



# โรงเรียนเมืองราชวิทยาลัย

## อำเภอทลุ่มเต่า จังหวัดเพชรบูรณ์

แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์



รหัสวิชา ค31203

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 4

นายวิเชียร ภิรัตศึกษ์กุล

ครู วิทยฐานะ: ครูชำนาญการพิเศษ

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเพชรบูรณ์  
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
กระทรวงศึกษาธิการ

## สาระคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

คณิตศาสตร์เพิ่มเติมจัดทำขึ้นสำหรับผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ที่จำเป็นต้องเรียนเนื้อหาในสาระ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น รวมทั้ง สาระแคลคูลัส ให้มีความลุ่มลึกขึ้น ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาในด้านวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้ได้จัดทำขึ้น ให้มีเนื้อหาสาระที่ทัดเทียมกับนานาชาติเน้นการคิดวิเคราะห์การคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์การใช้เทคโนโลยี การสื่อสาร และการร่วมมือ รวมทั้งเชื่อมโยงความรู้สู่การนำไปใช้ในชีวิตจริง

### เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ผู้เรียนจะได้เรียนรู้สาระสำคัญ ดังนี้

**จำนวนและพีชคณิต** เรียนรู้เกี่ยวกับ เซต ตรรกศาสตร์ จำนวนจริง และพหุนาม จำนวนเชิงซ้อน ฟังก์ชัน ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชัน ลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

**การวัดและเรขาคณิต** เรียนรู้เกี่ยวกับ เรขาคณิตวิเคราะห์ เวกเตอร์ ในสามมิติและการนำ ความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ใน สถานการณ์ต่างๆ

**สถิติและความน่าจะเป็น** เรียนรู้เกี่ยวกับ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น และใช้ความรู้เกี่ยวกับ สถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการ ตัดสินใจ

**แคลคูลัส** เรียนรู้เกี่ยวกับ ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต และการนำ ความรู้ เกี่ยวกับแคลคูลัสไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

เป้าหมายของการพัฒนาผู้เรียนในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม มี 2 ลักษณะ คือ เชื่อมโยงกับมาตรฐานการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เพื่อให้เกิดการต่อยอดองค์ความรู้และเรียนรู้สาระนั้นอย่างลึกซึ้ง ได้แก่ สาระจำนวนและพีชคณิต และสาระสถิติและความน่าจะเป็น และไม่ได้เชื่อมโยงกับมาตรฐานการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ได้แก่ สาระการวัดและเรขาคณิต และสาระแคลคูลัส

### สาระจำนวนและพีชคณิต

- เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการ ของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้
- เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้
- ใช้นิพจน์ สมการ อสมการและเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้

### สาระการวัดและเรขาคณิต

- เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์และนำไปใช้
- เข้าใจเวกเตอร์การดำเนินการของเวกเตอร์และนำไปใช้

### สาระสถิติและความน่าจะเป็น

- เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

### สาระแคลคูลัส

- เข้าใจลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และปริพันธ์ ของฟังก์ชัน และนำไปใช้

### คุณภาพผู้เรียน

ผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เมื่อเรียนครบทุกผลการเรียนรู้ มีคุณภาพดังนี้

### สาระจำนวนและพีชคณิต

- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ในการสื่อสารและสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และอ้างเหตุผล

- ◆ เข้าใจและใช้สมบัติของจำนวนจริงและพหุนาม
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชัน ลอการิทึม และฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์
- ◆ เข้าใจและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อน
- ◆ นำ ความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ในสามมิติไปใช้
- ◆ เข้าใจและใช้หลักการนับเบื้องต้น การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้
- ◆ นำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล นำ เสนอข้อมูล และแปลความหมายข้อมูล เพื่อประกอบการตัดสินใจ
- ◆ หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง เอกรูปร่าง การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติและนำไปใช้
- ◆ นำความรู้เกี่ยวกับแคลคูลัสเบื้องต้นไปใช้

### หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203

ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 3 ชั่วโมง / สัปดาห์ 1.5 หน่วยการเรียนรู้

#### คำอธิบายรายวิชา

เพื่อพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนให้มีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำความรู้ที่นำไปประยุกต์ได้ในเนื้อหาเกี่ยวกับ

**ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน** ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน การใช้ฟังก์ชันในชีวิตจริง กราฟของฟังก์ชัน การดำเนินการของฟังก์ชัน ฟังก์ชันผกผัน

**ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม** เลขยกกำลัง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม การหาค่าลอการิทึม การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม สมการและอสมการลอการิทึม การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม

**เรขาคณิตวิเคราะห์** ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ภาคตัดกรวย

โดยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่การแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผลและการคิดสร้างสรรค์

การใช้สื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยี และแหล่งข้อมูล และนำประสบการณ์ ตลอดจนทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีความรอบคอบและวิจารณ์ญาณ

วัดผลและประเมินผลใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

**ผลการเรียนรู้**

1. หาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณ และการหารฟังก์ชัน หาฟังก์ชันประกอบและฟังก์ชันผกผัน
2. ใช้สมบัติของฟังก์ชันในการแก้ปัญหา
3. เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
4. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
5. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา

ทั้งหมด 5 ผลการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้ สารการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2  
ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ สารการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ดังตารางต่อไปนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สารการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
1	ความสัมพันธ์	1.1 คู่อันดับ 1.2 การหาค่าของคู่ อันดับ 1.3 ผลคูณคาร์ทีเซียน	1. บอกความหมายของคู่อันดับได้ 2. บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่ 3. บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนและนำไปใช้ได้
		1.4 ความสัมพันธ์ 1.5 การเขียนความสัมพันธ์ 1.6 กราฟของความ สัมพันธ์	1. บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้ 2. เขียนกราฟ 3. เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้
		1.7 โดเมนและเรนจ์ ของความสัมพันธ์	1. บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้
2	ฟังก์ชัน	2.1 ความหมายของ ฟังก์ชัน	1. บอกความหมายของฟังก์ชันได้ 2. เขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้
		2.2 รูปแบบการเขียน ฟังก์ชัน	1. เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และ ตารางได้
		2.3 วิธีการตรวจสอบ ความสัมพันธ์ว่า เป็นฟังก์ชันหรือ ไม่	1. ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ แบบแจกแจงสมาชิก ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้นิยามของฟังก์ชันได้ 2. ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ แบบบอกเงื่อนไขว่า เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการทดลองแทนค่า $x$ ใด ๆ ที่เป็น สมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้
		2.4 โดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชัน	1. บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
		2.5 สัญลักษณ์ของ ฟังก์ชัน 2.6 การหาค่าของ ฟังก์ชัน	1. บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้ 2. หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้
3	ฟังก์ชันที่ควร รู้จัก	3.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น 3.1.1 กราฟของ ฟังก์ชันเชิงเส้น 3.1.2 การแก้ปัญหา โดยใช้ฟังก์ชัน เชิงเส้น	1. บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ 2. เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ 3. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
3	ฟังก์ชันที่ควรรู้จัก	<p>3.2 ฟังก์ชันกำลังสอง</p> <p>3.2.1 กราฟของสมการ <math>y = ax^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math></p> <p>3.2.2 กราฟของสมการ <math>y = ax^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0, k \neq 0</math></p> <p>3.2.3 กราฟของสมการ <math>y = a(x - h)^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math> และ <math>h \neq 0</math></p> <p>3.3.4 กราฟของสมการ <math>y = a(x - h)^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0, h \neq 0</math> และ <math>k \neq 0</math></p> <p>3.3.5 กราฟของสมการ <math>y = ax^2 + bx + c</math></p> <p>3.3.6 การแก้สมการกำลังสองโดยกราฟ</p> <p>3.3.7 การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ</p> <p>3.2.8 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้</li> <li>2. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math> ได้</li> <li>3. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0, k \neq 0</math> ได้</li> <li>4. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = a(x - h)^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math> และ <math>h \neq 0</math> ได้</li> <li>5. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = a(x - h)^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0, h \neq 0</math> และ <math>k \neq 0</math> ได้</li> <li>6. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2 + bx + c</math> ได้</li> <li>7. แก้สมการกำลังสอง <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math> โดยใช้กราฟได้</li> <li>8. แก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟได้</li> <li>9. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ได้</li> </ol>
		<p>3.3 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล</p> <p>3.3.1 สมการเอกซ์โพเนนเชียล</p> <p>3.3.2 การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้</li> <li>2. บอกลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ดังนี้</li> <li>3. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลโดยใช้สมบัติ <math>a^x = a^y</math> ก็ต่อเมื่อ <math>x = y</math> เมื่อ <math>a \neq 1, a &gt; 0</math> ได้</li> <li>4. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</li> </ol>
		3.4 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้</li> <li>2. เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้</li> <li>3. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้</li> <li>4. แก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้</li> </ol>
		3.5 ฟังก์ชันขั้นบันได	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกความหมายของฟังก์ชันขั้นบันไดได้</li> <li>2. เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้</li> </ol>

