเรขาคณิต ใบความรู้ที่ 7.3 ครอบคลุมตัวอย่างในใบความรู้ที่ 7.3 เพื่อกระตุ้นความคิดในการแก้โจทย์ปัญหา
4. ผู้สมมติตัวแทนนักเรียนกลุ่มต่างๆ นำเสนอผลการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องลำดับเรขาคณิตประมาณ 2 – 3 คน เป็นหลักการคิดของแต่ละกลุ่ม
5. ครูยกตัวอย่างประกอบการนำเสนอ การแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง ลำดับเรขาคณิตดังตัวอย่างโจทย์ต่อไปนี้  
“ถ้าอายุผู้ชาย 3 คน มีอายุเรียงตามลำดับ 10, 18, และ 30 ปี อีกกี่ปีข้างหน้า จึงจะทำให้อายุผู้ชายทั้ง 3 คนนี้เรียงเป็นลำดับเรขาคณิต”

ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาร่วมกัน

6. ครูช่วยสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา  
การวิเคราะห์โจทย์ลำดับเรขาคณิต มีขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 โจทย์กำหนดอะไรให้

ตอบ อายุผู้ชาย 3 คน เรียงกันเป็นลำดับ 10, 18, 30 ปี ตามลำดับ

ขั้นที่ 2 โจทย์ถามหาอะไร (ต้องการหาคำตอบ)

ตอบ อีกกี่ปีข้างหน้าอายุชาย 3 คนนี้จะเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต  
สมมติให้เป็น  $x$  ปี

ขั้นที่ 3 ใช้ความรู้เรื่องอะไรในการหาคำตอบ

ตอบ เรื่องลำดับเรขาคณิตเรื่อง อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต  
มาช่วยแก้ปัญหามา

ขั้นที่ 4 เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร

ตอบ กำหนดในอีก  $x$  ปี ข้างหน้าอายุคนทั้ง 3 คนนี้ จะเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต ดังนั้นลำดับเรขาคณิตนี้

คือ  $10 + x, 18 + x, 30 + x$

$$\text{จะได้ } \frac{18+x}{10+x} = \frac{30+x}{18+x}$$

ขั้นที่ 5 ดำเนินการแก้สมการพหุนามอย่างไร

ตอบ นำ ค.ร.น. ที่เป็นพหุนาม  $(10 + x)(18 + x)$  คูณเข้าตลอดทั้งสองข้าง  
ของสมการ จะได้สมการเป็น

$$(18 + x)(18 + x) = (10 + x)(30 + x)$$

$$324 + 36x + x^2 = 300 + 40x + x^2$$

$$324 - 300 = 40x - 36x$$

$$24 = 4x$$

$$\therefore x = 6$$

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า  $x$  ในลำดับเรขาคณิตในขั้น 4

จะได้ลำดับนี้คือ  $(10+6), (18+6), (30+6)$

$$\text{ซึ่งสามารถหา } r_1 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

$$r_2 = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

แสดงว่า  $r_1 = r_2$  ดังนั้น  $x=6$  เป็นคำตอบที่ถูกต้อง จากการวิเคราะห์โจทย์สามารถนำมาเขียนแสดงวิธีทำได้ดังนี้

วิธีทำ สมมติให้อีก  $x$  ปี ช่างหน้าอายุชายทั้ง 3 คนนี้จะเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิตได้ดังนี้

$$10 + x, 18 + x, 30 + x$$

จากการหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต พบว่า

$$\frac{18+x}{10+x} = \frac{30+x}{18+x}$$

นำ  $(10+x)(18+x)$  คูณเข้าตลอดทั้ง 2 ข้าง

$$\text{จะได้ } (18 + x)(18 + x) = (10 + x)(30 + x)$$

$$324 + 36x + x^2 = 300 + 40x + x^2$$

$$324 + 300 = 300x - 40x$$

$$324 + 300 = 40x - 36x$$

$$24 = 4x$$

$$\therefore x = 6$$

ดังนั้นอีก 6 ปี ช่างหน้าอายุผู้ชาย 3 คนนี้จะเรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต

## ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะที่ 7.4 นำเสนอผลการทำกิจกรรมตามใบงานในแบบฝึกทักษะที่ 7.4 เกี่ยวกับการแก้ปัญหาโจทย์ว่าจะต้องใช้ความรู้เรื่องอะไรบ้าง หากมีข้อสงสัยให้สอบถามครู
2. นักเรียนกลุ่มต่างๆ เปลี่ยนกันตรวจคำตอบในการทำกิจกรรมกลุ่มจากบัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.4 ครูช่วยตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายข้อยากหรือข้อที่นักเรียนทำได้ไม่ถูกต้อง

## ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบและสรุปผลงานกลุ่ม

1. นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับที่ 7 พร้อมทั้งชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า การทำแบบทดสอบให้ทำเป็นรายบุคคล ไม่ให้ช่วยเหลือกันและทำตามเวลาที่กำหนด
2. ครูตรวจให้คะแนนทดสอบฉบับที่ 7 ชนิดแสดงวิธีทำ โดยถ้าตอบถูกต้องคะแนนข้อละ 5 คะแนน

## ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนผลการทดสอบย่อยหลังแผนการเรียนรู้ที่ 7 ฉบับที่ 7 มาคิดเป็นคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 7 ประจําเนื้อหาของแต่ละคนคิดเป็นร้อยละ แล้วนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน ซึ่งได้จากคะแนนความก้าวหน้าในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

คะแนนความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่มคิดได้จาก ผลรวมของการพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่ม แล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือว่าเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่มมีเกณฑ์พิจารณาดังนี้

คะแนนทดสอบฉบับที่ 5	คะแนนการพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	5
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	10
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

หมายเหตุ คะแนนที่นำมาเปรียบเทียบความก้าวหน้า จะต้องมาจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน

คะแนน “ฐาน” อาจใช้คะแนนรวมเพื่อตัดสินผลการเรียนในระดับชั้นที่ผ่านมา

## ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและเสริมแรงกลุ่มที่ได้รับรางวัล

เกณฑ์การตัดสิน เกณฑ์ในการตัดสินว่า กลุ่มที่ควรได้รับการยกย่อง หรือยอมรับคะแนนรวมของแต่ละคนในกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน จำแนกได้ดังนี้

- |                     |               |             |           |
|---------------------|---------------|-------------|-----------|
| 1. กลุ่มที่ได้คะแนน | 5 – 9 คะแนน   | อยู่ในระดับ | เก่ง      |
| 2. กลุ่มที่ได้คะแนน | 10 – 14 คะแนน | อยู่ในระดับ | เก่งมาก   |
| 3. กลุ่มที่ได้คะแนน | 15 – 20 คะแนน | อยู่ในระดับ | ยอดเยี่ยม |

### ขั้นสรุป

- นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมสรุปความหมายของลำดับเรขาคณิตได้ดังนี้

“ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่อัตราส่วนของพจน์ที่  $n+1$  กับพจน์ที่  $n$  มีค่าคงที่ ค่าคงที่นี้เรียกว่า อัตราส่วนร่วม (Common Ratio) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $r$

- เมื่อกำหนดให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$  คือพจน์แต่ละพจน์ของลำดับ เรียกลำดับที่มีอัตราส่วน  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  เป็นค่าคงที่ทุกค่าของจำนวนนับ  $n$  ว่าลำดับเรขาคณิต และเรียกค่าคงที่นี้ว่า อัตราส่วนร่วม ใช้สัญลักษณ์  $r$

- เมื่อกำหนดลำดับเลขคณิต  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots$  สามารถหาพจน์ที่  $n$  (หรือพจน์ทั่วไป) ของลำดับเรขาคณิตได้ว่า

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

เมื่อ

$a_1$	แทน	พจน์ที่ 1
$a_n$	แทน	พจน์ที่ $n$ (หรือพจน์ทั่วไป)
$r$	แทน	อัตราส่วนร่วม

## 10. สื่อ / แหล่งเรียนรู้

### 10.1 สื่ออุปกรณ์การสอน

10.1.1 เอกสารแนะแนวทางประจำแผนการเรียนรู้อันที่ 7	จำนวน	40	ชุด
10.1.2 บัตรเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 7	จำนวน	40	ชุด
10.1.3 ใบความรู้ที่ 7.1	จำนวน	40	ชุด
ใบความรู้ที่ 7.2	จำนวน	40	ชุด
ใบความรู้ที่ 7.3	จำนวน	40	ชุด
10.1.4 แบบฝึกทักษะที่ 7.1	จำนวน	40	ชุด
แบบฝึกทักษะที่ 7.2	จำนวน	40	ชุด
แบบฝึกทักษะที่ 7.3	จำนวน	40	ชุด
10.1.5 บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.1	จำนวน	10	ชุด
บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.2	จำนวน	10	ชุด
บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.3	จำนวน	10	ชุด
10.1.5 แบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับที่ 7	จำนวน	40	ชุด
10.1.6 บัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 7	จำนวน	40	ชุด

### 10.2 แหล่งเรียนรู้

- 10.2.1 การสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต ผ่านเว็บไซต์โรงเรียน
- 10.2.2 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
- 10.2.3 ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์
- 10.2.4 ห้องสมุดโรงเรียน

## 11. การวัดและประเมินผล

### 11.1 ผู้ประเมิน

ครู                       นักเรียน                       ผู้ปกครอง

### 11.2 สิ่งที่ต้องการวัดประเมิน คือ สมรรถภาพของผู้เรียนได้แก่

- 11.2.1 ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบทดสอบย่อย, แบบฝึกทักษะ
- 11.2.2 ทักษะ / กระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน

**คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมการเรียน**

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b> 1. ความรู้ 2. ความเข้าใจ 3. การนำไปใช้ 4. การวิเคราะห์ 5. การสังเคราะห์ 6. การประเมินค่า	- บอกรับทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ - อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ - นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง - แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ - รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปเป็นองค์ความรู้ - สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	ใบกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 7.1 – 7.2 แบบทดสอบ ฉบับที่ 7

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	แบบตรวจผลงาน
<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. ทำงานเป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความรอบคอบ 4. มีความรับผิดชอบ 5. มีวิจรรย์ญาณ 6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง 7. มีเจตคติที่ดีต่อ	- รู้จักในการวางแผนทำงาน - แต่งกาย กิริยาวาจา ความซื่อสัตย์ - ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน - ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา - ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรองเหมาะสม - กล้าแสดงออกในทางที่ดี	แบบสังเกต พฤติกรรม

คณิตศาสตร์	- ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	
------------	---	--

เกณฑ์การวัด		เกณฑ์การประเมิน	
ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม		มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนนไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50	
ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน			
ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม		มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรมแสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ	
พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน			
คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม		มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ	
พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน			

### 11.3 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

### 11.4 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
60-79	ดี
50-59	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง



บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ .....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ.....

.....  
.....  
.....  
.....

1.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ .....

.....  
.....  
.....

2. แนวทางการแก้ไขและพัฒนา .....

.....  
.....  
.....

3. ข้อคิดเห็นอื่น ๆ .....

.....  
.....

ลงชื่อ .....

( นายปิยะชัย อาสาสอน )

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ เดือน พ.ศ.

## ภาคผนวกท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

- เอกสารแนะแนวทางประจำแผนการเรียนรู้ที่ 7
- บัตรเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 7
- ใบความรู้ที่ 7.1
- ใบความรู้ที่ 7.2
- ใบความรู้ที่ 7.3
- แบบฝึกทักษะที่ 7.1
- แบบฝึกทักษะที่ 7.2
- แบบฝึกทักษะที่ 7.3
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.1
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.2
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.3
- แบบทดสอบย่อยประจำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับที่ 7
- บัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 7

## ใบความรู้ที่ 7.1

### ลำดับเรขาคณิต

พิจารณา 2, 6, 18, 54, 162, ... จะเห็นว่า

$$\frac{6}{2} = \frac{18}{6} = \frac{54}{18} = \frac{162}{54} = 3 \text{ เป็นค่าคงที่}$$

ให้  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  คือแต่ละพจน์ของลำดับ เรียกลำดับที่มี  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  เป็นค่า

คงตัว ทุกค่าของจำนวนนับ  $n$  ว่า **ลำดับเรขาคณิต** และเรียกค่าคงที่นี้ว่า **อัตราส่วนร่วม**

ในกรณีทั่วไปถ้าให้  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตโดยที่  $a_1$  เป็นพจน์แรกและ  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม จะเขียนพจน์อื่น ๆ ของลำดับเรขาคณิตในรูปของ  $a_1$  และ  $r$  ได้ดังนี้

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3$$

$$a_5 = a_4 r = (a_1 r^3) r = a_1 r^4$$

⋮

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

ดังนั้นเมื่อกำหนดให้  $a_1$  เป็นพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  เท่ากับ  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม จะได้พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตนี้คือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

#### ตัวอย่างของลำดับเรขาคณิต

1) 1, 3, 9, 27, 81, ... มี  $a_1 = 1, r = 3$

2) 16, 8, 4, 2, 1, ... มี  $a_1 = 16, r = \frac{1}{2}$

3) -1, 4, -16, 64, -256, ... มี  $a_1 = -1, r = -\frac{1}{4}$

แบบฝึกทักษะที่ 7.1

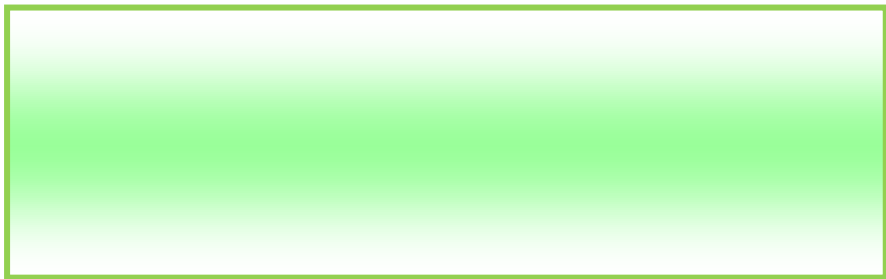
1. จงบอกว่ลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นลำดับเลขคณิตหรือลำดับ  
เรขาคณิต  
พร้อมทั้งหาผลต่างหรืออัตราส่วนร่วม

ลำดับเรขาคณิต  $r$  ต้องเท่ากัน

1) 7, 9, 11, 13, ...



2) 6, -6, 6, -6



3) 4, 2, 0, -2, ...



4)  $3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$



5)  $-\frac{1}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{2}, -\frac{4}{7}, \dots$



**2. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้**

1)  $2, 4, 8, 16, \dots$



2)  $18, 6, 2, \frac{2}{3}, \dots$



3)  $75, 15, 3, \frac{3}{5}, \dots$

4)  $-8, -0.8, -0.08, -0.008, \dots$

5)  $-1, 1, -1, 1, \dots$

6)  $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}, \frac{16}{3}, \dots$

7)  $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$

8)  $5, \frac{5a}{2}, \frac{5a^2}{4}, \frac{5a^3}{8}, \dots$

ทำอย่างตั้งใจนะคะ ไม่ยากอย่างที่คิด

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.1



1.

1) เป็นลำดับเลขคณิต มี  $d = 2$

2) เป็นลำดับเรขาคณิต มี  $r = -1$

3) เป็นลำดับเลขคณิต มี  $d = -2$

4) เป็นลำดับเรขาคณิต มี  $r = \frac{1}{3}$

5) ลำดับนี้ไม่เป็นลำดับเลขคณิต และไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

2.

1)  $r = 2$

2)  $r = \frac{1}{3}$

3)  $r = \frac{1}{5}$

4)  $r = \frac{1}{10}$

5)  $r = -1$

6)  $r = 2$

7)  $r = \frac{1}{x}$

8)  $r = \frac{a}{2}$

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_3 = 12$  และ  $a_6 = 96$

**วิธีทำ** จาก  $a_3 = a_1 r^2$  และกำหนด  $a_3 = 12$

$$\text{จะได้ } 12 = a_1 r^2 \dots\dots\dots(1)$$

และจาก  $a_6 = a_1 r^5$  และกำหนด  $a_6 = 96$

$$\text{จะได้ } 96 = a_1 r^5 \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) \div (1) \text{ จะได้ } \frac{96}{12} = \frac{a_1 r^5}{a_1 r^2}$$

$$8 = r^3$$

$$r = 2$$

อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตคือ 2

**ตัวอย่างที่ 5** จงหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิต 8, 16, 32, 64

**วิธีทำ** จาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$  และลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_1 = 8, r = 2$

$$\text{จะได้ } a_n = (8)(2)^{n-1}$$

$$= 2^3 \cdot 2^{n-1}$$

$$= 2^{3+n-1}$$

$$= 2^{n+2}$$

$$\therefore a_n = 2^{n+2}$$



**ตัวอย่างที่ 6** ในเมืองแห่งหนึ่งมีประชากร 100,000 คน ถ้าประชากรในเมืองนี้เพิ่มขึ้น 2% ทุกปี จงหาประชากรของเมืองนี้ในอีก 10 ปีข้างหน้า

**วิธีทำ** พิจารณาจำนวนประชากรใน 2 ปี แรกดังนี้

เริ่มต้น                    100,000 คน

$$\begin{aligned} \text{ครบ 1 ปี ประชากรเดิม + ประชากรเพิ่ม} &= 100,000 + \\ & 100,000(0.02) \\ & = 100,000(1 + 0.02) \\ & = 100,000(1.02) \text{ คน} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ครบ 2 ปี ประชากรเดิม + ประชากรเพิ่ม} &= 100,000(1.02) + \\ & 100,000(1.02)(0.02) \\ & = 100,000(1.02)(1 + \\ & 0.02) \\ & = 100,000(1.02)^2 \text{ คน} \end{aligned}$$

จะเห็นว่าจำนวนประชากรในแต่ละปี เมื่อเขียนตามลำดับ

จะเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_1 = 100,000$  และ  $r = 1.02$  ดังนี้

$$100000, 100000(1.02), 100000(1.02)^2, \dots$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } a_{11} = 100,000(1.02)^{10}$$

$$\approx 100,000(1.218994)$$

## แบบฝึกทักษะที่ 7.2

1. จงหาสามพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

1) 1, 7, 49, 343, ...

2) -1, 2, -4, 8, ...

3) 3, 1,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{9}$ , ...

2. จงหาพจน์ที่ 10 ของลำดับเรขาคณิต  $1, \frac{a}{2}, \frac{a^2}{4}, \frac{a^3}{8}, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาพจน์ที่ 11 ของลำดับเรขาคณิต  $2, -10, 50, -250, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต  $2, 4, 8, 16, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

1) 1, 3, 9, ...

.....

.....

.....

2) 25, 5, 1, ...

.....

.....

.....

.....

3) 1, -1, 1, -1, ...

.....

.....

.....

.....

4) -2, 4, -8, ...

.....

.....

.....

5)  $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$

.....  
.....  
.....

6) 1, 0.3, 0.09, 0.027, ...

.....  
.....  
.....  
.....

7) -8, -0.8, -0.08, -0.008, ...

.....  
.....  
.....  
.....

8) 2, 2,  $\sqrt{3}$ , 6, ...

.....  
.....  
.....  
.....



5.