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
4	ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียลและลอการิทึม	4.1 เลขยกกำลัง	<ol style="list-style-type: none"> <li>เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม</li> <li>รากที่สองในระบบจำนวนจริง รากที่ <math>n</math> ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์</li> <li>เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ</li> </ol>
		4.2 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	<ol style="list-style-type: none"> <li>เขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้</li> <li>สมการและอสมการเอกซ์โพเนนเชียล</li> </ol>
		4.3 ฟังก์ชันลอการิทึม	<ol style="list-style-type: none"> <li>การหาค่าลอการิทึม</li> <li>การเปลี่ยนฐานของลอการิทึม</li> <li>สมการและอสมการลอการิทึม</li> <li>การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม</li> </ol>
5	เรขาคณิตวิเคราะห์	5.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์	<ol style="list-style-type: none"> <li>ระยะทางระหว่างจุดสองจุด</li> <li>จุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง</li> <li>ความชันของเส้นตรง</li> <li>เส้นขนาน</li> <li>เส้นตั้งฉาก</li> <li>ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง</li> <li>ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด</li> </ol>
		5.2 ภาคตัดกรวย	<ol style="list-style-type: none"> <li>วงกลม</li> <li>วงรี</li> <li>พาราโบลา</li> <li>ไฮเพอร์โบลา</li> <li>การเลื่อนกราฟ</li> </ol>

แผนหลักวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมพื้นฐาน รหัสวิชา ค31203  
ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชั่วโมงที่ 1    ปฐมนิเทศ  
ชั่วโมงที่ 2    ทดสอบก่อนเรียน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สัปดาห์ที่	จำนวนชั่วโมงสอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							รายจุดประสงค์	กลางภาค	ปลายภาค
1	2	2	3	1. บอกความหมายของคู่อันดับได้ 2. บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่	- คู่อันดับ - การเท่ากันของคู่อันดับ	- ใบความรู้ รหัสที่ 1 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1	/	/	/
			4	3. บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนและนำไปใช้ได้	- ผลคูณคาร์ทีเซียน	- เอกสารแนะนำแนวทาง รหัสที่ 1 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.2 - เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1	/	/	/
2	3 – 4	2	5 – 6	1. บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้ 2. เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขได้	- ความสัมพันธ์ - การเขียนความสัมพันธ์	- ใบความรู้ รหัสที่ 2 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2	/	/	/
		1	7	3. เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้	- กราฟของความสัมพัธ์	- แผ่นโป่งใส รหัสที่ 2 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.2 - เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 2	/	/	/

แผนการจัดการ เรียนรู้ที่	สัปดาห์ที่	จำนวน ชั่วโมง สอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์ การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							ราย จุดประ สงค์	กลาง ภาค	ปลาย ภาค
3	4	1	8	1. บอกความหมายของโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้	- โดเมนและเรนจ์ ของความสัมพันธ์	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 3 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3	/	/	/
4	5	1	9	1. บอกความหมายของฟังก์ชัน ได้ 2. เขียนแผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้	- ความหมายของ ฟังก์ชัน	- เอกสาร ประกอบการ สอน รหัสที่ 4 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4 - แบบสรุปเนื้อ หา รหัสที่ 4	/	/	/
5	5	1	10	1. เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟและตารางได้	- รูปแบบการ เขียนฟังก์ชัน	- เอกสาร ประกอบการ สอน รหัสที่ 5 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 5 - แบบสรุปเนื้อ หา รหัสที่ 5	/	/	/
6	6	2	11- 12	1. ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่ กำหนดให้แบบแจกแจงสมาชิก ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้ นิยามของฟังก์ชันได้ 2. ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่ กำหนดให้แบบบอกเงื่อนไขว่า เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยทดลอง แทนค่า $z$ ใด ๆ ว่าเป็นสมาชิก ตัวหน้าของความสัมพันธ์และ กราฟได้	- วิธีการ ตรวจสอบ ความสัมพันธ์ว่า เป็นฟังก์ชัน หรือไม่	- เอกสาร ประกอบการ สอน รหัสที่ 6 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6 - แบบสรุปเนื้อ หา รหัสที่ 6	/	/	/



แผนกา ร จัดการ เรียนรู้ ที่	สัปดาห์ที่	จำนวน ชั่วโมง สอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์ การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							ราย จุดประ สงค์	กลาง ภาค	ปลาย ภาค
7	7	1	13	1. บอกความหมาย ของโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชันได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชันที่ กำหนดให้ได้	- โดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชัน	- เอกสารแนะ แนวทาง รหัส ที่ 7 - เอกสาร ประกอบการ สอน รหัสที่ 7 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7 - แบบสรุปเนื้อ หา รหัสที่ 7	/	/	/
8	7-8	1	14	1. บอกสัญลักษณ์ที่ใช้ แทนฟังก์ชันได้	- สัญลักษณ์ของ ฟังก์ชัน	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 8	-	-	-
		2	15- 16	2. หาค่าของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดโดเมนให้ ได้	- การหาค่าของ ฟังก์ชัน	- เอกสาร ประกอบการ สอน รหัสที่ 8 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8 - แบบสรุปเนื้อ หา รหัสที่ 8	/	/	/
9	9	1	17	1. บอกความหมาย ของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ 2. เขียนกราฟของ ฟังก์ชันเชิงเส้นได้	- ฟังก์ชันเชิงเส้น - กราฟของฟังก์ชัน เชิงเส้น	- ใบความรู้ รหัสที่ 9 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9 - แบบสรุปเนื้อ หา รหัสที่ 9	/	/	/
		1	18	3. นำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ ในการแก้ปัญหาได้	- การแก้ปัญหาโดย ใช้ฟังก์ชันเชิงเส้น	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 9 - เอกสารฝึกหัด เพิ่มเติม รหัส ที่ 9	/	/	/

แผนกา ร จัดกา ร เรี ยน รู้ ที่	สั ป ดา ห์ ที่	จ ำน ว น ชั ว โ ม ง ส อน	ชั ว โ ม ง ที่	จ ุด ประ ส ง ค์ กา ร เรี ยน รู้	สา ระ กา ร เรี ยน รู้	ส ื่อ กา ร เรี ยน รู้	กา ร วัด ผล		
							ราย จ ุด ประ ส ง ค์	กล าง ภาค	ปลา ย ภาค
10	10-13	1	19	1. บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้ 2. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้	- ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง - กราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	20	3. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, k \neq 0$ ได้	- กราฟของสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, k \neq 0$	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.2 - แบบฝึกทักษะรหัสที่ 10.2 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	21	4. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ ได้	- กราฟของสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ ได้	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.3 - แบบฝึกทักษะรหัสที่ 10.3 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	22	5. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ และ $k \neq 0$ ได้	- กราฟของสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ และ $k \neq 0$	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.4 - แบบฝึกทักษะรหัสที่ 10.4 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/