1) เพราะว่า  $a_1 = 1$ ,  $r = 3$  และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } a_n &= (1)(3)^{n-1} \\ &= 3^{n-1}\end{aligned}$$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $3^{n-1}$

2) เพราะว่า  $a_1 = 25$ ,  $r = \frac{1}{5}$  และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } a_n &= (25)\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} \\ &= (5)^2(5)^{-n+1} \\ &= 5^{-n+3}\end{aligned}$$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $5^{-n+3}$

3) เพราะว่า  $a_1 = 1$ ,  $r = -1$  และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } a_n &= (1)(-1)^{n-1} \\ &= (-1)^{n-1}\end{aligned}$$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $(-1)^{n-1}$

4) เพราะว่า  $a_1 = -2$ ,  $r = -2$  และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } a_n &= (-2)(-2)^{n-1} \\ &= (-2)^n\end{aligned}$$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $(-2)^n$

5) เพราะว่า  $a_1 = \frac{1}{x}$  ,  $r = \frac{1}{x}$  และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_n &= \left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}\right)^{n-1} \\ &= \left(\frac{1}{x}\right)^n \end{aligned}$$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $\left(\frac{1}{x}\right)^n$

6) เพราะว่า  $a_1 = 1$ ,  $r = 0.3$  และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_n &= (1)(0.3)^{n-1} \\ &= (0.3)^{n-1} \end{aligned}$$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $(0.3)^{n-1}$

7) เพราะว่า  $a_1 = -8$ ,  $r = 0.1$  และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\text{จะได้ } a_n = (-8)(0.1)^{n-1}$$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $(-8)(0.1)^{n-1}$

8) เพราะว่า  $a_1 = 2$ ,  $r = \sqrt{3}$  และ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\text{จะได้ } a_n = (2)(\sqrt{3})^{n-1}$$

พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $(2)(\sqrt{3})^{n-1}$



### ใบความรู้ที่ 7.3

### ลำดับเรขาคณิต (ต่อ)

พิจารณาลำดับ 2, 6, 18, 54, 162, ... จะเห็นว่า

$$\frac{6}{2} = \frac{18}{6} = \frac{54}{18} = \frac{162}{54} = 3 \text{ เป็นค่าคงที่}$$

ให้  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  คือแต่ละพจน์ของลำดับ เรียกลำดับที่มี  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$  เป็นค่าคง

ตัว ทุกค่าของจำนวนนับ  $n$  ว่า **ลำดับเรขาคณิต** และเรียกค่าคงตัวที่นี้ว่า **อัตราส่วนร่วม**

ในกรณีทั่วไปถ้าให้  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตโดยที่  $a_1$  เป็นพจน์แรก และ  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม จะเขียนพจน์อื่น ๆ ของลำดับเรขาคณิตในรูปของ  $a_1$  และ  $r$  ได้ดังนี้

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3$$

$$a_5 = a_4 r = (a_1 r^3) r = a_1 r^4$$

$\vdots$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

ดังนั้นเมื่อกำหนดให้  $a_1$  เป็นพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี  $\frac{a_{n+1}}{a_n}$

เท่ากับ  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม จะได้พจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตนี้คือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

**ตัวอย่างที่ 7** ในเมืองแห่งหนึ่งมีประชากร 50,000 คน ถ้าประชากรในเมืองนี้เพิ่มขึ้น 10 % ทุกปี จงหาประชากรของเมืองนี้ในอีก 12 ปีข้างหน้า

**วิธีทำ** พิจารณาจำนวนประชากรใน 2 ปี แรกดังนี้

เริ่มต้น            50,000 คน

$$\begin{aligned}\text{ครบ 1 ปี ประชากรเดิม + ประชากรเพิ่ม} &= 50,000 + 50,000(0.1) \\ &= 50,000(1 + 0.1) \\ &= 50,000(1.1) \text{ คน}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ครบ 2 ปี ประชากรเดิม + ประชากรเพิ่ม} &= 50,000(1.1) + \\ &\quad 50,000(1.1)(0.1) \\ &= 50,000(1.1)(1 + 0.1) \\ &= 50,000(1.1)^2 \text{ คน}\end{aligned}$$

จะเห็นว่าจำนวนประชากรในแต่ละปี เมื่อเขียนตามลำดับ

จะเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_1 = 50,000$  และ  $r = 1.1$  ดังนี้

$$50000, 50,000(1.1), 50,000(1.1)^2, \dots$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } a_{11} = 50,000(1.1)^{10}$$

$$\approx 50,000(1.259374)$$

$$\approx 129,687.123$$

### แบบฝึกทักษะที่ 7.3

1. จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี 16 เป็นพจน์ที่ 5 และ 2 เป็นอัตราส่วนร่วม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาพจน์ที่ 10 ของลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_4 = 24$  และ  $a_7 = 192$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเลขคณิตที่มี  $a_2 = \frac{8}{3}$  และ

$$a_5 = \frac{64}{81}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาลำดับเรขาคณิตที่มีผลบวกและผลคูณของสามพจน์เป็น -3 และ 8 ตามลำดับ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาจำนวนที่อยู่ระหว่างจำนวนสองจำนวนที่กำหนดให้  
โดยจำนวนทั้งสามนั้นอยู่ในลำดับเรขาคณิต

1) 5 และ 20

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) 8 และ 12

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7.3

1. เนื่องจาก  $a_5 = a_1 r^{n-4}$  และกำหนดให้  $a_5 = 16, r = 2$

จะได้  $16 = a_1 r^{n-4}$

$$a_1(2)^4 = 16$$

$$a_1 = 1$$

ดังนั้นพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ 1

2. จากกำหนดให้  $a_4 = 24$  จะได้  $a_1 r^3 = 24$

.....(1)

และจาก  $a_7 = 192$  จะได้  $a_1 r^6 = 192$

.....(2)

$$(2) \div (1) \text{ จะได้ } r^3 = 8$$

$$r = 2$$

แทนค่า  $r = 2$  ใน (1) จะได้  $a_1 = 3$

จาก  $a_{10} = a_1 r^9$  จะได้  $a_{10} = (3)(2)^9$

$$= 3(512)$$

$$= 1,536$$

ดังนั้นพจน์ที่ 10 ของลำดับเรขาคณิตคือ 1,536

3. จากกำหนดให้  $a_2 = \frac{8}{3}$  จะได้  $a_1 r = \frac{8}{3}$

.....(1)

และจาก  $a_5 = 192$  จะได้  $a_1 r^4 = \frac{64}{81}$

.....(2)

$$(2) \div (1) \text{ จะได้ } r^3 = \frac{8}{27}$$



แบบทดสอบฉบับที่ 7

เรื่อง ลำดับเลขคณิต ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค42101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ พิษคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด แล้วทำเครื่องหมายกากบาทลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

ก.  $1, -1, 1, -1, \dots$

ข.  $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}, \frac{16}{3}, \dots$

ค.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$

ง.  $-\frac{1}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{2}, -\frac{4}{7}, \dots$

2. จงหาพจน์ที่ 11 ของลำดับเรขาคณิต  $1, \frac{a}{2}, \frac{a^2}{4}, \frac{a^3}{8}, \dots$

ก.  $\frac{a^{10}}{1,024}$

ข.  $\frac{a^{11}}{1,024}$

ค.  $\frac{a^{10}}{512}$

ง.  $\frac{a^{11}}{512}$

3. จงหาพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิตที่มี  $a_3=12$  และ  $a_6=96$

ก. 678

ข. 687

ค. 768

ง. 876

4. จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ 3 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5

ก. 9,365

ข. 9,375

ค. 9,537

ง. 9,753



5. ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งมี 6 พจน์ โดยที่พจน์แรกและพจน์สุดท้าย คือ  $\frac{1}{8}$  และ 128 ตามลำดับ

จงหาผลบวกของพจน์ที่อยู่ระหว่างพจน์แรกและพจน์สุดท้าย

ก. 41.5

ข. 42

ค. 42.5

ง. 43

6. ลูกบอลลูกหนึ่งกลิ้งตกลงมาจากโต๊ะซึ่งสูง 64 ฟุต ทุกครั้งที่ลูกบอลตกกระทบพื้นจะกระดอนขึ้น  
ไปสูง  $\frac{3}{4}$  ของระยะทางที่ตกลงมา ในขณะที่ลูกบอลตกกระทบพื้นเป็นครั้งที่ 5 ลูกบอลจะกระดอน  
สูงขึ้นเท่าใด

ก.  $\frac{243}{16}$  ฟุต

ข.  $\frac{81}{16}$  ฟุต

ค.  $\frac{243}{64}$  ฟุต

ง.  $\frac{81}{64}$  ฟุต

7. 1458 เป็นพจน์ที่เท่าใดเป็นลำดับเรขาคณิต 2, -6, 18

ก. 5

ข. 8

ค. 6

ง. 7

8. ลำดับในข้อใดต่อไปนี้ เป็นลำดับเรขาคณิต (O-NET'50)

ก.  $a_n = 2^n \cdot 3^{2n}$

ข.  $a_n = 2^n + 4^{2n}$

ค.  $a_n = 3^{n^2}$

ง.  $a_n = (2n)^n$

9. 162 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิต 2,  $2\sqrt{3}$ , 6, ...

ก. 7

ข. 8

ค. 9

ง. 10

10. ให้  $a_1, a_2, a_3, a_4$  เป็นลำดับเรขาคณิต มีอัตราส่วนร่วมเป็นจำนวนบวก ถ้าผลบวกของสองพจน์แรกเท่ากับ 8 และผลบวกของอีกสองพจน์ถัดไปเท่ากับ 72 จงหา  $a_4 - a_1$

ก. 51

ข. 52

ค. 53

ง. 54

แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

ภาคเรียนที่ 2 กิจกรรม

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. การแก้ปัญหา										
2. การให้เหตุผล										
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ										
4. การเชื่อมโยงความรู้										
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

- ดีมาก            ได้คะแนน 5
- ดี                    ได้คะแนน 4
- พอใช้            ได้คะแนน 3
- ปรับปรุง        ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ										
2. มีระเบียบวินัย										
3. มีความรอบคอบ										
4. มีความรับผิดชอบ										
5. มีวิจรรย์ญาณ										
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง										
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

แบบบันทึกคะแนน

กิจกรรมเรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					



กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตและแก้โจทย์ปัญหาเรขาคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่องย่อย อนุกรม

เวลา 2 ชั่วโมง

### 1. สาระที่ 4 : พีชคณิต

### 2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

### 3. มาตรฐานช่วงชั้น

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

### 4. สาระสำคัญ

1. ผลบวกของพจน์ของลำดับเรียกว่า อนุกรม (Series)

2. อนุกรมที่เป็นผลบวกของลำดับอนันต์ เรียกว่า อนุกรมอนันต์ (Finite Series)

3. อนุกรมที่เป็นผลบวกของลำดับจำกัด เรียกว่าอนุกรมจำกัด (Infinite Series)

4.  $\sum_{i=1}^n a_i$  หมายถึง  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  เรียกว่าสัญลักษณ์การบวก  $\sum_{i=1}^n a_i$  ซึ่ง  $i$  ใน

$a_i$  เป็นจำนวนเต็มที่เริ่มจาก 1 ถึง  $n$

### 5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

5.1 อธิบายเกี่ยวกับความหมายลักษณะ ลักษณะความสัมพันธ์ของลำดับและอนุกรมได้

5.2 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของลำดับและอนุกรมได้

5.3 เขียนอนุกรมและพจน์ของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ได้

5.4 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

5.5 มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

### 6. จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6.1.1 หาค่าผลบวกของลำดับจำกัดได้

6.1.2 หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปที่ใช้สัญลักษณ์แทนการบวก ( $\sum$ ) ได้

6.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

6.2.1 แก้ปัญหา

6.2.2 ให้เหตุผล

- 6.2.3 สื่อสาร-สื่อความหมาย และนำเสนอได้
- 6.2.4 การเชื่อมโยง
- 6.2.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
- 6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีความสามารถ
  - 6.3.1 ทำงานเป็นระบบ
  - 6.3.2 มีระเบียบวินัย
  - 6.3.3 มีความรอบคอบ
  - 6.3.4 มีความรับผิดชอบ
  - 6.3.5 มีวิจรรย์ญาณ
  - 6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 7. จุดประสงค์การเรียนรู้ (จำนวน 2 ชั่วโมง)

7.1 สัญลักษณ์แทนการบวก  $\Sigma$  (ซิกมา) จากสมบัติของ  $\Sigma$  ที่ควรทราบ และตัวอย่างการหาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปที่ใช้สัญลักษณ์แทนการบอกว่า “สัญกรณ์การบวก” ( $\Sigma$ )

7.2 สมบัติบางประการเกี่ยวกับการใช้  $\Sigma$

## 8. การบูรณาการแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง

8.1 ความพอประมาณ นักเรียนได้ศึกษา เรื่อง อนุกรมจากการบวกของพจน์ของลำดับ ซึ่งเป็นผลบวกของลำดับจำกัด จะเรียกว่า อนุกรมจำกัดผลบวกของพจน์ในลำดับอนันต์ เรียกว่าอนุกรมอนันต์

- ผลบวกของลำดับเลขคณิต เรียกว่า อนุกรมเลขคณิต
- ผลบวกของลำดับเรขาคณิต เรียกว่าอนุกรมเรขาคณิต

ได้พอเพียงกับเวลาและความสนใจของนักเรียน

8.4 ความมีเหตุผล นักเรียนนำผลบวกของลำดับเลขคณิตและผลบวกลำดับเรขาคณิตมาเขียนในรูปสัญลักษณ์การบวก ( $\Sigma$ ) ได้อย่างมีเหตุผล

8.5 มีภูมิคุ้มกัน นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง สัญลักษณ์ แทนการบวก ไปเป็นภูมิคุ้มกันในการเรียนเรื่อง อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

8.4 เงื่อนไขคุณธรรม นักเรียนมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง มีความมุ่งมั่นในการทำงานอย่างเป็นระเบียบเรียบร้อยและมีความสามัคคียอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นในการปฏิบัติงานกลุ่ม

8.5 เงื่อนไขความรู้ นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการใช้สมบัติของสัญกรณ์ในการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

## 9. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD)



ชั่วโมงที่ 13 เรื่องผลบวกของพจน์ของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต เรียกว่า อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

### ขั้นที่ 1 นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนสมาชิกกลุ่มต่างๆ เข้าประจำกลุ่มเดิม กำหนดบทบาทของประธาน เลขานุการกลุ่ม
2. แจกผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนา ทบทวนเกี่ยวกับเรื่อง ลำดับและการหาพจน์ของลำดับ โดยการถาม – ตอบ กับนักเรียน จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาพจน์ที่ได้จากลำดับ และความสัมพันธ์ของพจน์ของลำดับเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่เนื้อหาเรื่อง อนุกรม โดยใช้คำถามดังนี้

นักเรียนพิจารณาจากลำดับต่อไปนี้

1)  $1, 2, 3, \dots, 10$

จะได้ผลบวกของพจน์ของลำดับ คือ

$$1 + 2 + 3 + \dots + 10$$

2) 4 พจน์แรกของลำดับที่มี  $a_n = \frac{2n}{n+1}$

ได้แก่  $a_1 = 1$

$$a_2 = \frac{4}{3}$$

$$a_3 = \frac{6}{3} = \frac{3}{2}$$

$$a_4 = \frac{8}{5}$$

จะได้ผลบวกของลำดับ คือ

$$1 + \frac{4}{3} + \frac{3}{2} + \frac{8}{5}$$

3) ถ้า  $a_n = \frac{n}{n+1}$ ;  $n \in \mathbf{N}$

ดังนั้น ลำดับมีพจน์เป็น

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots; n \ 1, 2, 3, \dots, n$$

จะได้ผลบวกของลำดับ คือ

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{n}{n+1} + \dots$$

- 1) ผลบวกของพจน์ของลำดับข้อ 1, 2, 3, เรียกว่า (อนุกรม)
- 2) ผลบวกข้อใดเป็นอนุกรมจำกัด..... (ข้อ 1, และ 2)
- 3) ผลบวกในข้อใดเป็นอนุกรมอนันต์..... (ข้อ 3)

2. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปลักษณะของอนุกรม โดยเชื่อมโยงจากตัวอย่างและคำตอบจากคำถามข้างต้น สรุปได้ดังนี้

- สรุป
1. ผลบวกของพจน์ของลำดับ เรียกว่า อนุกรม
  2. อนุกรมที่เป็นผลบวกของลำดับอนันต์ เรียกว่า “อนุกรมอนันต์”
  3. อนุกรมที่เป็นผลบวกของลำดับจำกัดเรียกว่า “อนุกรมจำกัด”

### ขั้นที่ 2 ขั้นเรียนกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. นักเรียนร่วมกันศึกษาใบความรู้ที่ 8.1 เรื่อง อนุกรม ให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มต่างๆ พิจารณาอนุกรมจากตัวอย่างในใบความรู้ที่ 8.1 ออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน 1 – 2 กลุ่ม โดยครูให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มสุ่มเลือกนักเรียนและครูช่วยตรวจสอบความถูกต้องของกิจกรรมในใบความรู้ที่ 8.1 ที่นักเรียนนำเสนอ
2. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะที่ 8.1 โดยให้นักเรียนสมาชิกกลุ่มต่างๆ ช่วยเหลือซึ่งกันและกันภายในกลุ่มจนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถที่จะตอบคำถาม และอธิบายคำตอบได้ถูกต้องทุกคำถามในกิจกรรม และต้องทำกิจกรรมกลุ่มให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด
3. ขณะนักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ครูคอยสังเกตการณ์ปฏิบัติงานด้านความรับผิดชอบ ความสามัคคี ความมีวิचारณญาณในการคิด พร้อมให้คำแนะนำตอบข้อคำถามนักเรียน
4. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบในแบบฝึกทักษะที่ 8.1 จากบัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8.1



## ชั่วโมงที่ 14 เรื่อง การเขียนสัญกรณ์การบวก ( $\Sigma$ ) แทนอนุกรม

### ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. ครูกำหนดอนุกรม และเขียนอนุกรมด้วยสัญกรณ์การบวก โดยใช้ความรู้เดิมตอบคำถามเพื่อเชื่อมโยงสู่การเขียนสัญกรณ์ดังนี้

(บทกระดาน) นักเรียนจงพิจารณา การเขียนอนุกรมต่อไปนี้

เมื่อกำหนดลำดับเป็น  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{2^{n-1}}$

ได้เป็น 1)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$

$$2) S_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2^{i-1}}$$

จงตอบคำถามในข้อต่อไปนี้

- (1) อนุกรมใน 1) และ 2) เป็นอนุกรมที่ได้จากผลบวกพจน์ของลำดับ..... (จำกัด/อนันต์)  
..... (จำกัด)

(2) อนุกรมทั้งสอง..... (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน).....(เท่ากัน)

(3) เรียก  $\sum_{i=1}^n a_i$  ว่าอะไร (การบวกของอนุกรมในรูปสัญกรณ์การบวก)

2. นักเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายการเขียนสัญกรณ์การบวกแทนอนุกรม ได้ดังนี้  
สัญกรณ์การบวก

ให้  $S_n$  แทนผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรม

จะได้ว่า  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  ..... (1)

และให้  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  ..... (2)

จะพบว่า  $S_n$  สามารถเขียนในรูปของสัญกรณ์การบวกได้

### ขั้นที่ 2 ขั้นเรียนกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 8.2 เรื่อง การเขียนอนุกรมโดยใช้สัญกรณ์แทนการบวก และ  
ไม่ใช้สัญกรณ์แทนการบวก

2. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอกิจกรรมในใบความรู้ที่ 8.2 โดยให้นักเรียนส่งตัวแทนออกมานำเสนอ  
1 – 2 คน นักเรียนและครูตรวจสอบความถูกต้องของการนำเสนอ

3. นักเรียนแต่ละกลุ่มรับแบบฝึกทักษะที่ 8.2 ไปช่วยกันทำโดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำเสร็จในเวลา  
ที่กำหนด นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกันจนนักเรียนสามารถที่จะตอบคำถาม และอธิบายได้หมดทุกคำถาม

4. นักเรียนแลกเปลี่ยนกันตรวจคำตอบใบแบบฝึกทักษะที่ 8.2 จากบัตรเฉลยแบบฝึกทักษะ  
ที่ 8.2 ครูสังเกตความมีวินัยในการตรวจคำตอบของนักเรียนไปพร้อมๆ กัน

### ขั้นที่ 3 ขั้นทดสอบย่อย

1. นักเรียนสมาชิกตัวแทนกลุ่มต่างๆ รับกระดาษคำตอบและแบบทดสอบฉบับที่ 8 พร้อมทั้งรับฟังคำชี้  
แจงจากครูว่าแบบทดสอบย่อยท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 (แบบทดสอบฉบับที่ 8) เป็นแบบทดสอบรายบุคคล  
ไม่ให้ช่วยเหลือกัน และทำตามเวลาที่กำหนด

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบฉบับที่ 8 ข้อละ 1 คะแนน ถ้าทำถูก ถ้าทำผิดได้ 0 คะแนน

### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนผลการทดสอบฉบับที่ 8 มาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนและของกลุ่ม โดย  
คะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคน คิดได้จากคะแนนแบบทดสอบฉบับที่ 8 มาคิดเป็นร้อยละ แล้วนำไป  
เปรียบเทียบกับคะแนนฐาน ซึ่งได้จากคะแนนความก้าวหน้าในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 แล้วคิดเป็นคะแนน

ความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่มคิดได้จาก ผลรวมของคะแนนของการพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่ม แล้วหารด้วยจำนวนคนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือว่าเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม มีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

คะแนนทดสอบฉบับที่ 4	คะแนนพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	5
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	10
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

#### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานและการเสริมแรงกลุ่มที่ได้รับรางวัล

เกณฑ์การตัดสิน เกณฑ์ในการตัดสินว่ากลุ่มที่ควรได้รับการยกย่องหรือยอมรับจากคะแนนรวมของคนในแต่ละกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน จำแนกได้ดังนี้

กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย	5-9 คะแนน	อยู่ในระดับ	เก่ง
กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย	10-14 คะแนน	อยู่ในระดับ	เก่งมาก
กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย	15-20 คะแนน	อยู่ในระดับ	ยอดเยี่ยม

#### ขั้นสรุป

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุป ความรู้เกี่ยวกับการเขียนผลบวกของลำดับ โดยใช้สัญลักษณ์การบวกได้ดังนี้

กำหนดลำดับ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

จะได้ว่า  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$

เมื่อ  $S_n$  แทนการบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรม

## 10. สื่อ / แหล่งเรียนรู้

### 10.1 สื่อ / อุปกรณ์การสอน

- ใบความรู้ที่ 8.1 จำนวน 40 ข้อ
- แบบฝึกทักษะที่ 8.1 จำนวน 40 ข้อ



- ใบความรู้ที่ 8.2	จำนวน	40 ข้อ
- แบบฝึกทักษะที่ 8.2	จำนวน	40 ข้อ
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8.1	จำนวน	10 ข้อ
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8.2	จำนวน	10 ข้อ
- แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 8	จำนวน	40 ข้อ
- บัตรเฉลยแบบทดสอบย่อย	จำนวน	40 ข้อ

## 10.2 แหล่งเรียนรู้

- การสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต / อินทราเน็ต (Internet / Intranet)
- ห้องสมุดโรงเรียน
- สำนักงานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

## 11. การประเมินผลการเรียนรู้

11.1 ผู้ประเมิน  ครู  นักเรียน  ผู้ปกครอง

11.2 สิ่งที่ต้องประเมิน คือ สมรรถภาพของผู้เรียนได้แก่

- 1) ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบย่อย
- 2) ทักษะกระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน
- 3) คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินจากพฤติกรรมกรรมการเรียน

คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมการเรียน

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b> 1. ความรู้ 2. ความเข้าใจ 3. การนำไปใช้ 4. การวิเคราะห์ 5. การสังเคราะห์ 6. การประเมินค่า	- บอกรับทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ - อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ - นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง - แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ - รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปเป็นองค์ความรู้ - สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	ใบกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 8.1 – 8.2 แบบทดสอบ ฉบับที่ 8
<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิ ที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	แบบตรวจผลงาน
<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. ทำงานเป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความรอบคอบ 4. มีความรับผิดชอบ 5. มีวิจรรย์ญาณ 6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง 7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์	- รู้จักในการวางแผนทำงาน - แต่งกาย กิริยา วาจา ความซื่อสัตย์ - ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน - ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา - ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรองเหมาะสม - กล้าแสดงออกในทางที่ดี - ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม

เกณฑ์การวัด	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน	มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนน ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน	มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรม แสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน	มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ

### 11.3 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

### 11.4 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
60-79	ดี
50-59	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

5. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

5.1 ด้านความรู้ .....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ.....

.....  
.....  
.....  
.....

5.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ .....

.....  
.....  
.....

6. แนวทางการแก้ไขและพัฒนา .....

.....  
.....  
.....

7. ข้อคิดเห็นอื่นๆ .....

.....  
.....

ลงชื่อ .....

( นายปิยะชัย อาสาสอน )

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ เดือน พ.ศ.

## ภาคผนวกท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

- ใบความรู้ที่ 8.1
- แบบฝึกทักษะที่ 8.1, บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8.1
- ใบความรู้ที่ 8.2
- แบบฝึกทักษะที่ 8.2, บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8.2
- แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 8
- บัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 8
- แบบประเมินคะแนนการปฏิบัติงานกลุ่ม

## ใบความรู้ที่ 8.1

### เรื่อง ลำดับเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

#### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มุ่งให้ผู้เรียนสามารถหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอนุกรมได้

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

- หาค่าผลบวกของลำดับในรูปสัญกรณ์แทนการบวกได้
- หาค่าของสัญกรณ์แทนการบวกในรูปผลบวกของจำนวนได้

#### แนวคิดหลัก

##### 1. อนุกรม (Series)

ผลบวกของพจน์ของลำดับเรียกว่า อนุกรม

ดังนั้น  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็น  $n$  พจน์แรกของลำดับแล้ว  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  เรียกว่า

อนุกรม

2. ถ้าลำดับ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับจำกัดแล้วผลบวกของลำดับคือ  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  เป็นอนุกรมจำกัด

3. ถ้าลำดับ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \dots$  เป็นลำดับอนันต์ ผลบวกของลำดับอนันต์คือ

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \dots$$

4. กำหนดให้  $S_n$  แทนผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมใดๆ จะได้ว่า

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

(ในหนังสือบางเล่มใช้สัญลักษณ์  $S_n$  ด้วย  $\sum a_n$ )

**บทนิยาม** เมื่อ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับจำกัด และ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  ว่าลำดับอนันต์ เรียกการ  
 แสดงผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับในรูป  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  หรือ  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n, \dots$  ว่าอนุกรม  
 อนุกรมที่ได้จากลำดับจำกัด เรียกว่า อนุกรมจำกัด  
 อนุกรมที่ได้จากลำดับอนันต์ เรียกว่า อนุกรมอนันต์

สำหรับอนุกรม  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  หรือ  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n, \dots$

เรียกว่า  $a_1$  ว่า พจน์ที่ 1 ของอนุกรม  
 $a_2$  ว่า พจน์ที่ 2 ของอนุกรม  
 $a_3$  ว่า พจน์ที่ 3 ของอนุกรม  
 $\vdots$   
 $a_n$  ว่า พจน์ที่  $n$  ของอนุกรม

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียน  $\sum_{i=1}^6 \left(\frac{i-2}{i+1}\right)$  โดยใช้สัญกรณ์การบวก

วิธีทำ  $\sum_{i=1}^6 \left(\frac{i-2}{i+1}\right)$  แทน  $i$  ใน  $a_n$  ด้วย 1, 2, 3, 4, 5, และ 6

ตามลำดับจะได้

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 \left(\frac{i-2}{i+1}\right) &= \frac{1-2}{1+1} + \frac{2-2}{2+1} + \frac{3-2}{3+1} + \frac{4-2}{4+1} + \frac{5-2}{5+1} + \frac{6-2}{6+1} \\ &= \frac{-1}{2} + 0 + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{6} + \frac{4}{7} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนอนุกรมต่อไปนี้เป็นสัญกรณ์การบวก

$$3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81}$$

วิธีทำ  $\because a_1 = 3 = 3, a_n = -1$  จะได้  $\frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{-1}{3}\right) = r$

$$a_2 = -1 = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^{2-1}$$

$$a_3 = \frac{1}{3} = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^{3-1}$$

$$a_4 = \frac{-1}{9} = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^{4-1}$$

$$a_5 = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^{5-1}$$

$$a_6 = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^{6-1}$$

ดังนั้นเมื่อ แทน  $i$  ด้วย 6 จะได้

$$a_i = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{i=1}^6 a_i = \sum_{i=1}^6 3\left(-\frac{1}{3}\right)^{i-1}, i = 1, 2, 3, \dots, 6$$

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียน 5 พจน์แรกของลำดับ  $a_n = 2n - 1$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} a_1 &= (2)(1) - 1; & a_2 &= (2)(2) - 1; & a_3 &= 2(3) - 1 \\ &= 1 & ; & & = 3 & ; & = 5 \\ a_4 &= (2)(4) - 1; & a_5 &= (2)(5) - 1 \\ &= 7 & ; & & = 9 \end{aligned}$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับนี้ คือ 1, 3, 5, 7 และ 9



แบบฝึกทักษะที่ 8.1

เรื่อง อนุกรม และการหาค่าของสัญลักษณ์แทนการบวก แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระจำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. จงหาค่าของข้อต่อไปนี้ ในรูปการกระจาย

1.1  $\sum_{i=1}^5 (3i-4)$

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

1.2  $\sum_{k=1}^5 \frac{k-1}{k+1}$

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

1.3  $\sum_{i=1}^4 (i+1)(i+2)$

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

2. จงเขียนอนุกรมต่อไปนี้ โดยใช้สัญกรณ์แทนการบวก

2.1  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2  $1 + 8 + 27 + 64 + 216$

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

### บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8.1

เรื่อง อนุกรม และการหาค่าของสัญลักษณ์แทนการบวก แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

#### 1. เฉลย

$$\begin{aligned} 1.1) \quad \sum_{i=1}^5 (3i-4) &= \{3(1)-4\} + \{3(2)-4\} + \{3(3)-4\} + \{3(4)-4\} + \{3(5)-4\} \\ &= -1 + 2 + 5 + 8 + 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.2) \quad \sum_{k=1}^5 \frac{k-1}{k+1} &= \left(\frac{1-1}{1+1}\right) + \left(\frac{2-1}{2+1}\right) + \left(\frac{3-1}{3+1}\right) + \left(\frac{4-1}{4+1}\right) + \left(\frac{5-1}{5+1}\right) \\ &= 0 + \frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{3}{5} + \frac{4}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3) \quad \sum_{i=1}^4 (i+1)(i+2) &= \sum_{i=1}^4 i^2 + 3i + 2 \\ &= \{1^2 + 3(1) + 2\} + \{2^2 + 3(2) + 2\} + \{3^2 + 3(3) + 2\} + \{4^2 + 3(4) + 2\} \\ &= 6 + 12 + 20 + 30 \end{aligned}$$

#### 2. เฉลย

$$\begin{aligned} 2.1 \quad \because \quad a_1 &= \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)(-1)^{1+1} = (-1)^{1+1}\left(\frac{1}{2}\right)^1 \\ a_2 &= \frac{-1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2(-1)^{2+1} = (-1)^{2+1}\left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ a_3 &= \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3(-1)^{3+1} = (-1)^{3+1}\left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ a_4 &= \frac{-1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4(-1)^{4+1} = (-1)^{4+1}\left(\frac{1}{2}\right)^4 \\ a_5 &= \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^5(-1)^{5+1} = (-1)^{5+1}\left(\frac{1}{2}\right)^5 \\ &\vdots \\ a_n &= (-1)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^n; n = 1, 2, 3, 4 \text{ และ } 5 \end{aligned}$$

$$\therefore \sum_{i=1}^5 a_i = \sum_{i=1}^5 (-1)^{i+1}\left(\frac{1}{2}\right)^i$$

$$2.2 \quad 1 + 8 + 27 + 64 + 216 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$$

$$\text{ให้} \quad \sum a_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + n^3$$

$$\therefore \sum_{i=1}^5 a_i = \sum_{i=1}^5 i^3$$

## ใบความรู้ที่ 8.2

เรื่อง อนุกรม และการหาค่าของสัญลักษณ์แทนการบวก แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

บทนิยาม ให้  $a_n$  แทนพจน์ที่  $n$  ของอนุกรม

$S_n$  แทนผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรม

จะได้ว่า  $S_n = \sum a_n$

หรือ  $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ  $\sum_{i=1}^4 \frac{i^2+2i+1}{i+1}$

วิธีทำ  $\therefore \sum_{i=1}^4 \frac{i^2+2i+1}{i+1} = \sum_{i=1}^4 \frac{(i+1)(i+1)}{(i+1)}$

$$= \sum_{i=1}^4 (i+1)$$

ดังนั้น  $\sum_{i=1}^4 \frac{i^2+2i+1}{i+1} = (1+1) + (2+1) + (3+1) + (4+1)$

$$= 2 + 3 + 4 + 5$$
$$= 14$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ  $\sum_{i=1}^3 \frac{i(i^2-1)}{(i-1)}$

วิธีทำ  $\sum_{i=1}^3 \frac{i(i^2-1)}{(i-1)} = \sum_{i=1}^3 \frac{i(i+1)(i-1)}{(i-1)}$

$$= \sum_{i=1}^3 \frac{i(i^2-1)}{(i-1)}$$
$$= 1(1+1) + 2(2+1) + 3(3+1)$$
$$= 2 + 6 + 12$$

$\therefore \sum \frac{i(i-1)}{2} = 20$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้  $f(x) = 2x+1$  และ  $c_1, c_2, c_3, c_4$  และ  $c_5$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งมีค่า 2, 5, 1, 3 และ 4 ตามลำดับ

จงหาค่าของ  $\sum_{i=1}^6 f(c_i)$

วิธีทำ  $\therefore f(x) = 2x+1$   
 $f(c_i) = 2i+1$

จะได้ว่า  $\sum_{i=1}^6 f(c_i) = \sum_{i=1}^6 (2i+1)$   
 $= \{2(1)+1\} + \{2(2)+1\} + \{2(3)+1\} + \{2(4)+1\} +$   
 $\{2(5)+1\} + \{2(6)+1\}$   
 $= 3+5+7+9+11+13$

$\therefore \sum_{i=1}^6 f(c_i) = 48$

ตรวจสอบคำตอบ

$\therefore f(c_1) = 2c_1+1$  แทนค่า  $c_1=2$  จะได้  $f(2) = 2(2)+1 = 5$   
 $f(c_2) = 2c_2+1$  แทนค่า  $c_2=5$  จะได้  $f(5) = 2(5)+1 = 11$   
 $f(c_3) = 2c_3+1$  แทนค่า  $c_3=1$  จะได้  $f(1) = 2(1)+1 = 3$   
 $f(c_4) = 2c_4+1$  แทนค่า  $c_4=3$  จะได้  $f(3) = 2(3)+1 = 7$   
 $f(c_5) = 2c_5+1$  แทนค่า  $c_5=4$  จะได้  $f(4) = 2(4)+1 = 9$

ดังนั้น  $\sum_{i=1}^6 f(c_i) = 5+11+3+7+9$   
 $= 35$

โดยการแทนค่า  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  ใน  $\sum_{i=1}^6 (2i+1) = \sum_{i=1}^6 f(c_i)$

จะได้  $\sum_{i=1}^6 (2i+1) = \{(2 \times 1)+1\} + \{(2 \times 2)+1\} + \{(2 \times 3)+1\} + \{(2 \times 4)+1\} + \{(2 \times 5)+1\}$   
 $= 3+5+7+9+11$   
 $= 35$

ดังนั้น เมื่อกำหนด  $f(x) = 2x+1$  และ  $c_1, c_2, c_3, c_4$  และ  $c_5$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งมีค่า 2, 5, 1, 3 และ 4 ตามลำดับแล้ว

จะได้ว่า  $\sum_{i=1}^6 f(c_i) = f(c_1), f(c_2), f(c_3), f(c_4), f(c_5)$   
 $= (2c_1+1)+(2c_2+1)+(2c_3+1)+(2c_4+1)+(2c_5+1)$

$$= \sum_{i=1}^6 (2c_i + 1)$$

$$= \sum_{i=1}^6 (2i + 1)$$

$$\text{สรุปได้ว่า } \sum_{i=1}^6 f(c_i) = \sum_{i=1}^6 (2i + 1)$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{i=1}^6 f(c_i) = 48$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่าของ  $\sum_{i=1}^4 \left( \frac{i^2 - 4i + 4}{i - 2} \right)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \because \sum_{i=1}^4 \left( \frac{i^2 - 4i + 4}{i - 2} \right) &= \sum_{i=1}^4 \left[ \frac{(i-2)(i-2)}{(i-2)} \right] \\ &= \sum_{i=1}^4 (i-2) \\ &= (1-2) + (2-2) + (3-2) + (4-2) \\ &= -1 + 0 + 1 + 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

แบบฝึกทักษะที่ 8.2

เรื่อง การเขียนสัญกรณ์แทนการบวก n พจน์แรกของอนุกรม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. จงหาค่าของสัญกรณ์ต่อไปนี้

1.1  $\sum_{i=1}^5 (i^2 + 1)$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

1.2  $\sum_{i=1}^4 \frac{(i^2 - 1)}{(i + 1)}$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

1.3  $\sum_{k=1}^4 \frac{k+1}{k}$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาพจน์ต่างๆ ของอนุกรมในข้อต่อไปนี้

2.1) พจน์ที่ 10 ของ  $\sum \left(\frac{n+1}{2n-3}\right)$

วิธีทำ.....

.....  
.....  
.....

2.2) จงเขียน 5 พจน์แรกของ  $\sum_{i=1}^n (i^2 - i - 2)$

วิธีทำ.....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. กำหนดให้  $f(x) = 3x - 1$  และให้  $a_1, a_2, a_3,$  และ  $a_5$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งมีค่า 4, 7, 2, และ 1 ตามลำดับ จง

หาค่า  $\sum_{i=1}^4 f(a_i)$

วิธีทำ.....

.....  
.....  
.....  
.....



## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 8.2

เรื่อง การเขียนสัญกรณ์การบวก ( $\Sigma$ ) แทนการบวกของลำดับ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

เฉลย

1. วิธีทำ 1.1)  $\sum_{i=1}^5 (i^2 + 1) = (1^2 - 1), (2^2 - 1), (3^2 - 1), (4^2 - 1), (5^2 - 1)$

$$= 0 + 3 + 8 + 15 + 24$$

$$= 50$$

1.2)  $\sum_{i=1}^4 \frac{(i^2 - 1)}{(i + 1)} = \sum_{i=1}^4 \frac{(i - 1)(i + 1)}{(i + 1)}$

$$= \sum_{i=1}^4 (i - 1)$$

$$= (1 - 1) + (2 - 1) + (3 - 1) + (4 - 1)$$

$$= 0 + 1 + 2 + 3$$

$$= 6$$

1.3)  $\sum_{k=1}^4 \frac{k+1}{k} = \left(\frac{1+1}{1}\right) + \left(\frac{2+1}{2}\right) + \left(\frac{3+1}{3}\right) + \left(\frac{4+1}{4}\right)$

$$= 2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4}$$

$$= \frac{73}{12}$$

เฉลย

2. วิธีทำ 2.1)  $\therefore \sum \left(\frac{n+1}{2n-3}\right)$  คือผลบวก  $n$  พจน์แรกของลำดับที่มี  $a_n = \frac{n+1}{2n-3}$

ดังนั้น  $a_{10} = \frac{10+1}{2(10)-3}$

$$= \frac{11}{17}$$

2.2)  $\sum_{i=1}^n (i^2 - i - 2)$  คือผลบวก  $n$  พจน์แรกของลำดับที่มี  $a_i = i^2 - i - 2$ ;  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

ดังนั้นเขียน  $a_i$  ในของ  $a_n = n^2 - n - 2$

แทนค่า  $n = 1$  จะได้  $a_1 = 1^2 - 1 - 2 = -2$

แทนค่า  $n = 2$  จะได้  $a_2 = 2^2 - 2 - 2 = 0$

$$\text{แทนค่า } n=3 \text{ จะได้ } a_3 = 3^2 - 3 - 2 = 4$$

$$\text{แทนค่า } n=4 \text{ จะได้ } a_4 = 4^2 - 4 - 2 = 10$$

$$\text{แทนค่า } n=5 \text{ จะได้ } a_5 = 5^2 - 5 - 2 = 18$$

ดังนั้น ผลบวก 5 พจน์แรกของ  $\sum_{i=1}^n (i^2 - i - 2)$  ในรูปการแจกแจงคือ  $-2 + 0 + 4 + 10 + 18$

**เฉลย**

$$\begin{aligned} 3. \text{วิธีทำ } \because \sum_{i=1}^4 f(a_i) &= \sum_{i=1}^4 (3i-1) \\ &= \{(3)(1) - 1\} + \{(3)(2) - 1\} + \{(3)(3) - 1\} + \{(3)(4) - 1\} \\ &= 2 + 5 + 8 + 11 \\ &= 26 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \sum_{i=1}^4 f(a_i) = 26$$

แบบทดสอบฉบับที่ 8

เรื่อง การเขียนสัญกรณ์การบวก ( $\Sigma$ ) แทนการบวกของลำดับ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

คำชี้แจง : จงเลือกคำตอบที่ถูกต้อง ทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงบนกระดาษคำตอบในข้อ

ก, ข, ค, หรือ ง

1. ลำดับใดที่มีผลบวกของพจน์ของลำดับเป็นอนุกรมอนันต์

ก.  $2, 4, 6, 8, \dots, 2n$

ข.  $5, 7, 9, \dots, 2n+3, 2n+5$

ค.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{128}, \dots, \frac{1}{2^n}$

ง.  $x-1, x-4, x-7, \dots$

2. กำหนดให้  $\sum_{i=1}^{10} i$  เท่ากับ 55 เขียนในรูปการกระจายของผลบวกได้เท่ากับข้อใด