แผนกา ร จัดกา ร เรี ยน ร ู้ ที่	สั ป ดา ห์ ที่	จ ำน ว น ช ั ว ม อ น	ช ั ว โ ม ง ที่	จ ุด ประ ส ง ค ์ การ เรี ยน ร ู้	ส า ระ กา ร เรี ยน ร ู้	ส ื่อ กา ร เรี ยน ร ู้	กา ร วัด ผล		
							ราย จ ุด ประ ส ง ค ์	กล าง ภ า ค	ปล าย ภ า ค
		1	23	6. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ได้	- กราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.5 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.5 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	24	7. แก่สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟได้	- การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.6 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.6 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	25	8. แก่สมการกำลังสองโดยใช้กราฟได้	- การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.7 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.7 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	-	/
		1	26	9. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ได้	- การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.8 - เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 10.8 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	-	/

แผนการจัดการ เรียนรู้ เรียนรู้ที่	สัปดาห์ ที่	จำนวน ชั่วโมง สอน	ชั่วโมง ที่	จุดประสงค์ การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							ราย จุดประ สงค์	กลาง ภาค	ปลาย ภาค
11	14	1	27	1. บอกความหมาย ของฟังก์ชันเอกซ์ โพเนนเชียลได้ 2. บอกลักษณะของ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนน เชียลได้ดังนี้ 2.1 บอกโดเมน และเรนจ์ได้ 2.2 เขียนกราฟได้ 2.3 บอกได้ว่าเป็น ฟังก์ชันลดหรือ ฟังก์ชันเพิ่ม	- ฟังก์ชันเอกซ์โพเนน เชียล	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 11.1 – 11.2 - แบบสรุปสาระ การเรียนรู้ รหัสที่ 11	/	-	/
		1	28	3. แก้สมการเอกซ์ โพเนนเชียลโดยใช้ สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ เมื่อ $a \neq 1$ และ $a > 0$ ได้ 4. นำความรู้เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนน เชียลไปใช้ในการ แก้ปัญหาได้	- สมการเอกซ์โพเนน เชียล - การแก้ปัญหาโดยใช้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนน เชียล	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 11.1- 11.2 - แบบสรุปสาระ การเรียนรู้ รหัสที่ 11	/	-	/
12	15	1	29	1. บอกความหมาย ของฟังก์ชันค่า สัมบูรณ์ได้ 2. เขียนกราฟของ ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ได้ 3. หาโดเมน และเรนจ์ของ ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ได้	- ความหมายของ ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ - กราฟของฟังก์ชัน ค่าสัมบูรณ์	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 11.3 – 11.4 - แบบสรุปเนื้อ หา รหัสที่ 11	/	-	/