ก.  $1+2+3+\dots+n$

ข.  $1+2+3+\dots+10$

ค.  $1+2+3+\dots+n, n-10$

ง.  $1+2+3+\dots$

3. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\sum_{i=1}^4 (2i+1)$

ก. 25

ข. 24

ค. 18

ง. 12

4. อนุกรม  $1+3+9+27$  เขียนในรูปสัญกรณ์แทนการบวกได้เท่ากับข้อใด

ก.  $\sum_{i=1}^4 (-1)^i (3)$

ข.  $\sum_{i=1}^4 3^{i+1}$

ค.  $\sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} (3)$

ง.  $\sum_{i=1}^4 (3)^{i+1}$

5. อนุกรม  $1 + 5 + 13 + 29 + \dots$  เขียนในรูปสัญกรณ์แทนการบวกได้ดังข้อใด

ก.  $\sum_{i=1}^4 (4i-3)$

ข.  $\sum_{i=1}^n (4i-3)$

ค.  $\sum_{i=1}^n (2^{i+1}-3)$

ง.  $\sum_{i=1}^4 (2^{i+1}+3)$

6. ข้อใดคือ  $\sum_{i=1}^{10} (2^{i+1}-2)$  ในรูป 4 พจน์แรกของอนุกรม

ก.  $2 + 4 + 6 + 14 + 16$

ข.  $2 + 6 + 12 + 24$

ค.  $2 + 6 + 10 + 14$

ง.  $2 + 6 + 14 + 30$

7. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\sum_{i=1}^4 \frac{2(i^2-1)}{i-1}$

ก. หาคำตอบไม่ได้

ข. 0

ค. 14

ง. 28

8. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\sum_{i=1}^4 \frac{(2i-2)}{4i^2-4} + 3$

ก.  $\frac{437}{120}$

ข.  $\frac{437}{60}$

ค.  $\frac{77}{120}$

ง.  $\frac{77}{60}$

9. กำหนดให้  $f(x) = 2x+1$  และ  $a_1, a_2, a_3, a_4$  เป็นจำนวนเต็มซึ่งมีค่า 2, 5, 1 และ 3 ตามลำดับ

ข้อใดมีค่า  $\sum_{i=1}^5 f(a_i)$

ก. 17

ข. 28

ค. 35

ง. 48

10. กำหนดให้  $\sum_{i=1}^7 f(a_i) = \sum_{i=1}^7 (2i+1)$  ข้อใดคือพจน์ที่ 4 ของผลบวก  $\sum_{i=1}^7 (2i+1)$

ก. 9

ข. 24

ค. 50

ง. 63

เฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 8

เรื่อง การเขียนสัญกรณ์การบวก ( $\Sigma$ ) แทนการบวกของลำดับ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

- เฉลย
1. ง
  2. ข
  3. ข
  4. ข
  5. ค
  6. ง
  7. ง
  8. ก
  9. ค
  10. ก

แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ ทัศนศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

ภาคเรียนที่ 2 กิจกรรม

เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. การแก้ปัญหา										
2. การให้เหตุผล										
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ										
4. การเชื่อมโยงความรู้										
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 5

ดี ได้คะแนน 4

พอใช้ ได้คะแนน 3

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมเรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ										
2. มีระเบียบวินัย										
3. มีความรอบคอบ										
4. มีความรับผิดชอบ										
5. มีวิจรรย์ญาณ										
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง										
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคุณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ



แบบบันทึกคะแนน

กิจกรรมเรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาอนุกรมที่เกิดจากผลบวกลำดับ				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่องย่อย อนุกรมเลขคณิต

เวลา 3 ชั่วโมง

1. สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค.1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

3. มาตรฐานช่วงชั้น ข้อ 4.2.5

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

4. สาระสำคัญ

1. พจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิต (Arithmetic Sequence หรือ Arithmetic Progression) ก็ต่อเมื่อ มีค่าคงตัว  $d$  เรียกว่า ผลต่างร่วม (Common Difference) โดยที่พจน์ที่  $n$  คือ  $a_n = a_{n+1} + d$  สำหรับทุกจำนวน  $n > 1$  หรือ  $a_n - a_{n-1} = d$  สำหรับทุกจำนวนเต็ม  $n > 1$

2. พจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต หาได้จากสูตร  $a_n = a_1 + (n-1)d$  สำหรับทุกจำนวน  $n > 1$

3. ผลบวกของพจน์ของลำดับเลขคณิตเรียกว่า อนุกรมเลขคณิต

4. การหาพจน์บวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตหาได้จากสูตร  $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$  หรือ  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$  เมื่อแทน  $a_1(n-1)$  ด้วย  $a_n$

5. การนำความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิตใช้แก้ปัญหาได้

5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1) อธิบายเกี่ยวกับอนุกรมเลขคณิตได้

2) หาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต และหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตที่กำหนดให้ได้

3) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับหลักการของลำดับและอนุกรมเลขคณิต นำไปประยุกต์ใช้กับ

สถานการณ์ได้

4) มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

6.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6.1.1 บอกความหมายอนุกรมเลขคณิตได้ถูกต้อง

6.1.2 หาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้ถูกต้อง

6.1.3 เมื่อกำหนดผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต สามารถหาผลต่างร่วม และพจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้

6.1.4 สามารถนำความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิตไปแก้โจทย์ปัญหาได้

6.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

6.2.1 แก้ปัญหาได้

6.2.2 ใ้เหตุผลได้

6.2.3 สื่อสาร – สื่อความหมาย และนำเสนอได้

6.2.4 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ

6.2.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีความสามารถ

6.3.1 ทำงานเป็นระบบ

6.3.2 มีระเบียบวินัย

6.3.3 มีความรอบคอบ

6.3.4 มีความรับผิดชอบ

6.3.5 มีวิจารณญาณ

6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

**7. จุดประสงค์การเรียนรู้ (ชั่วโมง 15 – 17)**

7.1 อนุกรมเลขคณิต

7.2 ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

7.3 การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตโดยใช้สูตร

7.4 การแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง อนุกรมเลขคณิต

**8. การบูรณาการแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง**

**8.1 ความพอประมาณ** นักเรียนมีความรู้ทักษะที่เหมาะสมกับมาตรฐานช่วงชั้นตามเวลาและสนใจของนักเรียนอย่างพอเพียง

**8.2 ความมีเหตุผล** นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิตที่ได้รับไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวันได้อย่างมีเหตุผล

**8.3 มีภูมิคุ้มกัน** นักเรียนมีความสามารถในการปรับประยุกต์ใช้ความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิตในการดำเนินชีวิตประจำวัน

**8.4 เจือใจคุณธรรม** นักเรียนมีการทำงานเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีวิจารณญาณ มีความรับผิดชอบ มีความมั่นใจในตนเอง และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

**8.5 เจือใจความรู้** นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิต ไปใช้แก้ปัญหา และเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป

## 9. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD)



### ชั่วโมงที่ 15 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเลขคณิต

#### ขั้นที่ 1 นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนสมาชิกกลุ่มต่างๆ เข้าประจำกลุ่มเดิม ครูชี้แจงวิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD ให้ทราบ

2. นักเรียนและครูร่วมกันสนทนาทบทวนความรู้เกี่ยวกับลักษณะของลำดับและอนุกรม จากนั้นให้นักเรียนพิจารณาลำดับที่ครูกำหนดให้ แล้วตั้งคำถามเชื่อมโยงเรื่องลำดับเลขคณิต นักเรียนร่วมกันอภิปราย และสรุปเกี่ยวกับการหาพจน์ทั่วไป ( $a_n$ ) หรือพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตได้ดังนี้

“พจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต ( $a_n$ )

ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตก็ต่อเมื่อ  
มีค่าคงตัว  $d$  เรียกว่า ผลต่างร่วม โดยพจน์ที่  $n$  คือ

$$a_n = a_1 + (n-1)d \text{ สำหรับทุกจำนวนเต็ม } n > 1$$

หรือ

$$a_n - a_{n-1} = d \text{ สำหรับทุกจำนวนเต็ม } n > 1$$

3. แจงผลการเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

4. ครูกำหนดลำดับ  $a_n = \frac{n}{n+1}; n \in \mathbb{N}$  ให้นักเรียนเขียนมาในแบบรูปการแจกพจน์ และในรูปผลบวก  $n$  พจน์แรกได้อย่างไร

ตอบ  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots$  และเขียนในรูปผลบวก  $n$  พจน์แรกของลำดับได้เป็น

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{n}{n+1}$$

5. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนลำดับเลขคณิตมากกลุ่มละ 5 ลำดับ พร้อมทั้งบอกผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต จากนั้นทำการสุ่มเลือกนักเรียน 3 – 4 คน ออกมานำเสนอวิธีผลต่างร่วม  $d$  หน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อนๆ ในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง



6. ครูอธิบายเกี่ยวกับการหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต โดยให้นักเรียนร่วมพิจารณาความสัมพันธ์จากสูตร (บทนิยาม) ของลำดับเลขคณิตพร้อมตั้งคำถามกระตุ้นความคิด ของนักเรียนดังต่อไปนี้

- 1) จากข้อสรุปพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิต จะได้ว่า  $a_2$  เขียนได้ในเทอมของ  $a_1$  เป็นเท่าใด
- 2)  $a_3$  เท่ากับเท่าไร [ตอบ  $a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$ ]
- 3)  $a_4$  เท่ากับเท่าไร [ตอบ  $a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d$ ]
- 4) จากคำตอบข้อ 1), 2), 3) แล้ว  $a_n$  จะมีค่าเท่าใด

(ตอบ  $a_n = a_1 + (n-1)d$  สำหรับทุกจำนวนนับที่  $n > 1$ )

7. นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 9.1 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเลขคณิต หลังจากนั้นนักเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน โดยใช้การซักถามสมาชิกในกลุ่มจนสามารถตอบคำถามและอธิบายได้อย่างถูกต้อง

### ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกปฏิบัติ)

1. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้ที่ 9.1 หลังจากนั้นให้ร่วมกันทำแบบฝึกทักษะที่ 9.1 ครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่านักเรียนสามารถช่วยเหลือกันในการทำกิจกรรมใบแบบฝึกทักษะที่ 9.1 ได้ แต่ต้องทำแบบฝึกทักษะให้เสร็จตามเวลา
2. เมื่อนักเรียนกลุ่มใดทำกิจกรรมแบบฝึกทักษะเสร็จแล้วให้สมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันอภิปราย
3. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียน 1 – 2 กลุ่ม นำเสนอผลการทำแบบฝึกทักษะที่ 9.1 สมาชิกกลุ่มอื่นตรวจสอบความถูกต้องของการนำเสนอ
4. นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของแบบฝึกทักษะที่ 9.1 จากบัตรเฉลย



### ชั่วโมงที่ 16 การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

#### ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนและการสอนเนื้อหาใหม่

1. ครูแจ้งผลคะแนนการปฏิบัติงานกลุ่มต่างๆ และคะแนนผลจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 9.1 นักเรียนแต่ละกลุ่มทราบผลคะแนนของตนเองและคะแนนกลุ่ม
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต
3. ครูทบทวนการหาผลบวกของลำดับที่กำหนดพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตแล้วให้นักเรียนหา 4 พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

- 1) กำหนดพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตคือ  $a_n = 3n+1$  จงหา 4 พจน์แรกของลำดับนี้

2) สามารถเขียน 4 พจน์แรกของลำดับนี้ ในรูปผลบวกของ 4 พจน์แรกของลำดับได้อย่างไร

นักเรียนร่วมสรุป และตอบคำถามได้ดังนี้

1) 4 พจน์แรกของลำดับ  $a_n = 3n+1$  คือ 4, 7, 10, 13

2) เขียน 4 พจน์แรกของลำดับในรูปผลบวกของลำดับได้  $4 + 7 + 10 + 13$

4. นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของอนุกรมจากใบความรู้ที่ 9.2 สรุปเป็นนิยามได้ดังนี้

**บทนิยาม** กำหนดลำดับ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับจำกัด และ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับอนันต์ เรียกการแสดงผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับในรูป  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  หรือ

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$  ว่าอนุกรม

อนุกรมที่ได้จากลำดับจำกัด เรียกว่า อนุกรมจำกัด

อนุกรมที่ได้จากลำดับอนันต์ เรียกว่า อนุกรมอนันต์

สำหรับอนุกรม  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  หรือ  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$

เรียก  $a_1$  ว่า พจน์ที่ 1 ของอนุกรม

$a_2$  ว่า พจน์ที่ 2 ของอนุกรม

$a_3$  ว่า พจน์ที่ 3 ของอนุกรม

$a_n$  ว่า พจน์ที่  $n$  ของอนุกรม

#### อนุกรมเลขคณิต

**บทนิยาม** ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิต จะเรียกอนุกรม  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  ว่าเป็นอนุกรมเลขคณิต

5. ให้สมาชิกนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาใบความรู้ที่ 9.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมปรึกษาหารือช่วยเหลือกัน โดยใช้การระดมความคิดของสมาชิกในกลุ่ม ครูสุ่มนักเรียน 1 – 2 คน ที่ไม่ใช่ นักเรียนกลุ่มเดิม ออกมานำเสนอ องค์ความรู้ที่ได้จากการศึกษาในใบความรู้ที่ 9.2

6. นักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของการนำเสนอ ครูช่วยแนะนำเพิ่มเติม และกล่าวชมเชยนักเรียนในด้านความมีความเชื่อมั่นในตนเองที่นำเสนอผลงานได้ชัดเจน

**ขั้นที่ 2** การเรียนรู้กลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำความรู้ที่ได้รับจากการศึกษาใบความรู้ที่ 9.2 ทำแบบฝึกทักษะที่ 9.2 โดยให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด และให้ช่วยเหลือซึ่งพากันในกลุ่ม จนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถตอบคำถามได้ทุกคำถาม และอธิบายคำตอบได้ทุกคำถามในกิจกรรม

2. ขณะนักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ครูคอยสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำ และตอบข้อคำถามของนักเรียนด้วยความเป็นกัลยาณมิตร

3. นักเรียนสมาชิกแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนกระดาษกันตรวจความถูกต้องของการทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะที่ 9.2 จากบัตรเฉลยคำตอบของแบบฝึกทักษะที่ 9.2

4. นักเรียนบันทึกคะแนนของการทำแบบฝึกทักษะที่ 9.2 ส่งครูผู้สอนก่อนหมดชั่วโมงที่ 2 เรื่อง การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

5. นักเรียนร่วมกันสรุปการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้ดังนี้

ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

ให้  $S_n$  แทนการบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตที่มี  $a_1$  เป็นพจน์แรก และ  $d$  เป็นผลต่างร่วม มีวิธีหาได้ดังนี้

จากสูตร  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้  $S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + [a_1 + (n - 1)d] \dots\dots\dots(1)$

$S_n = [a_1 + (n - 1)d] + [a_1 + (n - 2)d] + \dots + (a_1 + d) + a_1 \dots\dots\dots(2)$

$(1) + (2) ; 2S_n = [2a_1 + (n - 1)d] + [2a_1 + (n - 2)d] + [2a_1 + (n - 3)d] + \dots + [2a_1 + (n - 1)d]$   
 $= n[2a_1 + (n - 1)d]$

$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1)d]$

เมื่อ  $a_1$  แทน พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเลขคณิต

$d$  แทน ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิต

$S_n$  แทน ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

หรือ กำหนดอนุกรมเลขคณิต  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  จะหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

ได้จากสูตร

$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
เมื่อ $S_n$ แทน ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรม
$a_1$ แทน พจน์แรกของอนุกรม
$a_n$ แทน พจน์ที่ $n$ ของอนุกรม



### ขั้นที่ 1 นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนเข้าร่วมกลุ่มเดิม
2. แจ้งผลการเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนในเรื่อง การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรม

จากโจทย์บนกระดาน ดังนี้

- (1) จงหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต ที่กำหนดค่าต่างๆ ได้ดังนี้

$$(1.1) a_1 = 40, \quad d = -3, \quad n = 20$$

$$(1.2) a_1 = -9, \quad a_{10} = 15 \quad n = 10$$

- (2) จงหาผลบวกของอนุกรม  $20 + 18 + 16 + \dots$

- (3) อนุกรมเลขคณิต  $42 + 39 + 36 + \dots$

จะได้ผลบวกเป็น 312

4. สุ่มนักเรียนตัวแทนสมาชิกกลุ่มต่างๆ อาสาสมัครออกมาหาคำตอบ โดยการเขียนคำตอบบนกระดาน นักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของสมาชิกที่ออกมานำเสนอ

5. ครูอธิบายให้นักเรียนตั้งข้อสังเกตโดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ได้คำตอบดังนี้

ข้อ (1.1) ใช้สูตรการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกโดยใช้สูตร

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n-1)d\}; \text{ กำหนด } a_1, n \text{ และ } d \text{ ให้}$$

เพราะให้ข้อ (1.2) ใช้สูตร  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$  เมื่อโจทย์กำหนด  $a_1$  และ  $a_n$  ให้

คำตอบข้อ 2 ใช้สูตร  $\frac{n}{2}[a_1 + a_n]$

เพราะกำหนดอนุกรมมาในรูปผลบวกของอนุกรม  $20 + 18 + 16 + \dots$  บวกกันแล้วได้ผลบวกเป็น 312 ก็คือทราบ  $S_n$  ให้หาค่า  $n$

คำตอบข้อ 3 กำหนดให้  $S_n, a_1$  และ  $d$  ให้ ต้องการทราบจำนวนพจน์ของผลบวกอนุกรม

ใช้สูตร  $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$  ให้

### ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

1. นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมที่จัดไว้แล้ว ให้แต่ละกลุ่มศึกษารายละเอียดของเนื้อหาตามใบความรู้ที่ 9.3 ตัวอย่างที่ 6 และ 7 หลังจากนั้นร่วมกันศึกษากิจกรรมแบบฝึกทักษะที่ 9.3 โดยให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด และให้ช่วยเหลือซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม จนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถที่จะตอบคำถามและอธิบายคำตอบได้ทุกคำถามในกิจกรรม

2. ขณะที่แต่ละกลุ่มทำกิจกรรม ครูคอยสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำ ตอบข้อคำถามของนักเรียน

3. ให้นักเรียนสมาชิกต่างกลุ่มกันแลกเปลี่ยนแบบฝึกทักษะที่ 9.3 ตรวจสอบคำตอบจากการเฉลยคำตอบของครู ครูอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนไม่เข้าใจ

### ขั้นที่ 3 ขั้นทดสอบย่อย

1. นักเรียนรับแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 9 สมาชิกทุกคนทราบว่าการทำงานแบบทดสอบให้ทำเป็นรายบุคคล ไม่ให้ช่วยเหลือกัน และทำตามเวลากำหนด

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 9 โดยถ้าตอบถูกได้ 2 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

### ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า

ครูนำคะแนนผลการทดสอบย่อยมาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนและของกลุ่ม โดยคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคน แล้วนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานซึ่งได้จากผลการสอบในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในเนื้อหาที่ผ่านมาแล้ว คิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่มคิดได้จาก ผลรวมของคะแนน

สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่มคิดได้จาก ผลรวมของคะแนนพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่มแล้วหารด้วยจำนวนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือว่าคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม มีเกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนนทดสอบฉบับที่ 4	คะแนนพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	10
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	15
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานหรือเสริมแรงกลุ่มที่ได้รางวัล

ครูประกาศคะแนนของแต่ละกลุ่มและยกย่องชมเชยดังนี้

กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย	5 – 9 คะแนน	อยู่ในระดับ	เก่ง
กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย	10 – 14 คะแนน	อยู่ในระดับ	เก่งมาก
กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย	15 – 20 คะแนน	อยู่ในระดับ	ยอดเยี่ยม

### ขั้นสรุป

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุป ความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิต เป็นบทนิยามดังนี้

ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิตแล้ว เราจะเรียกอนุกรม  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$  ว่าเป็นอนุกรมเลขคณิต

2. ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

ให้  $S_n$  แทน ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

ที่มี  $a_1$  เป็นพจน์แรก และ  $d$  เป็นผลต่างร่วม

จาก  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้  $S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + [a_1 + (n - 1)d] \dots\dots\dots(1)$

$S_n = [a_1 + (n - 1)d] + [a_1 + (n - 2)d] + \dots + (a_1 + d) + a_1 \dots\dots\dots(2)$

$$(1) + (2); \quad 2S_n = [2a_1 + (n - 1)d] + [2a_1 + (n - 1)d] + [2a_1 + (n - 1)d] + \dots + [2a_1 + (n - 1)d]$$

$$= n[2a_1 + (n - 1)d]$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1)d]$$

## 10. สื่อ / แหล่งเรียนรู้

### 10.1 สื่อ / อุปกรณ์การสอน

- ใบความรู้ที่ 9.1	จำนวน	40	ชุด
- แบบฝึกทักษะที่ 9.1	จำนวน	40	ชุด
- ใบความรู้ที่ 9.2	จำนวน	40	ชุด
- แบบฝึกทักษะที่ 9.2	จำนวน	40	ชุด
- ใบความรู้ที่ 9.3	จำนวน	40	ชุด
- แบบฝึกทักษะที่ 9.3			
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.1	จำนวน	10	ชุด
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.2	จำนวน	10	ชุด
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.3	จำนวน	10	ชุด
- แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 9	จำนวน	40	ชุด
- บัตรเฉลยแบบทดสอบย่อย	จำนวน	40	ชุด

### 10.2 แหล่งเรียนรู้

- การสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต / อินทราเน็ต (Internet / Intranet)
- ห้องสมุดโรงเรียน
- สำนักงานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

## 11. การประเมินผลการเรียนรู้

11.1 ผู้ประเมิน  ครู  นักเรียน  ผู้ปกครอง

11.2 สิ่งที่ต้องประเมิน คือ สมรรถภาพของผู้เรียนได้แก่

- 1) ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบย่อย
- 2) ทักษะกระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน
- 3) คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินจากพฤติกรรมกรเรียน

### คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมกรเรียน

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b> 1. ความรู้ 2. ความเข้าใจ 3. การนำไปใช้ 4. การวิเคราะห์ 5. การสังเคราะห์ 6. การประเมินค่า	- บอกบทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ - อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ - นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง - แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ - รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปรูปเป็นองค์ความรู้ - สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	ใบกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 9.1- 9.2 - 9.3 แบบทดสอบ ฉบับที่ 9

<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิ ที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	แบบตรวจผลงาน
<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. ทำงานเป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความรอบคอบ 4. มีความรับผิดชอบ 5. มีวิจารณญาณ 6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง 7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์	- รู้จักในการวางแผนทำงาน - แต่งกาย กิริยาจา ความซื่อสัตย์ - ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน - ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา - ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรองเหมาะสม - กล้าแสดงออกในทางที่ดี - ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม

เกณฑ์การวัด	เกณฑ์การประเมิน
<b>ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม</b> ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน	มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนน ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
<b>ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม</b> พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน	มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรมแสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
<b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม</b> พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน	มีพฤติกรรมแสดงออกไม่น้อยกว่า 4 ข้อ

### 11.3 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบ



ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

#### 11.4 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
60-79	ดี
50-59	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ .....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ.....

.....  
.....  
.....  
.....

1.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ .....

.....  
.....  
.....

2. แนวทางการแก้ไขและพัฒนา .....

.....  
.....  
.....

3. ข้อคิดเห็นอื่นๆ .....

.....  
.....

ลงชื่อ .....

( นายปิยะชัย อาสาสอน )

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

วันที่ เดือน พ.ศ.

## ภาคผนวกท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

- ใบความรู้ที่ 9.1
- แบบฝึกทักษะที่ 9.1
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.1
- ใบความรู้ที่ 9.2
- แบบฝึกทักษะที่ 9.2
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.2
- ใบความรู้ที่ 9.3
- แบบฝึกทักษะที่ 9.3
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.3
- แบบสังเกตพฤติกรรม

## ใบความรู้ที่ 9.1

### อนุกรมเลขคณิต

ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับจำกัด  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  สามารถเขียนได้ในรูป  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  เรียกผลบวกของพจน์ทุกพจน์ที่ได้จากลำดับจำกัดว่า **อนุกรมจำกัด**

เรียก  $a_1$  ว่าพจน์ที่ 1 ของอนุกรม

เรียก  $a_2$  ว่าพจน์ที่ 2 ของอนุกรม

⋮

เรียก  $a_n$  ว่าพจน์ที่  $n$  ของอนุกรม

#### ตัวอย่างของอนุกรมจำกัด

1)  $1 + 3 + 5 + \dots + 15$  เป็นอนุกรมจำกัดที่ได้จากลำดับ  $1, 3, 5, \dots, 15$

2)  $1 + 7 + 49 + \dots + 16,807$  เป็นอนุกรมจำกัดที่ได้จากลำดับ  $1, 7, 49, \dots, 16,807$

อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิตเรียกว่าอนุกรมเลขคณิต และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตจะเป็นผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย

ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเลขคณิต ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต เขียนแทนด้วย  $S_n$  มีความหมายดังนี้

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

⋮

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

พิจารณาลำดับเลขคณิต 1, 2, 3, ..., 100 การหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับ ทำได้ดังนี้

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = S_n$$

.....(1)

$$100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 1 = S_n$$

.....(1)

(1) + (2) จะได้  $101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 = 2S_n$

เนื่องจาก  $101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 = 100 \times 100$

ดังนั้น  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = \frac{101 \times 100}{2}$   
 $= 5,050$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหาผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้ดังนี้

ให้  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + \dots + [a_1 + (n - 1)d]$$

.....(1)

หรืออาจเขียน  $S_n$  ใหม่ได้เป็น n พจน์

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + [a_n + (n - 1)d]$$

.....(2)

(1) + (2) จะได้

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) \dots + (a_1 + a_n)$$

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

และเนื่องจาก

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

จะได้

$$S_n = \frac{n}{2} \{a_1 + a_1 + (n - 1)d\}$$

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$$

ดังนั้นสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต คือ

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต  $7 + 15 + 23 + \dots$

**วิธีทำ 1** จากอนุกรมที่กำหนดให้ มี  $a_1 = 7$ ,  $d = 8$ ,  $n = 7$

$$\text{และจาก } S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n-1)d\}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_7 &= \frac{7}{2} \{2(7) + 6(8)\} \\ &= 7(7 + 24) \\ &= 7(31) \\ &= 217 \end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมมีค่าเท่ากับ 217

**วิธีทำ 2** ถ้าต้องการใช้สูตร  $S_7 = \frac{n}{2}(a_1 + a_7)$  ต้องหา  $a_7$

$$\text{จาก } a_7 = a_1 + 6d \text{ จะได้ } a_7 = 7 + 6(8) = 7 + 48 = 55$$

$$\text{จะได้ } S_7 = \frac{7}{2} (7 + 55) = \frac{7}{2} (62) = 7 \times 31 = 217$$

ดังนั้นผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมมีค่าเท่ากับ 217

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรม  $7 + 10 + 13 + \dots + 157$

**วิธีทำ** จากอนุกรมจะได้  $a_1 = 7$ ,  $d = 3$ ,  $a_n = 157$  หาค่า  $n$  ก่อน

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{จะได้ } 157 = 7 + (n-1)3$$

$$n-1 = \frac{157-7}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

$$n-1 = 50 + 1 = 51$$

$$\text{และเนื่องจาก } S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\text{จะได้ } S_{51} = \frac{51}{2} (164) = 51 \times 82 = 4,182$$

ดังนั้นผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเท่ากับ 4,182



3. จงหาผลบวก 40 พจน์แรกของลำดับเลขคณิต 2, 6, 10, 14, 18, ...

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาผลบวก 60 พจน์แรกของลำดับเลขคณิต -2, 3, 8, 13, 18, ...

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาผลบวก 75 พจน์แรกของลำดับเลขคณิต 5, 2, -1, -4, -7, ...

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.1

1. เนื่องจาก  $a_1 = 5, d = 2, n = 50$

$$\text{และเนื่องจาก } S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{50} &= \frac{50}{2} \{2(5) + (50 - 1)2\} \\ &= 50(5 + 49) \\ &= 50(54) \\ &= 2,700 \end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวก 50 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับ 2,700

2. เนื่องจาก  $a_1 = 0, d = 2, n = 30$

$$\text{และเนื่องจาก } S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{30} &= \frac{30}{2} \{2(0) + (30 - 1)2\} \\ &= 30(29) \\ &= 870 \end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวก 30 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับ 870

3. เนื่องจาก  $a_1 = 2, d = 4, n = 40$

$$\text{และเนื่องจาก } S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{40} &= \frac{40}{2} \{2(2) + (40 - 1)4\} \\ &= 40(2 + 78) \\ &= 40(80) \\ &= 3,200 \end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวก 40 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับ 3,200

4. เนื่องจาก  $a_1 = -2$ ,  $d = 5$ ,  $n = 60$

และเนื่องจาก  $S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{60} &= \frac{60}{2} \{2(-2) + (60 - 1)5\} \\ &= 30(-4 + 295) \\ &= 30(291) \\ &= 8,730 \end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวก 60 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับ 8,730

5. เนื่องจาก  $a_1 = 5$ ,  $d = -3$ ,  $n = 75$

และเนื่องจาก  $S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{75} &= \frac{75}{2} \{2(5) + (75 - 1)(-3)\} \\ &= 75(5 - 111) \\ &= 75(-106) \\ &= -7,950 \end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวก 75 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับ -7,950



พิจารณาลำดับเลขคณิต 1, 2, 3, ..., 100 การหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับ ทำได้ดังนี้

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = S_n$$

.....(1)

$$100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 1 = S_n$$

.....(1)

(1) + (2) จะได้  $101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 = 2S_n$

เนื่องจาก  $101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 = 100 \times 100$

ดังนั้น  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = \frac{101 \times 100}{2}$   
 $= 5,050$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหาผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้ดังนี้

ให้  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + \dots + [a_1 + (n - 1)d]$$

.....(1)

หรืออาจเขียน  $S_n$  ใหม่ได้เป็น  $n$  พจน์

$$S_n = \overbrace{a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1}^{n \text{ พจน์}}$$

$$S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + [a_n + (n - 1)d]$$

.....(2)

(1) + (2) จะได้

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) \dots + (a_1 + a_n)$$

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

และเนื่องจาก  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้  $S_n = \frac{n}{2} \{a_1 + a_1 + (n - 1)d\}$

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$$

ดังนั้นสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต คือ

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$



**ตัวอย่างที่ 3**   อนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่ง มี  $S_3 = 24$  และ  $S_6 = 54$  จงหา  $S_9$

**วิธีทำ**   เนื่องจาก  $S_3 = \frac{3}{2} \{2a_1 + (3 - 1)d\}$  และกำหนด  $S_3 = 24$

$$\text{จะได้ } \frac{3}{2}(2a_1 + 2d) = 24$$

$$2a_1 + 2d = 16 \quad \dots\dots\dots(1)$$

และเนื่องจาก  $S_6 = \frac{6}{2}(2a_1 + 5d)$  และกำหนด  $S_6 = 54$

$$\text{จะได้ } \frac{6}{2}(2a_1 + 5d) = 54$$

$$2a_1 + 5d = 18 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) - (1) \text{ จะได้ } 3d = 2$$

$$d = \frac{2}{3}$$

แทนค่า  $d = \frac{2}{3}$  ใน (1) จะได้  $a_1 = \frac{22}{3}$

$$\text{จาก } S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$$

$$\text{จะได้ } S_9 = \frac{9}{2} \left\{ 2\left(\frac{22}{3}\right) + 8\left(\frac{2}{3}\right) \right\}$$

$$= 9\left(\frac{22+8}{3}\right)$$

$$= 90$$

$$\text{ดังนั้น } S_9 = 90$$



### 3. จงหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิตต่อไปนี้

1)  $6 + 9 + 12 + 15 + \dots + 99$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2)  $(-7) + (-10) + (-13) + (-16) + \dots + (-109)$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3)  $(-7) + (-4) + (-1) + 2 + \dots + 131$

วิธีทำ

.....

.....

.....



## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 9.2

1.                    เนื่องจาก  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $d = \frac{1}{2}$ ,  $n = 50$

และเนื่องจาก  $S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n-1)d\}$

จะได้  $S_{50} = \frac{50}{2} \{2(\frac{1}{2}) + (49)(\frac{1}{2})\}$   
 $= 25(1 + 24.5)$   
 $= 25(25.5)$   
 $= 637.5$

ดังนั้นผลบวก 50 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับ 637.5

2.                    เนื่องจาก  $a_1 = -\frac{1}{3}$ ,  $d = \frac{2}{3}$ ,  $n = 100$

และเนื่องจาก  $S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n-1)d\}$

จะได้  $S_{100} = \frac{100}{2} \{2(-\frac{1}{3}) + (99)(\frac{2}{3})\}$   
 $= 100(-\frac{1}{3} + \frac{99}{3})$   
 $= \frac{9,800}{3}$   
 $= 3266\frac{2}{3}$

ดังนั้นผลบวก 100 พจน์แรกของลำดับเลขคณิตมีค่าเท่ากับ  $3266\frac{2}{3}$

3. 1)                  เนื่องจาก  $a_1 = 6$ ,  $d = 3$ ,  $a_n = 99$ , จงหาค่าของ  $n$

จาก  $a_n = a_1 + (n-1)d$

จะได้  $99 = 6 + (n-1)(3)$

$$99 = 6 + 3n - 3$$

$$N = 32$$

และเนื่องจาก  $S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$

จะได้  $S_{32} = \frac{32}{2} (6 + 99)$   
 $= 16(105)$   
 $= 1,680$

ดังนั้นอนุกรมเลขคณิตนี้มีผลบวกเท่ากับ 1,680

2) เนื่องจาก  $a_1 = -7$ ,  $d = -3$ ,  $a_n = -109$ , จงหาค่าของ  $n$

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\text{จะได้ } -109 = -7 + (n - 1)(-3)$$

$$-109 = -7 - 3n + 3$$

$$3n = 105$$

$$n = 35$$

$$\text{และเนื่องจาก } S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$\text{จะได้ } S_{35} = \frac{35}{2} (-7 - 109)$$

$$= 35(-58)$$

$$= -2,030$$

ดังนั้นอนุกรมเลขคณิตนี้มีผลบวกเท่ากับ  $-2,030$

3) เนื่องจาก  $a_1 = -7$ ,  $d = 3$ ,  $a_n = 131$ , จงหาค่าของ  $n$

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\text{จะได้ } 131 = -7 + (n - 1)(3)$$

$$131 = -7 + 3n - 3$$

$$3n = 141$$

$$n = 47$$

$$\text{และเนื่องจาก } S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$\text{จะได้ } S_{47} = \frac{47}{2} (-7 - 131)$$

$$= 47(62)$$

$$= 2,914$$

ดังนั้นอนุกรมเลขคณิตนี้มีผลบวกเท่ากับ  $2,914$

### ใบความรู้ที่ 9.3

ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ในลำดับจำกัด  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  สามารถเขียนได้ในรูป

#### อนุกรมเลขคณิต

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  เรียก ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ที่ได้จากลำดับจำกัดว่า **อนุกรมจำกัด**

เรียก  $a_1$  ว่าพจน์ที่ 1 ของอนุกรม

เรียก  $a_2$  ว่าพจน์ที่ 2 ของอนุกรม

⋮

เรียก  $a_n$  ว่าพจน์ที่  $n$  ของอนุกรม

#### ตัวอย่างของอนุกรมจำกัด

1)  $1 + 3 + 5 + \dots + 15$  เป็นอนุกรมจำกัดที่ได้จากลำดับ  $1, 3, 5, \dots, 15$

2)  $1 + 7 + 49 + \dots + 16,807$  เป็นอนุกรมจำกัดที่ได้จากลำดับ  $1, 7, 49, \dots, 16,807$

อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิตเรียกว่าอนุกรมเลขคณิต และผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตจะเป็นผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิตด้วย

ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเลขคณิต ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต เขียนแทนด้วย  $S_n$  มีความหมายดังนี้

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

⋮

พิจารณาลำดับเลขคณิต 1, 2, 3, ..., 100 การหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับ ทำได้ดังนี้

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = S_n$$

.....(1)

$$100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 1 = S_n$$

.....(1)

(1) + (2) จะได้  $101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 = 2S_n$

เนื่องจาก  $101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 = 100 \times 100$

ดังนั้น  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = \frac{101 \times 100}{2}$   
 $= 5,050$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหาผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้ดังนี้

ให้  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$

$$S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + \dots + [a_1 + (n - 1)d]$$

.....(1)

หรืออาจเขียน  $S_n$  ใหม่ได้เป็น

$$S_n = \underbrace{a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1}_{S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + [a_n + (n - 1)d]}$$

.....(2)

(1) + (2) จะได้

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) \dots + (a_1 + a_n)$$

$$2S_n = n(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

และเนื่องจาก  $a_n = a_1 + (n - 1)d$

จะได้  $S_n = \frac{n}{2} \{a_1 + a_1 + (n - 1)d\}$

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$$

ดังนั้นสูตรการหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต คือ

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

**ตัวอย่างที่ 1**   อนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์ที่ 2 เป็น 16 และพจน์ที่ 12 เป็น 116  
จงหาผลบวกตั้งแต่พจน์ที่ 8 ถึงพจน์ที่ 15

**วิธีทำ**   เนื่องจาก  $a_2 = a_1 + d$    จะได้  $a_1 + d = 16$  .....(1)

          และ  $a_{12} = a_1 + 11d$    จะได้  $a_1 + 11d = 116$  .....(2)

(2) – (1)   จะได้  $10d = 100$

$$d = 10$$

แทนค่า  $d = 10$  ใน (1)   จะได้  $a_1 + 10 = 16$

$$a_1 = 6$$

และจาก  $S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n - 1)d\}$

จะได้  $S_{15} = \frac{15}{2} \{2(6) + 14(10)\}$

$$= \frac{15(152)}{2}$$

$$= 15(76)$$

$$= 1,140$$

และเนื่องจาก  $S_7 = \frac{7}{2} \{2(6) + 6(10)\}$

$$= \frac{7}{2} (12 + 60)$$

$$= \frac{7(72)}{2}$$

$$= 7(36)$$

$$= 252$$

เนื่องจากผลบวกตั้งแต่พจน์ที่ 8 ถึงพจน์ที่ 15 คือ  $S_{15} - S_7$

$$\text{จะได้ } S_{15} - S_7 = 1,140 - 252$$

$$= 888$$

ดังนั้นผลบวกตั้งแต่พจน์ที่ 8 ถึงพจน์ที่ 15 มีค่าเท่ากับ 888

**แบบฝึกทักษะที่ 9.3**

1. จงหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเลขคณิตที่มีพจน์แรกเป็น 6  
ผลต่างร่วมเป็น 4 และพจน์สุดท้ายคือ 26

วิธีทำ

.....  
....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. จงหาผลบวกของจำนวนเต็มคี่บวก 100 จำนวนแรก

วิธีทำ

.....  
....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. จงหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่เป็นพหุคูณของ 3 ยี่สิบจำนวนแรก

วิธีทำ

.....

4. จงหาผลบวกของจำนวนคี่ตั้งแต่ 17 ถึง 379

วิธีทำ

.....

....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. อนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์ที่สิบเป็น 20 และพจน์ที่ห้าเป็น 10  
จงหาผลบวกตั้งแต่พจน์ที่ 8 ถึงพจน์ที่ 15 ของอนุกรมนี้

วิธีทำ

.....

....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. ชายคนหนึ่งเริ่มต้นทำงานตั้งแต่ปี พ.ศ. 2540 โดยได้รับเงินเดือนเดือน

ละ

9,500 บาท ถ้าเขาได้เงินเดือนเพิ่มขึ้นปีละ 700 บาท จงหาว่าในปี พ.ศ. 2551

เขาจะได้รับเงินเดือนรวมทั้งหมดเท่าไร

วิธีทำ

.....

....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. ทอมเริ่มออมเงินโดยวันแรกออม 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 3

บาท

ถ้าทอมทำได้เช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนครบ 30 วัน ทอมจะมีเงินออมทั้งหมดเท่าใด

วิธีทำ

.....

....

.....

.....



3. ผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่เป็นพหุคูณของ 3 เป็นอนุกรมเลขคณิต ดังนี้

$3 + 6 + 9 + 12 + \dots$  20 จำนวน มี  $a_1 = 3, d = 3, n = 20$

$$\text{และจาก } S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n-1)d\}$$

$$\text{จะได้ } S_{20} = \frac{20}{2} \{2(3) + 19(3)\}$$

$$= 10(6 + 57)$$

$$= 630$$

ดังนั้นผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่เป็นพหุคูณของ 3 ยี่สิบจำนวนแรกมีค่าเท่ากับ 630

4. ผลบวกของจำนวนที่ตั้งแต่ 17 ถึง 379 เป็นอนุกรมเลขคณิต ดังนี้

$17 + 19 + 21 + 23 + \dots$  379 จำนวน มี  $a_1 = 17, d = 2, a_n = 379$ , จงหาค่าของ  $n$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\text{จะได้ } 379 = 17 + (n-1)(2)$$

$$379 = 17 + 2n - 2$$

$$2n = 364$$

$$n = 182$$

$$\text{และเนื่องจาก } S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n-1)d\}$$

$$\text{จะได้ } S_{182} = \frac{182}{2} (17 + 379)$$

$$= 91(396)$$

$$= 36,036$$

### แบบทดสอบฉบับที่ 9

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด แล้วทำเครื่องหมายกากบาท ( X ) ลงบนกระดาษคำตอบ

1. กำหนดลำดับเลขคณิต มีผลต่างร่วม (d) = 7 และมี  $a_7 = 65$  ข้อใดคือผลบวก 13 พจน์แรก

ก. 843

ข. 844

ค. 845

ง. 855

2. กำหนดอนุกรม  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots + (4n - 1)$  ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้เท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{n}{2}(2n - 1)$

ข.  $\frac{n}{2}(2n + 1)$

ค.  $n(2n - 1)$

ง.  $n(2n + 1)$

3. ข้อใดคือผลบวก 12 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots$

ก. 290

ข. 300

ค. 310

ง. 320

4. ผลบวกของของจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 200 และ 300 ที่หารด้วย 7 ลงตัว เท่ากับจำนวนใด

ก. 3,279

ข. 3,297

ค. 3,379

ง. 3,479

5. ข้อใดเป็นผลบวกของจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 50 และ 180 ที่มีหลักหน่วยเป็น 1

ก. 1443

ข. 1543

ค. 1643

ง. 1743

6. ผลบวกของจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 - 100 ที่หารด้วย 5 ลงตัว เท่ากับจำนวนในข้อใด

- ก. 950  
ข. 1050  
ค. 1150  
ง. 5050
7. จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 – 100 ที่หารด้วย 3 หรือ 5 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน
- ก. 40 จำนวน  
ข. 42 จำนวน  
ค. 46 จำนวน  
ง. 48 จำนวน
8. ให้  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  เป็นผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต ซึ่งมี  $S_7 = 70$ ,  $S_{10} = 205$   
ข้อใดคือ  $S_{20}$
- ก. 1010  
ข. 1100  
ค. 1110  
ง. 1210
9. นาฬิกามีเสียงบอกเวลาทุกครั้งที่มีเวลาเป็นจำนวนเต็มหน่วยชั่วโมง อยากทราบว่าระหว่างเวลา 09.30 น. ของวันพฤหัสบดี และเวลา 06.30 น. ของวันศุกร์ นาฬิกาจะมีเสียงบอกเวลากี่ครั้ง
- ก. 16 ครั้ง  
ข. 17 ครั้ง  
ค. 19 ครั้ง  
ง. 21 ครั้ง
10. แพนเค้กเก็บออมเงินในเดือนมีนาคม ดังนี้ วันที่ 1 จำนวน 20 บาท วันที่ 2 จำนวน 24 บาท วันที่ 3 จำนวน 28 บาท และวันต่อ ๆ ไปยังคงเก็บออมเงินเพิ่มขึ้นวันละ 4 บาท อยากทราบว่าเมื่อครบ 31 วัน แพนเค้กจะเก็บออมเงินได้ทั้งหมดกี่บาท
- ก. 2380 บาท  
ข. 2480 บาท  
ค. 2580 บาท  
ง. 2680 บาท

เฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 9

เรื่อง อนุกรมเลขคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

1. ก
2. ง
3. ข
4. ง
5. ก
6. ข
7. ก
8. ค
9. ง
10. ข

แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

ภาคเรียนที่ 2 กิจกรรม

เรื่อง การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. การแก้ปัญหา										
2. การให้เหตุผล										
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ										
4. การเชื่อมโยงความรู้										
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคคุณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 5

ดี ได้คะแนน 4

พอใช้ ได้คะแนน 3

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมเรื่อง การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ										
2. มีระเบียบวินัย										
3. มีความรอบคอบ										
4. มีความรับผิดชอบ										
5. มีวิจรรย์ญาณ										
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง										
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9

พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการประเมิน.....

.....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ



แบบบันทึกคะแนน

กิจกรรมเรื่อง การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					



กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องลำดับและอนุกรม

เวลา 20 ชั่วโมง

เรื่องย่อย อนุกรมเรขาคณิต

เวลา 3 ชั่วโมง

1. สาระที่ 1 : จำนวนและพีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค.1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

3. มาตรฐานช่วงชั้น 5

เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ได้

4. สาระสำคัญ

1.  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิต (Geometric Sequence หรือ Geometric Progression) ก็ต่อเมื่อ มีค่าคงตัว  $r$  ที่ไม่เท่ากับศูนย์ เรียกว่า อัตราส่วนร่วม (Common Ratio) โดยที่

$$a_n = ra_{n-1} \text{ หรือ } \frac{a_n}{a_{n-1}} = r \text{ สำหรับทุกจำนวนเต็ม}$$

2. สูตรการหาพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตคือ  $a_n = a_1 r^{n-1}$

3. สูตรการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต คือ

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r} = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \text{ เมื่อ } r < 1$$

$$\text{หรือ } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \text{ เมื่อ } r > 1$$

4. ถ้า  $|r| < 1$  จะได้ว่าเมื่อ  $n \rightarrow \infty$  แล้ว  $r^n$  จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ดังนั้น  $S_n$  จะมีค่าเข้าใกล้  $\frac{a_1}{1-r}$  เมื่อ  $n \rightarrow \infty$  จึงกล่าวได้ว่า

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$$

( $S_\infty$  อ่านว่า ผลบวกอนุกรมอนันต์ของอนุกรมเรขาคณิต)

5. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- อธิบายเกี่ยวกับลักษณะและความสัมพันธ์ของลำดับเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตได้
- มีทักษะและแสดงการหาพจน์ต่างๆ ของลำดับเรขาคณิตและหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตร
- มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับหลักการของลำดับและอนุกรมเรขาคณิตและนำไปประยุกต์

ใช้ได้

## 6. จุดประสงค์การเรียนรู้

### 6.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

6.1.1 บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้ถูกต้อง

6.1.2 หาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

6.1.3 เมื่อกำหนดผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต สามารถหาผลต่างร่วม ( $r$ ) และพจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

6.1.4 สามารถนำความรู้เรื่อง อนุกรมเรขาคณิตไปแก้โจทย์ปัญหาได้

### 6.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

6.2.1 แก้ปัญหาได้

6.2.2 ให้เหตุผลได้

6.2.3 สื่อสาร – สื่อความหมาย และนำเสนอได้

6.2.4 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ

6.2.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### 6.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีความสามารถ

6.3.1 ทำงานเป็นระบบ

6.3.2 มีระเบียบวินัย

6.3.3 มีความรอบคอบ

6.3.4 มีความรับผิดชอบ

6.3.5 มีวิจารณญาณ

6.3.6 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

6.3.7 มีความเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 7. จุดประสงค์การเรียนรู้ (จำนวน 2 ชั่วโมง)

7.1 อนุกรมเรขาคณิต

7.2 ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

7.3 การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตร

7.4 การแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

## 8. การบูรณาการแนวคิดตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจอย่างพอเพียง

**8.1 ความพอประมาณ** นักเรียนมีความรู้ที่ทักษะที่เหมาะสมกับมาตรฐานช่วงชั้นเรื่อง อนุกรมเรขาคณิตได้ตามเนื้อหา ความสนใจของผู้เรียน และพอเพียงกับเวลา

**8.2 ความมีเหตุผล** นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง อนุกรมเรขาคณิตที่ได้รับรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีเหตุผล

**8.3 มีภูมิคุ้มกัน** นักเรียนมีความสามารถในการปรับประยุกต์ใช้ความรู้เรื่อง อนุกรมเรขาคณิตเป็นภูมิคุ้มกันในการเรียนต่อเรื่อง ลิมิตของลำดับ และผลบวกจนถึงอนันต์ของอนุกรมเรขาคณิต

**8.4 เงื่อนไขคุณธรรม** นักเรียนมีการทำงานเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจรรณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

**8.5 เงื่อนไขความรู้** นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง อนุกรมเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหา และเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป

## 9. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD)



ชั่วโมงที่ 18 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเลขคณิต

### ขั้นที่ 1 นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. ครูทำการชี้แจงเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD เพื่อเน้นย้ำ กระตุ้นให้นักเรียนทราบถึงวิธีการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งแต่ละกิจกรรมนักเรียนต้องช่วยกันบริหารแบ่งหน้าที่กันอย่างเป็นระบบซึ่งจะพอเพียงกับเวลาที่ระบุไว้ตามกติกาของกิจกรรมเทคนิค STAD

2. แจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

3. นักเรียนทบทวนการหาพจน์ที่  $n$  ลำดับเรขาคณิต โดยใช้สูตรในการหาเป็นการทบทวนความเข้าใจเพิ่มเติม 1 – 2 ตัวอย่างดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าลำดับเรขาคณิตมีพจน์ที่ 1 เป็น 3 และพจน์ที่ 2 เป็น  $\frac{3}{2}$  จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิตนี้

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้  $a_1 = 3, a_2 = \frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } r &= \frac{a_2}{a_1} \\ &= \left(\frac{3}{2}\right) \div 3 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}$$

จากสูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$  สำหรับทุกจำนวนนับ  $n > 1$

จะได้  $a = 3 \times \frac{1}{2}$   
 $= \frac{3}{256}$

ดังนั้น พจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต คือ  $\frac{3}{256}$

### ตัวอย่างที่ 2

ลำดับเรขาคณิต  $8, 4, 2, \dots, \frac{1}{16}$  จงหาว่าลำดับนี้มีกี่พจน์

### วิธีทำ

จากสูตร  $a_n = a_1 r^{n-1}$   
 $\frac{1}{16} = 8 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$   
 $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{16} \times \frac{1}{8}$   
 $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^4} \times \frac{1}{2^3}$   
 $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$   
 $n-1 = 7$   
 $n = 8$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิต  $8, 4, 2, \dots, \frac{1}{16}$  มีทั้งหมด 8 พจน์

3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 10.1 เรื่อง ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต สมาชิกในกลุ่มแลกเปลี่ยนเรียนรู้โดยใช้การถาม – ตอบ จนมั่นใจว่าสามารถสามารถตอบคำถามทุกคำถามได้ทุกคำถาม และทุกคำตอบในตัวอย่างที่ 1, 2 และ 3 อย่างถูกต้อง

### **ขั้นที่ 2 ขั้นทำกิจกรรมกลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)**

1. ครูให้นักเรียนที่เข้ากลุ่มที่จัดไว้แล้ว ศึกษาตัวอย่างในใบความรู้ที่ 10.1 เพื่อเน้นย้ำความรู้ความเข้าใจ หลังจากนั้นทำแบบฝึกทักษะที่ 10.1 โดยให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด และให้ช่วยเหลือแบ่งหน้าที่กันและกันภายในกลุ่ม จนมั่นใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถที่จะตอบคำถามได้ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรม ครูสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่มของแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งคอยแนะนำและตอบข้อคำถามของนักเรียน

2. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.1 เฉพาะคำตอบที่ถูกต้อง



**ชั่วโมงที่ 19** เรื่อง การหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต (ต่อ)

### **ขั้นที่ 1 นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่**



ครูบันทึกผลคะแนนเก็บของการทำแบบฝึกทักษะที่ 10.1 ให้นักเรียนทราบ และทำการทบทวนสูตรการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต โดยยกตัวอย่างประกอบการอธิบายถาม – ตอบ จนสรุปได้ว่า

(1) อนุกรมเรขาคณิต เกิดจากผลบวกของลำดับเรขาคณิต

(2) ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตมี 2 สูตรดังนี้

$$\begin{aligned} \text{สูตรที่ 1} \quad S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} && \text{เมื่อ } r < 1 \\ S_n &= \frac{a_1(r^n-1)}{1-r} && \text{เมื่อ } r > 1 \end{aligned}$$

### ขั้นที่ 2 การเรียนรู้กลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาตัวอย่างที่ 3 – 4 ในใบความรู้ที่ 10.2 หลังจากนั้นทำกิจกรรมในแบบฝึกทักษะที่ 10.2 โดยให้แต่ละกลุ่มทำกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด และให้ช่วยเหลือซึ่งพากันในกลุ่มจนแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มสามารถตอบคำถามได้ทุกคำถาม และอธิบายคำตอบได้ทุกคำถามในกิจกรรม ครูคอยสังเกตพฤติกรรมกลุ่มด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ด้านความรับผิดชอบ

การช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มด้วยความรอบคอบ

2. นักเรียนสมาชิกแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนกันตรวจคำตอบจากบัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.2

3. นักเรียนรวบรวมแบบฝึกทักษะที่ 10.2 ส่งครูผู้สอน หลังจากนั้นครูแจกใบความรู้ที่ 10.3 ให้นักเรียนไปศึกษาเพิ่มเติมที่บ้านเป็นการล่วงหน้าแล้วทำแบบฝึกทักษะที่ 10.3 เป็นการบ้านส่งครูในชั่วโมงต่อไป



### ชั่วโมงที่ 20 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาอนุกรมเรขาคณิต

#### ขั้นที่ 1 นำเสนอบทเรียนและสอนเนื้อหาใหม่

1. นักเรียนเข้าประจำกลุ่มเดิม สมาชิกในกลุ่มสรุปหรือพูดคุยเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เรื่อง อนุกรมเรขาคณิตที่ผ่านมาในชั่วโมงที่ 18 และ 19 โดยใช้เวลาประมาณ 5 – 10 นาที

2. แจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

#### ขั้นที่ 2 ขั้นการเรียนรู้กลุ่มย่อย (ขั้นฝึกทักษะ)

1. ให้นักเรียนตัวแทนแต่ละกลุ่มตรวจสอบความก้าวหน้าทางการเรียนจากแบบฝึกทักษะที่ 10.3 ที่ทำเป็นการบ้าน

2. สุ่มนักเรียน โดยการจับสลากชื่อกลุ่ม ออกมานำเสนอแบบฝึกทักษะที่ 10.3 กลุ่มละ 1 ข้อ

(ใช้เวลาข้อละ 3 นาที) จำนวน 5 กลุ่มที่ไม่ซ้ำกัน สมาชิกกลุ่มที่ไม่ได้ถูกจับสลากตรวจสอบการนำเสนอของตัวแทนกลุ่มที่สุ่มนำเสนอ ครูคอยสังเกตการณ์นำเสนอ การหาคำตอบของกลุ่มต่างๆ ดังนี้

1. ปัญหาโจทย์ข้อนี้ กำหนดอะไรให้ (โจทย์กำหนดอะไรให้)

- โจทย์ถามหาอะไร
- ใช้เนื้อหาเรื่องใดในการหาคำตอบ
- แก้ปัญหาได้คำตอบเท่าไร
- ตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าจริง/ไม่จริง

2. หลังจากที่สมาชิกตัวแทนกลุ่มต่างๆ ตรวจสอบการนำเสนอเสร็จ เลขานุการกลุ่มส่งแบบเฉลยวิธีทำข้อที่กลุ่มรับผิดชอบไปติดไว้หน้าป้ายนิเทศหลังห้องเรียน เพื่อให้สมาชิกกลุ่มอื่นๆ ตรวจสอบความถูกต้องของแบบฝึกทักษะที่ 10.3 (โดยสมาชิกกลุ่มเดียวกันให้ความช่วยเหลือภายในกลุ่มตนเองได้)

**ขั้นที่ 3 ขั้นทดสอบย่อย (ขั้นประเมินผลตามกลุ่ม)**

1. นักเรียนรับแบบทดสอบย่อยประจำเนื้อหา ฉบับที่ 10 สมาชิกทุกคนทราบว่าการทำงานแบบทดสอบให้ทำเป็นรายบุคคล ไม่ให้ช่วยเหลือกัน และทำตามเวลากำหนด
2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อยประจำเนื้อหาฉบับที่ 10 โดยถ้าตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน
3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 10.4 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนด  $|r| < 1$  เมื่อ  $n \rightarrow \infty$  จากตัวอย่างในใบความรู้ที่ 10.4
4. ครูคอยแนะนำแก้ไขเมื่อนักเรียนกลุ่มต่างๆ มีข้อสงสัยในการแก้ปัญหา โดยการสำรวจการทำกิจกรรมของกลุ่มต่างๆ พร้อมแนะนำให้สมาชิกภายในกลุ่มให้ช่วยเหลือกัน
5. นักเรียนแต่ละกลุ่มรับบัตรเฉลยกิจกรรมใบความรู้ที่ 10.4 ไปตรวจคำตอบและบันทึกคะแนนของแต่ละกลุ่มส่งครูผู้สอน

**ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจผลการทดสอบและประเมินความก้าวหน้า**

ครูนำคะแนนผลการทดสอบย่อยมาคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนและของกลุ่ม โดยคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคน แล้วนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานซึ่งได้จากผลการสอบในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในเนื้อหาที่ผ่านมาแล้ว คิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สำหรับความก้าวหน้าของกลุ่มคิดได้จาก ผลรวมของคะแนนพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่มแล้วหารด้วย

จำนวนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ซึ่งถือว่าคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม มีเกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนนทดสอบปีที่ 4	คะแนนพัฒนา
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน มากกว่า 10 คะแนน	0
- ต่ำกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	10
- เท่ากับคะแนนฐาน หรือมากกว่าคะแนนฐาน ไม่เกิน 10 คะแนน	15
- มากกว่าคะแนนฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	20
- ได้คะแนนเต็ม	20

### ขั้นที่ 5 รับรองผลงานหรือเสริมแรงกลุ่มที่ได้รางวัล

ครูประกาศคะแนนของแต่ละกลุ่มและยกย่องชมเชยดังนี้

กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 5 – 9 คะแนน	อยู่ในระดับ	เก่ง
กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 10 – 14 คะแนน	อยู่ในระดับ	เก่งมาก
กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ย 15 – 20 คะแนน	อยู่ในระดับ	ยอดเยี่ยม

### ขั้นสรุป

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุป ความรู้เรื่อง อนุกรมเลขคณิต ได้ดังนี้

1) กำหนดลำดับ  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  เป็นลำดับเรขาคณิตแล้ว

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n, \dots$  เรียกว่าอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งสามารถหาอัตราส่วนร่วม  $r$  ได้จากอัตราส่วนระหว่างพจน์ที่  $n+1$  กับพจน์ที่  $n$

$$\text{นั่นคือ } r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$\text{หรือ } a_n r = a_{n+1}$$

$$\text{เมื่อแทน } n=1 \text{ จะได้ว่า } a_2 = a_1 r = a_1 r^{2-1}$$

$$\text{เมื่อแทน } n=2 \text{ จะได้ว่า } a_3 = a_1 r^2 = a_1 r^{3-1}$$

$$\text{เมื่อแทน } n=3 \text{ จะได้ว่า } a_4 = a_1 r^3 = a_1 r^{4-1}$$

.

.