แผนกา ร จัดกา ร เรี ยน ร ู้ ที่	สั ป ดา ห์ ที่	จ ำน ว น ช ่ว ม อ น ง ส อน	ช ่ว โ ม ง ที่	จ ุด ป ระ ส ง ค ์  กา ร เรี ยน ร ู้	ส า ระ กา ร เรี ยน ร ู้	ส ื่อ กา ร เรี ยน ร ู้	กา ร ว ัด ผล		
							ร าย จ ุด ป ระ ส ง ค ์	ก ลา ง ภ า ค	ป ลา ย ภ า ค
		1	30	4. แก้วสมการที่อยู่ในรูป ค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ ได้	- การแก้สมการที่อยู่ใน รูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้ กราฟได้	- ใบความรู้ รหัสที่ 12.1 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 12	/	-	/
13	16	1	31	1. บอกความหมายของ ฟังก์ชันขั้นบันไดได้ 2. เขียนกราฟของ ฟังก์ชันขั้นบันไดได้	- ฟังก์ชันขั้นบันได	- ใบความรู้ รหัสที่ 13 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 13	/	-	/
14	16-17	1	32 - 45	1. ความรู้เบื้องต้น เกี่ยวกับเรขาคณิต วิเคราะห์	- ระยะห่างระหว่าง จุดสองจุด - จุดกึ่งกลางของส่วน ของเส้นตรง - ความชันของ เส้นตรง - เส้นขนาน - เส้นตั้งฉาก - ความสัมพันธ์ซึ่งมี กราฟเป็นเส้นตรง - ระยะห่างระหว่าง เส้นตรงกับจุด	- เอกสาร ประกอบการ สอน รหัสที่ 14.1 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 14.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 14	/	-	/
		2	46 - 58	ภาคตัดกรวย	- วงกลม - วงรี - พาราโบลา - ไฮเพอร์โบลา - การเลื่อนกราฟ	- เอกสาร ประกอบการ สอน รหัสที่ 14.2 - ใบกิจกรรม รหัสที่ 14 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 14.2 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 14	/	-	/

รายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
รหัสวิชา ค31203 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมงสอน
1	คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน	2
2	ความสัมพันธ์	3
3	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	2
4	ความหมายของฟังก์ชัน	1
5	รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน	1
6	วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่	2
7	โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	2
8	สัญลักษณ์และการหาค่าของฟังก์ชัน	3
9	ฟังก์ชันเชิงเส้น	2
10	ฟังก์ชันกำลังสอง	8
11	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	2
12	ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	2
13	ฟังก์ชันขั้นบันได	1
14	ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด	3
15	จุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง	2
16	ความชันของเส้นตรง	2
17	เส้นขนาน	3
18	เส้นตั้งฉาก	3
19	ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกั้นจุด	2
20	วงกลม	3
21	วงรี	3
22	พาราโบลา	3
23	ไฮเพอร์โบลา	3
24	การเลื่อนกราฟ	2
<b>รวม</b>		<b>58</b>

**ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม**

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. หาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณ การหาร ฟังก์ชัน หาฟังก์ชันประกอบและ ฟังก์ชันผกผัน 2. ใช้สมบัติของฟังก์ชันในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชัน ▷ การบวก การลบ การคูณ การหารฟังก์ชัน ▷ ฟังก์ชันประกอบ ▷ ฟังก์ชันผกผัน
3. เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ▷ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ▷ ฟังก์ชันลอการิทึม
4. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ▷ สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม
5. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับ เรขาคณิตวิเคราะห์ ในการแก้ปัญหา	เรขาคณิตวิเคราะห์ ▷ จุดและเส้นตรง ▷ วงกลม ▷ พาราโบลา ▷ วงรี ▷ ไฮเพอร์โบลา

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1  
เรื่อง  
คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1</b> สัปดาห์ที่ 2 ชั่วโมงที่ 3 - 4	เรื่อง คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	--	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกความหมายของคู่อันดับได้
  - 1.2 บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่
  - 1.3 บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียน และนำไปใช้ได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. คู่อันดับ
2. ผลคูณคาร์ทีเซียน

## กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
3	<p>1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่ เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกความหมายของคู่อันดับได้</li> <li>- บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่</li> <li>- บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนและนำไปใช้ได้</li> </ul> <p>2. สนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน พร้อมให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กัน เช่น</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จำนวนจริง <math>a</math> กับอินเวอร์สการบวกของ <math>a</math></li> <li>- จำนวนคี่บวก <math>m</math> กับอินเวอร์สการคูณของ <math>m</math></li> </ul> <p>3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 1 แล้วร่วมกันสรุปความหมายของคู่อันดับและความเท่ากันของคู่อันดับ หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1</p> <p>4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</p>