.

$$\text{เมื่อแทน } n-1 \text{ จะได้ว่า } a_n = a_1 r^{n-1}; n=1, 2, 3, \dots$$

2) ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต มีสูตรที่ใช้ในการหาได้ดังนี้

$$\text{สูตรที่ 1 } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad \text{เมื่อ } r < 1$$

สูตรที่ 2	$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{1 - r}$	เมื่อ $r > 1$
โดยที่ $S_n$	แทน	ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต
$a_1$	แทน	พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต
$r$	แทน	อัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต
$n$	แทน	จำนวนพจน์

## 10. สื่อ / แหล่งเรียนรู้

### 10.1 สื่อ / อุปกรณ์การสอน

- ใบความรู้ที่ 10.1	จำนวน	40	ชุด
- แบบฝึกทักษะที่ 10.1	จำนวน	40	ชุด
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.1	จำนวน	8	ชุด
- ใบความรู้ที่ 10.2	จำนวน	40	ชุด
- แบบฝึกทักษะที่ 10.2	จำนวน	40	ชุด
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.2	จำนวน	8	ชุด
- ใบความรู้ที่ 10.3	จำนวน	40	ชุด
- แบบฝึกทักษะที่ 10.3	จำนวน	40	ชุด
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.3	จำนวน	8	ชุด
- แบบทดสอบฉบับที่ 10	จำนวน	40	ชุด
- บัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 10	จำนวน	40	ชุด
- ใบกิจกรรม	จำนวน	8	ชุด

### 10.2 แหล่งเรียนรู้

- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้
- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์
- การสืบค้นทางอินเทอร์เน็ต (เพิ่มเติม)

## 11. การประเมินผลการเรียนรู้

11.1 ผู้ประเมิน  ครู  นักเรียน  ผู้ปกครอง

11.2 สิ่งที่ต้องประเมิน คือ สมรรถภาพของผู้เรียนได้แก่

- 1) ความรู้ความคิด ประเมินจากแบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบย่อย
- 2) ทักษะกระบวนการ ประเมินจากการปฏิบัติงาน
- 3) คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินจากพฤติกรรมการเรียน

### คุณลักษณะที่พึงประสงค์ ประเมินพฤติกรรมการเรียน

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>ความรู้ความคิด</b> 1. ความรู้ 2. ความเข้าใจ 3. การนำไปใช้ 4. การวิเคราะห์ 5. การสังเคราะห์ 6. การประเมินค่า	- บอกรับนิยาม ทฤษฎีบท ข้อตกลงต่างๆ - อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ - นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริง - แยกความคิดออกเป็นส่วนๆ - รวบรวมความรู้ ข้อเท็จจริง สรุปเป็นองค์ความรู้ - สร้างสรรค์แบบรูปหรือชิ้นงานใหม่เพื่อการเรียนรู้	ใบกิจกรรม ฝึกทักษะที่ 10.1 – 10.2 แบบทดสอบ ฉบับที่ 10
<b>ทักษะ/กระบวนการ</b> 1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสารสื่อความหมาย การนำเสนอ 4. การเชื่อมโยงความรู้ 5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	- เข้าใจปัญหา ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ไขปัญหาได้ - ใช้ความรู้แก้ปัญหาได้สมเหตุสมผล - ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ แผนภูมิที่ถูกต้อง - เชื่อมโยงความรู้กับเนื้อหาอื่น - สร้างสรรค์แบบรูป/ชิ้นงานใหม่เพื่อ	แบบตรวจผลงาน

	การเรียนรู้	
--	-------------	--

สมรรถภาพที่วัด	พฤติกรรมที่แสดงออก	เครื่องมือวัด
<b>คุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. ทำงานเป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความรอบคอบ 4. มีความรับผิดชอบ 5. มีวิจรรย์ญาณ 6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง 7. มีเจตคติที่ดีต่อ คณิตศาสตร์	- รู้จักในการวางแผนทำงาน - แต่งกาย กิริยาวาจา ความซื่อสัตย์ - ทำงานถูกต้อง มีการตรวจทาน - ให้ความร่วมมือปฏิบัติงาน สำเร็จตรงเวลา - ใช้คำถาม/คำตอบ โดยการไตร่ตรอง เหมาะสม - กล้าแสดงออกในทางที่ดี - ให้ความสนใจต่อการเรียน ไม่หนีเรียน ไม่ขาดเรียน	แบบสังเกต พฤติกรรม

เกณฑ์การวัด	เกณฑ์การประเมิน
<b>ด้านความรู้ มี 6 พฤติกรรม</b> ข้อสอบคะแนนเต็ม 10 คะแนน	มีความรู้ตามมาตรฐานช่วงชั้น และได้คะแนน ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 50
<b>ด้านทักษะ/กระบวนการ มี 5 พฤติกรรม</b> พฤติกรรมแสดงออกข้อละ 1 คะแนน	มีทักษะตามมาตรฐานช่วยชั้นและมีพฤติกรรม แสดงออกได้น้อยกว่า 3 ข้อ
<b>คุณลักษณะอันพึงประสงค์มี 7 พฤติกรรม</b> พฤติกรรมที่แสดงออก ข้อละ 1 คะแนน	มีพฤติกรรมแสดงออก ไม่น้อยกว่า 4 ข้อ

### 11.3 เกณฑ์การให้คะแนนการทดสอบ

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
10	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำโดยการคิดอย่างเป็นระบบคิดวิเคราะห์
8	- คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
6	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำได้ถูกต้อง
4	- คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	- คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

### 11.4 เกณฑ์การประเมินผลรวม

ได้คะแนนรวมร้อยละ	ระดับคุณภาพ
80 ขึ้นไป	ดีมาก
60-79	ดี
50-59	พอใช้
ต่ำกว่า 50	ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

8. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

8.1 ด้านความรู้

.....  
.....  
.

8.2 ด้านทักษะ /

กระบวนการ.....

.....  
.....

8.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

.....  
.....  
.....  
.....

8.4 แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....  
.....  
.....  
.....



## 8.5 ข้อคิดเห็นอื่น ๆ

.....  
.....  
.....

ลงชื่อ .....

( นายปิยะชัย อาสาสอน )

ตำแหน่ง ครูชำนาญการ

วันที่ เดือน พ.ศ.

### ภาคผนวกท้ายแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

- ใบความรู้ที่ 10.1
- แบบฝึกทักษะที่ 10.1
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.1
- ใบความรู้ที่ 10.2, บัตรกิจกรรมที่ 10
- แบบฝึกทักษะที่ 10.2
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.2
- ใบความรู้ที่ 10.3
- แบบฝึกทักษะที่ 10.3
- บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.3
- แบบทดสอบฉบับที่ 10
- บัตรเฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 10
- ใบกิจกรรม

## ใบความรู้ที่ 10.1

### อนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต **เรขาคณิต** และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

พิจารณาลำดับเรขาคณิต 1, 3, 9, 27, ..., 6561 ที่มี  $r = 3$

การหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตข้างต้นทำได้ดังนี้

$$\text{ให้ } S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561$$

.....(1)

$$3S = 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 6,561 + 19,683$$

.....(2)

$$(2) - (1) \text{ จะได้ } 2S = 19,683 - 1$$

$$= 19,682$$

$$S = 9,841$$

ในกรณีทั่วไปเราสามารถหาผลบวกของพจน์  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} \text{ ได้ดังนี้}$$

ให้  $S_n$  เป็นผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตที่  $a_1$  เป็นพจน์แรก และมี  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วมจะได้

$$S_n = a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1}$$

อาจเขียนผลบวกของ  $n$  พจน์แรกได้อีกแบบหนึ่งดังนี้

จาก  $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$  เมื่อ  $r > 1$

จะได้  $S_n = \frac{a_1 r^n - a_1}{r - 1}$

$$= \frac{a_1 r^{n-1} \cdot r - a_1}{r - 1}$$

และจาก  $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$  เมื่อ  $r < 1$

จะได้  $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$   
 $= \frac{a_1 - a_1 r^{n-1} \cdot r}{1 - r}$

$$S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1} \quad \text{เมื่อ } r > 1$$

สรุป ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต หาได้ดังนี้

เมื่อ  $r > 1$  จะได้ว่า  $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$  หรือ  $S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$

เมื่อ  $r < 1$  จะได้ว่า  $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$  หรือ  $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r < 1$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลบวกแปดพจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $1 + 2 + 4 + 8 + \dots$

**วิธีทำ** เนื่องจาก  $a_1 = 1$ ,  $r = 2$  ซึ่ง  $r > 1$

$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{จะได้ } S_8 = \frac{(1)(2^8 - 1)}{2 - 1}$$

$$= 2^8 - 1$$

$$= 256 - 1$$

$$= 255$$

ดังนั้นผลบวกแปดพจน์แรกของอนุกรมเท่ากับ 255

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาผลบวกสิบพจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \dots$

**วิธีทำ** เนื่องจาก  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $r = \frac{1}{3}$  ซึ่ง  $r < 1$

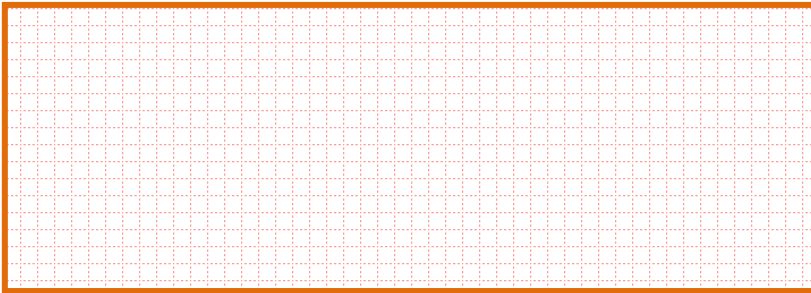
$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$\text{จะได้ } S_{10} = \frac{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^{10} \right\}}{\frac{2}{3}}$$

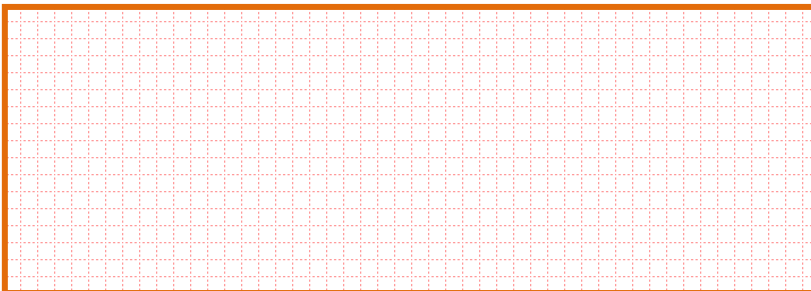
### แบบฝึกทักษะที่ 10.1

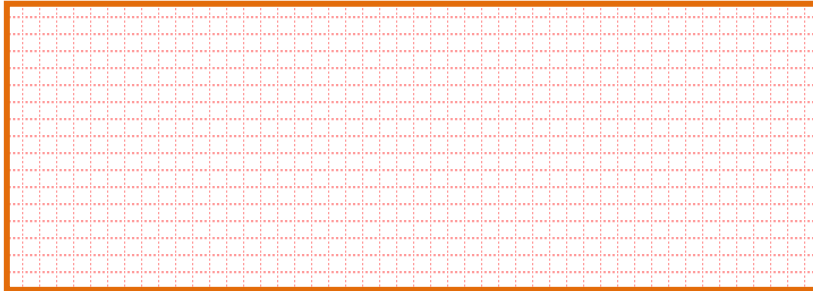
1. จงหาผลบวก  $n$  พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

1)  $a_1 = -3, r = 5, n = 9$

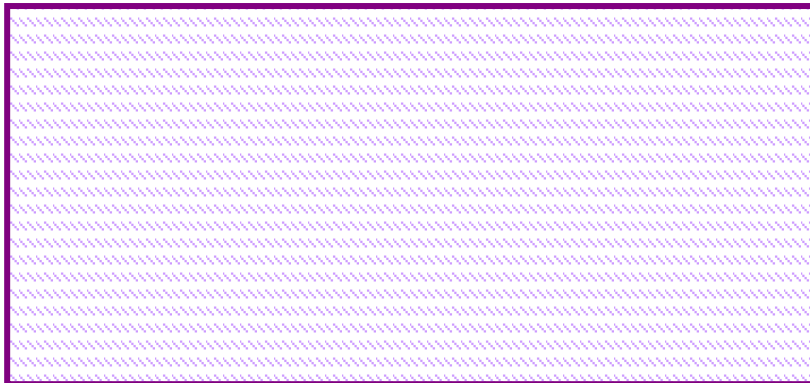


2)  $a_1 = -7, r = 3, n = 11$



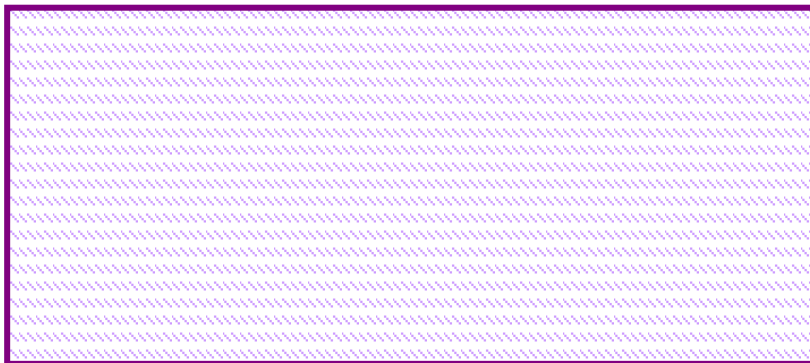


2. จงหาผลบวก 9 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $2 + 6 + 18 + 54 + \dots$



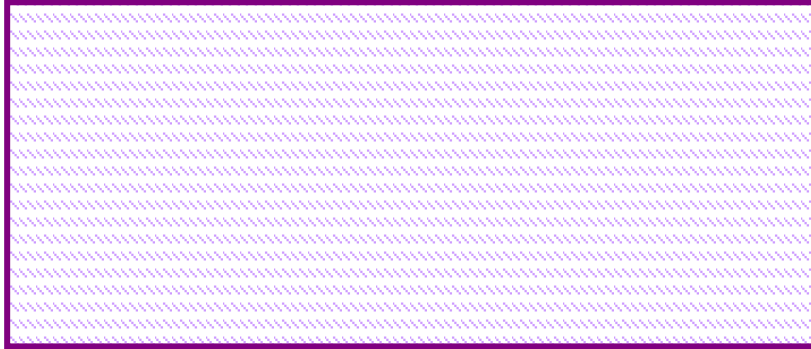
3. จงหาผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $9 + 12 + 16 + \frac{64}{3} +$

...



4. จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} +$

$\frac{16}{81} + \dots$



### เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.1

1. 1) เนื่องจาก  $a_1 = -3$ ,  $n = 9$ ,  $r = 5$  ซึ่ง  $r > 1$

เลือกสูตร 
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

จะได้ 
$$\begin{aligned} S_9 &= \frac{(-3)(5^9 - 1)}{5 - 1} \\ &= \frac{(-3)(1,953,125 - 1)}{4} \\ &= (-3)(488,281) \\ &= -1,464,843 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเท่ากับ  $-1,464,843$

2) เนื่องจาก  $a_1 = -7$ ,  $n = 11$ ,  $r = 3$  ซึ่ง  $r > 1$

เลือกสูตร 
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

จะได้ 
$$S_{11} = \frac{(-7)(3^{11} - 1)}{3 - 1}$$

3) เนื่องจาก  $a_1 = -5$ ,  $n = 14$ ,  $r = -2$  ซึ่ง  $r < 1$

เลือกสูตร 
$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

จะได้ 
$$S_{14} = \frac{(-5)[1-(-2)^{14}]}{1+2}$$

$$= \frac{(-5)(1-16,384)}{3}$$

$$= \frac{(-5)(-16,383)}{3}$$

$$= (-5)(-5,461)$$

$$= 27,305$$

ดังนั้น ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเท่ากับ  $-27,305$

2. เนื่องจาก  $a_1 = 2$ ,  $n = 9$ ,  $r = 3$  ซึ่ง  $r > 1$

เลือกสูตร 
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

จะได้ 
$$S_9 = \frac{(2)(3^9 - 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{(2)(19,683 - 1)}{2}$$



3. เนื่องจาก  $a_1 = 9, n = 8, r = \frac{4}{3}$  ซึ่ง  $r > 1$

เลือกสูตร  $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

จะได้  $S_8 = \frac{(9)\left[\left(\frac{4}{3}\right)^8 - 1\right]}{\frac{4}{3} - 1}$

$$= \frac{(9)\left[\left(\frac{65,536}{6,561}\right) - 1\right]}{\frac{1}{3}}$$

$$= (3)(9)\left(\frac{58,975}{6,561}\right)$$

$$= \frac{58,975}{243}$$

$$\approx 242.70$$

ดังนั้น ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมเท่ากับ 242.70

4. เนื่องจาก  $a_1 = \frac{2}{3}, n = 10, r = \frac{2}{3}$  ซึ่ง  $r < 1$

เลือกสูตร  $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$

จะได้  $S_{10} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{10}\right]}{1 - \frac{2}{3}}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)\left[1 - \left(\frac{1,024}{59,049}\right)\right]$$

## ใบความรู้ที่ 10.2

### อนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิตเรียกว่า **อนุกรมเรขาคณิต** และอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

พิจารณาลำดับเรขาคณิต  $1, 3, 9, 27, \dots, 6561$  ที่มี  $r = 3$

การหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตข้างต้นทำได้ดังนี้

$$\text{ให้ } S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561$$

.....(1)

$$3S = 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 6,561 + 19,683$$

.....(2)

$$(2) - (1) \text{ จะได้ } 2S = 19,683 - 1$$

$$= 19,682$$

$$S = 9,841$$

ในกรณีทั่วไปเราสามารถหาผลบวกของพจน์  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} \text{ ได้ดังนี้}$$

ให้  $S_n$  เป็นผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตที่  $a_1$  เป็นพจน์แรก และ

อาจเขียนผลบวกของ  $n$  พจน์แรกได้อีกแบบหนึ่งดังนี้

จาก 
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{เมื่อ } r > 1$$

จะได้ 
$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1 r^n - a_1}{r - 1} \\ &= \frac{a_1 r^{n-1} \cdot r - a_1}{r - 1} \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1} \quad \text{เมื่อ } r > 1$$

และจาก 
$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r < 1$$

จะได้ 
$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r} \\ &= \frac{a_1 - a_1 r^{n-1} \cdot r}{1 - r} \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r < 1$$

สรุป ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต หาได้ดังนี้

$$\text{เมื่อ } r > 1 \text{ จะได้ว่า } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{หรือ } S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$

$$\text{เมื่อ } r < 1 \text{ จะได้ว่า } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{หรือ } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$\text{หมายเหตุ} \quad S_n - S_{n-1} = a_n$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิต  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256}$

**วิธีที่ 1** เนื่องจากอนุกรมมี  $a_1 = 1$ ,  $r = \frac{1}{2}$  ซึ่ง  $r < 1$  และ  $a_n = \frac{1}{256}$  หาก  $n$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{256} = (1) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{2^8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$n - 1 = 8$$

$$n = 9$$

$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$\text{จะได้ } S_9 = \frac{(1) \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^9 \right\}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{512}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{512 - 1}{512}$$

$$= \frac{511}{512}$$

**วิธีที่ 2** ให้  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256}$  .....

(1)

$$\frac{1}{2}S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} \dots\dots\dots$$

(2)

(1) - (2) จะได้  $\frac{1}{2}S = 1 - \frac{1}{512}$

$$= \frac{511}{512}$$

$$S = \frac{511}{512} \times 2$$

$$= \frac{511}{256}$$

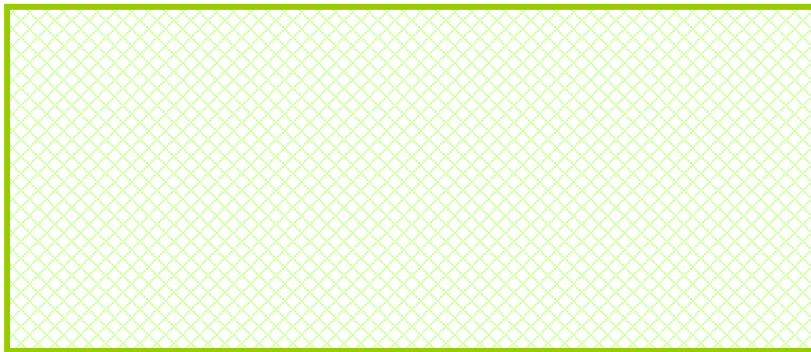
$$= 1\frac{255}{256}$$

ดังนั้นผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเท่ากับ  $1\frac{255}{256}$

## แบบฝึกทักษะที่ 10.2

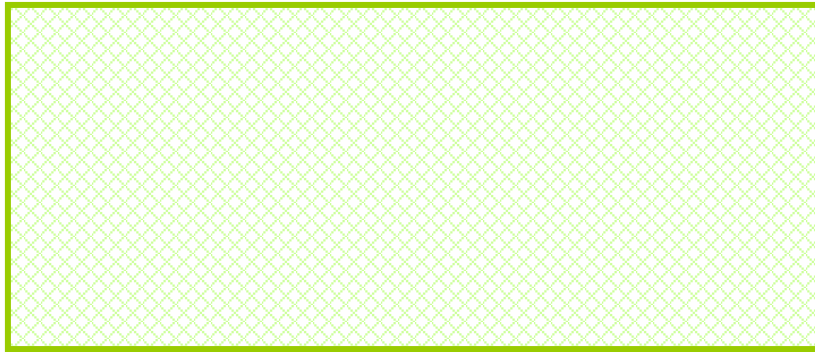
จงหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1)  $9 + 27 + 81 + \dots + 729$