4	<p>1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับคู่อันดับ โดยใช้การถาม-ตอบ</p> <p>2. นักเรียนทำเอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 1 โดยครูใช้การถาม-ตอบ เฉลยคำตอบและร่วมกันสรุปความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียน และบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1</p> <p>3. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.2 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</p> <p>4. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 1 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้</p>
---	--

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ รหัสที่ 1
2. เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 1
3. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1 – 1.2
4. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1
5. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 1

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1 – 1.2
2. เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 1
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1
4. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม

## การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำเอกสารแนะแนวทาง	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
5. การทำแบบสรุปเนื้อหา	5. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปได้ถูกต้อง
6. การทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	ใบความรู้	รหัสใบความรู้ที่ 1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 3 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	-----------	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของคู่อันดับได้
2. บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้ได้

### สาระสำคัญ

คู่อันดับแต่ละคู่อันดับประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ สมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนในวงเล็บ ( ) แล้วคั่นสมาชิกด้วยเครื่องหมายจุลภาค

### สาระการเรียนรู้

#### คู่อันดับ (Ordered Pairs)

คู่อันดับ คือ สัญลักษณ์ที่แสดงการจับคู่กันระหว่างสิ่ง 2 สิ่ง เช่น ระยะทางกับเวลา ถ้าเราจะแสดงการจับคู่ระยะทาง (กิโลเมตร) กับเวลา (ชั่วโมง) เราจะเขียนระยะทางกับเวลาลงในวงเล็บเล็ก และคั่นด้วยเครื่องหมายจุลภาค เช่น (200, 4) จะหมายถึงระยะทาง 200 กิโลเมตร ต้องใช้เวลา 4 ชั่วโมง เป็นต้น

คู่อันดับ ประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ สมาชิกตัวหน้า และสมาชิกตัวหลัง หรือสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สอง

#### ตัวอย่างของคู่อันดับ

- (a, b) อ่านว่า คู่อันดับ เอบี
- a เป็นสมาชิกตัวหน้าหรือสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ (a, b)
- b เป็นสมาชิกตัวหลังหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ (a, b)
- (3, 9) อ่านว่า คู่อันดับสามเก้า
- 3 เป็นสมาชิกตัวหน้าหรือสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ (3, 9)
- 9 เป็นสมาชิกตัวหลังหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ (3, 9)

การเขียนคู่อันดับจะสลับเปลี่ยนสมาชิกไม่ได้ จะทำให้ความหมายเปลี่ยนไป เช่น (a, b) เป็น (b, a) จะทำให้ (a, b) ไม่เท่ากับ (b, a) ยกเว้น  $a = b$

**บทนิยาม** คู่อันดับ  $(a, b) = (c, d)$  ก็ต่อเมื่อ  $a = c$  และ  $b = d$  เมื่อ  $a, b, c, d$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า  $x$  และ  $y$  ที่ทำให้  $(x + 2, y + 10) = (6, 12)$

วิธีทำ จากความหมายการเท่ากันของคู่อันดับ จะได้ว่า

$$x + 2 = 6 \quad \text{และ} \quad y + 10 = 12$$

$$\therefore x = 4 \quad \text{และ} \quad y = 2$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ  $x$  และ  $y$  ที่ทำให้  $(2x + y, 24) = (6, 3x - y)$

วิธีทำ จากความหมายการเท่ากันของคู่อันดับ จะได้ว่า

$$2x + y = 6 \quad \dots\dots\dots 1$$

$$3x - y = 24 \quad \dots\dots\dots 2$$

$$1 + 2; \quad 5x = 30$$

$$x = 6$$

$$\text{แทนค่า } x \text{ ใน 1 จะได้ } y = -6$$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารแนบแนวทาง	รหัสเอกสารแนบแนวทางที่ 1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 4 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	-----------------	--