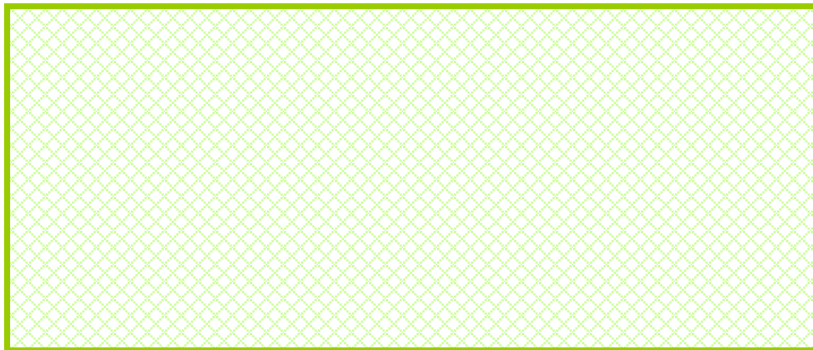


2)  $2 + 8 + 32 + \dots + 8,129$





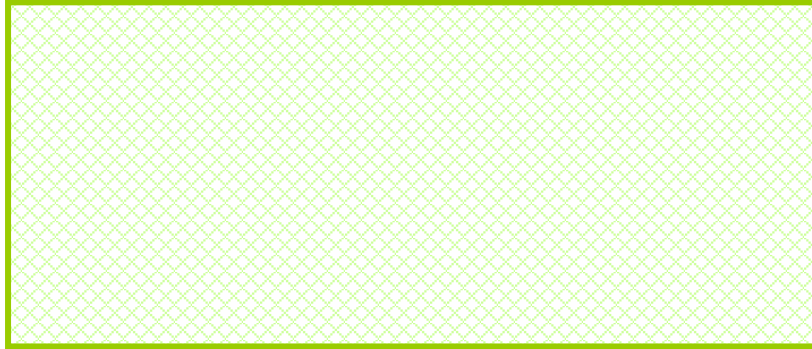
4)  $16 + 8 + 4 + \dots + \frac{1}{32}$



5)  $1 + (-2) + 4 + \dots + 256$



6)  $(-1) + 3 + (-9) + \dots + (-729)$



## เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.2

1) เนื่องจาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$  จะได้  $729 = 9(3)^{n-1}$

$$3^{n-1} = 81$$
$$3^{n-1} = 3^4$$
$$n-1 = 4$$
$$n = 5$$

นั่นคือ  $a_1 = 9$ ,  $n = 5$ ,  $r = 3$  ซึ่ง  $r > 1$

เลือกสูตร  $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

จะได้  $S_5 = \frac{9(3^5 - 1)}{3 - 1}$

$$= \frac{9(243 - 1)}{2}$$
$$= 9(121)$$
$$= 1,089$$

ดังนั้น ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตเท่ากับ 1,089

2) เนื่องจาก  $a_1 = 2$ ,  $a_n = 8,192$ ,  $r = 4$  ซึ่ง  $r > 1$  เลือกสูตร  $S_n =$   
 $a_1 \cdot \frac{(r^n - 1)}{r - 1}$



3) เนื่องจาก  $a_1 = 4$ ,  $a_n = \frac{1}{512}$ ,  $r = \frac{1}{2}$  ซึ่ง  $r < 1$

$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_n &= \frac{4 - \left(\frac{1}{512}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(8) - \left(\frac{1}{512}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{4,096 - 1}{512} \\ &= \frac{4,095}{512} \\ &\approx 7.9980469 \\ &\approx 8 \end{aligned}$$

ดังนั้นผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตมีค่าประมาณ 8

4) เนื่องจาก  $a_1 = 16$ ,  $a_n = \frac{1}{32}$ ,  $r = \frac{1}{2}$  ซึ่ง  $r < 1$

$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_n &= \frac{16 - \left(\frac{1}{32}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(32) - \left(\frac{1}{32}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1,024 - 1}{32} \\ &= 1,023 \end{aligned}$$

5) เนื่องจาก  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 256$ ,  $r = -2$  ซึ่ง  $r < 1$

$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{1-256(-2)}{1+2}$$

$$= \frac{1+512}{3}$$

$$= \frac{513}{3}$$

$$= 171$$

ดังนั้นผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตมีค่าประมาณ

171

6) เนื่องจาก  $a_1 = -1$ ,  $a_n = -729$ ,  $r = -3$  ซึ่ง  $r < 1$

$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{-1-(-729)(-3)}{1+3}$$

$$= \frac{1-2,187}{4}$$

ใบความรู้ที่ 10.3

อนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิตเรียกว่า **อนุกรมเรขาคณิต** และอัตราส่วนร่วมของ

ลำดับเรขาคณิตจะเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย

พิจารณาลำดับเรขาคณิต 1, 3, 9, 27, ..., 6561 ที่มี  $r = 3$

การหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตข้างต้นทำได้ดังนี้

$$\text{ให้ } S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561$$

.....(1)

$$3S = 3 + 9 + 27 + 81 + \dots + 6,561 + 19,683$$

.....(2)

$$\begin{aligned} (2) - (1) \text{ จะได้ } \quad 2S &= 19,683 - 1 \\ &= 19,682 \\ S &= 9,841 \end{aligned}$$

ในกรณีทั่วไปเราสามารถหาผลบวกของพจน์ n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} \text{ ได้ดังนี้}$$

ให้ S<sub>n</sub> เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตที่ a<sub>1</sub> เป็นพจน์แรก และ

อาจเขียนผลบวกของ  $n$  พจน์แรกได้อีกแบบหนึ่งดังนี้

จาก  $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$  เมื่อ  $r > 1$

จะได้  $S_n = \frac{a_1 r^n - a_1}{r - 1}$   
 $= \frac{a_1 r^{n-1} \cdot r - a_1}{r - 1}$

$$S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1} \quad \text{เมื่อ } r > 1$$

และจาก  $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$  เมื่อ  $r < 1$

จะได้  $S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$   
 $= \frac{a_1 - a_1 r^{n-1} \cdot r}{1 - r}$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r < 1$$

สรุป ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต หาได้ดังนี้

$$\text{เมื่อ } r > 1 \text{ จะได้ว่า } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{หรือ } S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$

$$\text{เมื่อ } r < 1 \text{ จะได้ว่า } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{หรือ } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$\text{หมายเหตุ} \quad S_n - S_{n-1} = a_n$$

**ตัวอย่างที่ 1**     กรตั้งใจว่าจะออมเงินไว้เพื่อซื้อเครื่องกีฬา วันแรกจะออมไว้ 20 บาท  
วันที่สอง 40 บาท วันที่สาม 80 บาท เช่นนี้เรื่อยไปจนครบเจ็ดวัน เมื่อครบเจ็ดวัน  
เขาจะมีเงินออมเท่าใด

**วิธีทำ**    ผลบวกของเงินออมแต่ละวันของกรเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี

$$a_1 = 20, r = 2 \text{ ซึ่ง } r > 1, n = 7$$

$$\text{เลือกสูตร} \quad S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\text{จะได้} \quad S_7 = \frac{20(2^7 - 1)}{2 - 1}$$

$$= 20(128 - 1)$$

$$= 20(127)$$

$$= 2,540$$

**ตัวอย่างที่ 2** โรงงานแห่งหนึ่งมีเครื่องปั๊มอากาศติดไว้ที่ถังใบหนึ่ง เพื่อดูดอากาศออก จากถังนี้ให้ได้มากที่สุด ทุกหนึ่งนาทีที่เครื่องปั๊มทำงานจะมีอากาศถูกดูดออกมา  $\frac{1}{4}$  ของอากาศที่มีอยู่ในถัง จงหาว่าถ้าเปิดสวิตซ์ให้เครื่องปั๊มอากาศทำงาน 6 นาที จะมี อากาศเหลืออยู่ในถังคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของปริมาณอากาศเดิมที่มีอยู่ในถัง

**วิธีทำ 1** ให้อากาศในถังเท่ากับ 1 หน่วย

เมื่อปั๊มทำงานอากาศจะถูกดูดออกจากถัง และมีอากาศเหลืออยู่ในถังดังนี้

เมื่อครบ 1 นาทีแรกจะมีอากาศถูกดูดออกมา  $\frac{1}{4}(1) = \frac{1}{4}$

และเหลืออยู่ในถัง  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

เมื่อครบ 2 นาทีจะมีอากาศถูกดูดออกมา  $\frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{16}$

และเหลืออยู่ในถัง  $\frac{3}{4} - \frac{3}{16} = \frac{12-3}{16} = \frac{9}{16}$

เมื่อครบ 3 นาทีจะมีอากาศถูกดูดออกมา  $\frac{1}{4}\left(\frac{9}{16}\right) = \frac{9}{64}$

และเหลืออยู่ในถัง  $\frac{9}{16} - \frac{9}{64} = \frac{36-9}{64} = \frac{27}{64}$  เช่นนี้เรื่อยไป

จะเห็นว่า  $\frac{3}{4}, \frac{9}{16}, \frac{27}{64}$  แทนอากาศที่เหลืออยู่ในถังเมื่อปั๊มทำงานครบ

1, 2, 3 นาที ตามลำดับ

ซึ่งลำดับนี้เป็นลำดับเรขาคณิต ที่มี  $a_1 = \frac{3}{4}, r = \frac{3}{4}, n = 6$

จาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$(\frac{3}{4})(\frac{3}{4})^5$

**วิธีที่ 2** พิจารณาลำดับ  $\frac{1}{4}, \frac{3}{16}, \frac{9}{64}$  แทนอากาศที่ถูกดูดออกมาเมื่อปั๊ม

ทำงานครบ 1, 2, 3 นาที ตามลำดับดังนั้น  $\frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} + \dots + a_6$  แทน  
อากาศที่ถูกดูดออกมาทั้งหมด เมื่อเวลาผ่านไป 6 นาที ซึ่งเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี

$$a_1 = \frac{1}{4}, r = \frac{3}{4} \text{ ซึ่ง } r < 1$$

$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$\text{จะได้ } S_6 = \frac{\frac{1}{4}\left(1 - \frac{729}{4,096}\right)}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\left(1 - \frac{729}{4,096}\right)}{\frac{1}{4}}$$

$$= 1 - \frac{729}{4,096}$$

$$= \frac{4,096 - 729}{4,096}$$

$$3,367$$





3. ผู้จัดการฝ่ายขายบริษัทแห่งหนึ่งตั้งใจว่าเขาจะเพิ่มยอดขายให้มากขึ้น 3% ของยอดขายเดิมทุกไตรมาส ถ้าขณะที่เขาวางแผนเขาทำยอดขายได้ 300,000 บาท ในหนึ่งไตรมาส เมื่อครบสองปีเขาควรจะทำยอดขายได้ไตรมาสละเท่าไร

.....

..

.....

..

.....

..

.....

..

.....

..

.....

..

.....

..

.....

..

.....

..

.....

..



### เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 10.3

1. เงินออมของพลเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี  $a_1 = 1, r = 2, n = 15$

$$\text{เลือกสูตร } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{15} &= \frac{(1)(2^{15} - 1)}{2 - 1} \\ &= 2^{15} - 1 \\ &= 32,768 - 1 \\ &= 32,767 \end{aligned}$$

ดังนั้นเมื่อครบ 15 วันพลจะมีเงินออมทั้งหมด 32,767 บาท

2. ให้  $a_1$  แทนราคาเริ่มต้นของรถยนต์

ให้  $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  แทนราคาของรถยนต์ในปีที่ 1, 2, 3, 4, 5

ตามลำดับ

จะได้

$$a_1 = 1,000,000 \text{ บาท}$$

$$a_2 = 1,000,000 - 1,000,000(0.2)$$

$$= 1,000,000(1 - 0.2)$$

$$= 1,000,000(0.8)$$

$$a_3 = 1,000,000(0.8) - 1,000,000(0.8)(0.2)$$

$$= 1,000,000(0.8)[1 - 0.2]$$

$$= 1,000,000(0.8)(0.8)$$

3. ให้  $a_1$  แทนยอดขายเริ่มต้น จะได้  $a_1 = 300,000$  บาท  
 เพิ่มยอดขาย 3% ของยอดขายเดิมจะได้  $r = 1.03$   
 ในเวลาสองปี จำนวนไตรมาสเท่ากับ 8 ไตรมาส นั่นคือ  $n = 8$   
 เมื่อครบสองปีจะมียอดขายหรือ  $a_9 = 300,000(1.03)^8$   
 $= 300,000(1.26677008)$   
 $\approx 380,031$

นั่นคือ เมื่อครบสองปีเขาควรทำยอดขายได้ไตรมาสละประมาณ 380,031 บาท

4. ให้  $a_1$  แทนปริมาณน้ำที่มีอยู่ในถังทั้งหมด จะได้  $a_1 = 5,832$  ลิตร

ให้  $a_2$  แทนปริมาณน้ำที่เหลืออยู่ในถังเมื่อครบหนึ่งวัน

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_2 &= 5,832 - 5,832\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= 5,832\left(1 - \frac{1}{3}\right) \\ &= 5,832\left(\frac{2}{3}\right) \end{aligned}$$

ให้  $a_3$  แทนปริมาณน้ำที่เหลืออยู่ในถังเมื่อครบสองวัน

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_3 &= 5,832\left(\frac{2}{3}\right) - 5,832\left(\frac{2}{3}\right) \\ &= 5,832\left(\frac{2}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) \end{aligned}$$

$\left(\frac{1}{3}\right)$

5. ให้  $a_1$  แทนปริมาณน้ำที่มีอยู่ในถังทั้งหมด จะได้  $a_1 = 20$  ลิตร

ให้  $a_2$  แทนปริมาณน้ำที่เหลืออยู่ในถังเมื่อตักน้ำออกจากถังครั้งที่  
หนึ่ง

$$\text{จะได้ } a_2 = \frac{1}{2}(20)$$

ให้  $a_3$  แทนปริมาณน้ำที่เหลืออยู่ในถังเมื่อตักน้ำออกจากถังครั้งที่  
สอง

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } a_3 &= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(20)\right] \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^2(20)\end{aligned}$$

เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

ให้  $a_9$  แทนปริมาณน้ำที่เหลืออยู่ในถังเมื่อตักน้ำออกจากถังครั้งที่  
แปด

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } a_9 &= \left(\frac{1}{2}\right)^8(20) \\ &= \frac{20}{256}\end{aligned}$$

## ใบความรู้ที่ 10.4

### เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

#### ตัวอย่างที่ 1

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$  เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี  $a_1 = \frac{1}{2}$  และ  $r = \frac{1}{2}$  ผู้เรียนคิดว่าเมื่อ  $n$  มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ  $S_n$  จะมีค่าใกล้จำนวนใด โดยอาจพิจารณาได้จากผลบวกของพื้นที่ดังนี้

$$\text{จากสูตร } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_n &= \frac{\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{2}} \\ &= 1\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right] \end{aligned}$$

เมื่อ  $n$  มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เขียนแทนด้วย  $n \rightarrow \infty$

จะได้ว่า  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$  มีค่าเข้าใกล้ศูนย์

ดังนั้น  $S_n$  จะมีค่าเข้าใกล้ 1

สำหรับ  $S_n$  มีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่อ  $n \rightarrow \infty$  จะเขียนแทนด้วย  $S_\infty = 1$

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิต เมื่อ  $|r| < 1$  จะหาผลบวกอนันต์ของอนุกรมเรขาคณิตได้

โดยใช้สูตร  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

ถ้า  $|r| < 1$  จะได้ว่าเมื่อ  $n \rightarrow \infty$  แล้ว  $r^n$  จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์

ดังนั้น  $S_n$  มีค่าเข้าใกล้  $\frac{a_1}{1-r}$  เมื่อ  $n \rightarrow \infty$  เราจะกล่าวว่า  $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$

สูตร  $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$ ,  $|r| < 1$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียน 0.47474747... ในรูปของเศษส่วน

วิธีทำ เนื่องจาก  $0.474747... = \frac{47}{100} + \frac{47}{10,000} + \frac{47}{100,000} + \dots$

เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่เป็นอนุกรมอนันต์ มี  $a_1 = \frac{47}{100}$ ,  $r = \frac{1}{100}$

จากสูตร  $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$ ,  $|r| < 1$

จะได้  $S_\infty = \frac{\frac{47}{100}}{1 - \frac{1}{100}}$   
 $= \frac{47}{99}$

ดังนั้น  $0.474747 = \frac{47}{99}$

แบบฝึกทักษะที่ 10.4

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

---

1. จงเขียน  $0.626262\dots$  ในรูปของเศษส่วน

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1. จงเขียน  $0.314314314\dots$  ในรูปของเศษส่วน

วิธีทำ .....

.....

.....



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**แบบฝึกทักษะที่ 10.4**

**เรื่อง** อนุกรมเรขาคณิต **แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10**  
**กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**  
**สาระ จำนวนพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม**

---

**เฉลย**

1. จงเขียน  $0.62626262\dots$  ในรูปของเศษส่วน

วิธีทำ  $0.62626262\dots = \frac{62}{100} + \frac{62}{10,000} + \frac{62}{100,000} + \dots$

เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่เป็นอนุกรมอนันต์ มี  $a_1 = \frac{62}{100}$ ,  $r = \frac{1}{100}$

จากสูตร  $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$ ,  $|r| < 1$

จะได้  $S_\infty = \frac{\frac{62}{100}}{1-\frac{1}{100}} = \frac{62}{99} \times \frac{100}{99} = \frac{62}{99}$

ดังนั้น  $0.62626262\dots = \frac{62}{99}$

1. จงเขียน  $0.314314314314\dots$  ในรูปของเศษส่วน

วิธีทำ  $0.314314314314\dots = \frac{314}{100} + \frac{314}{10,000} + \frac{314}{100,000} + \dots$

เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่เป็นอนุกรมอนันต์ มี  $a_1 = \frac{314}{1,000}$ ,  $r = \frac{1}{1,000}$

จากสูตร  $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$

จะได้ 
$$S_{\infty} = \frac{\frac{314}{1,000}}{1 - \frac{1}{1,000}} = \frac{314}{1,000} \times \frac{1,000}{999} = \frac{314}{999}$$

**แบบทดสอบฉบับที่ 10**

**เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10**

**กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**

**สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม**

คำชี้แจง : จงเติมคำตอบที่ถูกต้องในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. 486 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิต  $2, 2\sqrt{3}, 6, \dots$  (ข้อละ 2 คะแนน)

ตอบ .....

2. ผลบวกของอนุกรม  $(-2) + 4 + (-8) + 16 + \dots + (-2,048)$  (ข้อละ 2 คะแนน)

ตอบ .....

3. ผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรม  $6 + 18 + 5 + 4 + \dots$  (ข้อละ 2 คะแนน)

ตอบ .....

4. ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $64 + 32 + 16 + 84 + \dots$  มีค่าเท่าใด (ข้อละ 2 คะแนน)

ตอบ .....

5. บริษัทแห่งหนึ่งซื้อรถยนต์มาในราคา 100,000 บาท ถ้าพนักงานคนนี้ตั้งค่าเสื่อมราคาไว้ปีละ 10% ซึ่งหมายถึงราคารถยนต์คันนี้จะลดลง 10% ทุกปี อยากทราบว่าเมื่อครบห้าปีแรกรถยนต์คันนี้จะมีมูลค่าเท่าใด (ข้อละ 2 คะแนน)

ตอบ .....

### เฉลยแบบทดสอบฉบับที่ 10

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระ จำนวนและพีชคณิต หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ลำดับและอนุกรม

#### เฉลย

- 1) ตอบ 11
- 2) ตอบ -1,366
- 3) ตอบ 6,558
- 4) ตอบ  $128\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$
- 5) ตอบ 590,490 บาท

แบบประเมินด้านทักษะกระบวนการ

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

ภาคเรียนที่ 2 กิจกรรมเรื่อง

การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญา

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. การแก้ปัญหา										
2. การให้เหตุผล										
3. การสื่อสาร ความหมาย การนำเสนอ										
4. การเชื่อมโยงความรู้										
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคคุณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก ได้คะแนน 5

ดี ได้คะแนน 4

พอใช้ ได้คะแนน 3

ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 3

สรุปผลการ

ประเมิน.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

แบบประเมินด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

ภาคเรียนที่ 2

กิจกรรมเรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญหา

กลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายการประเมิน										
1. ทำงานอย่างเป็นระบบ										
2. มีระเบียบวินัย										
3. มีความรอบคอบ										
4. มีความรับผิดชอบ										
5. มีวิจรรณญาณ										
6. มีความเชื่อมั่นในตนเอง										
7. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์										
รวม										
เฉลี่ย										

คำชี้แจง

ครูหรือนักเรียนพิจารณาคูณภาพของพฤติกรรมของผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และเขียนคะแนนลงในช่องของแต่ละกลุ่ม (ได้ 0, 1 คะแนน)

ดีมาก

ได้คะแนน 6.0-7.0

ดี ได้คะแนน 5.0-5.9  
 พอใช้ ได้คะแนน 4.0-4.9  
 ปรับปรุง ได้คะแนนต่ำกว่า 4.0

สรุปผลการ

ประเมิน.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

แบบบันทึกคะแนน

**กิจกรรมเรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญหา**

กลุ่ม 1	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญหา				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 2	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญหา				
	คะแนนฐาน	คะแนน	คะแนน	คะแนนรวม	คะแนนความ

		จากการ ทดสอบ	กิจกรรม		ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 3	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญห				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 4	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญห				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 5	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 6	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์				
	คะแนนฐาน	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนกิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความก้าวหน้า



1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 7	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญห				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 8	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญห				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า

1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 9	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญห				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า
1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					

กลุ่ม 10	คะแนนทดสอบและกิจกรรมประจำเนื้อหา ครั้งที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 เรื่อง การหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตและการแก้ปัญห				
	คะแนนฐาน	คะแนน จากการ ทดสอบ	คะแนน กิจกรรม	คะแนนรวม	คะแนนความ ก้าวหน้า

1.					
2.					
3.					
4.					
คะแนนรวมของกลุ่ม					
ค่าเฉลี่ยของกลุ่ม					
ระดับของกลุ่ม					