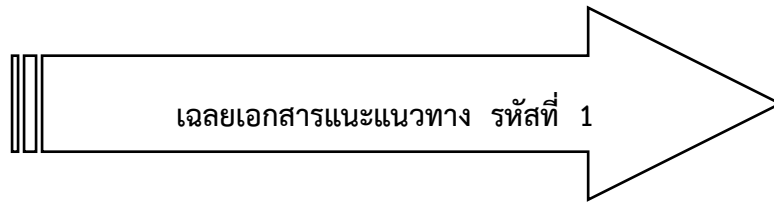
คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	เซต A	เซต B	ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B
1	{1, 2}	{3, 4, 5}	{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)}
2	{a}	{1, 2}	{(a, 1), (a, 2)}
3	{3, 4}	{a, b, c}	{(3, a), (3, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c)}
4	{2, 4}	{5, 6}	
5	{a, b}	{3, 4, 5, 6}	
6	{1, 2, 3}	{5, 7, 9}	
7	{a, b, c}	{2, 4}	
8	{x, y}	{1, 2, 3}	
9	{1, 2}	{1, 2}	
10	{m, n}	{x, y}	



ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือ .....

.....  
 .....  
 .....



4.	$\{(2, 5), (2, 6), (4, 5), (4, 6)\}$
5.	$\{(a, 3), (a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 3), (b, 4), (b, 5), (b, 6)\}$
6.	$\{(1, 5), (1, 7), (1, 9), (2, 5), (2, 7), (2, 9), (3, 5), (3, 7), (3, 9)\}$
7.	$\{(a, 2), (a, 4), (b, 2), (b, 4), (c, 2), (c, 4)\}$
8.	$\{(x, 1), (x, 2), (x, 3), (y, 1), (y, 2), (y, 3)\}$
9.	$\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$
10.	$\{(m, x), (m, y), (n, x), (n, y)\}$

**สรุป** ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ  $(a, b)$  ทั้งหมด โดยที่  $a \in A$  และ  $b \in B$  เขียนแทนด้วย  $A \times B$   
 $A \times B$  อ่านว่า “เอคูมบี”

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แบบฝึกทักษะ	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 1.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 3 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	-------------	--

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1 – 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1.	คู่อันดับสามแปด เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด	
2.	$(10, 6)$ อ่านว่าอย่างไร มีสมาชิกตัวหน้าคือจำนวนใด	
3.	คู่อันดับ $(2, 3)$ และ $(\sqrt{4}, 3)$ เท่ากันหรือไม่	
4.	จงหาค่าของตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้	
	4.1 $(x, y) = (6, 9)$	4.1 .....
	4.2 $(x - 2, 4) = (8, y + 2)$	4.2 .....
	4.3 $(-3, a) = (b - 4, 6)$	4.3 .....
	4.4 $(x + y, x - y) = (6, 4)$	4.4 .....
	4.5 $(2^x, y) = (16, 2)$	4.5 .....

คะแนนที่ได้ = .....  
 ผู้ตรวจ .....  
 วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ปัญหาทุกอย่างจะ  
 หมดไป ถ้าใส่ใจ  
 คณิตศาสตร์เด้อ !

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แบบฝึกทักษะ	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 1.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 4 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	-------------	--

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.3

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. กำหนด  $A = \{3\}$  และ  $B = \{5, 6\}$  แล้ว

1.1  $A \times B = \dots\dots\dots$

1.2  $B \times A = \dots\dots\dots$

1.3  $A \times A = \dots\dots\dots$

1.4  $B \times B = \dots\dots\dots$

2. กำหนด  $A = \{1, 3\}$  และ  $B = \{5, 7, 9\}$  แล้ว

2.1  $A \times B = \dots\dots\dots$

2.2  $B \times A = \dots\dots\dots$

2.3  $A \times A = \dots\dots\dots$

2.4  $B \times B = \dots\dots\dots$

3. ถ้า  $A = \{2, 4\}$  และ  $B = \{6, 8, 10, 12\}$  แล้ว จงหา

3.1 จำนวนสมาชิกของ  $A \times B = \dots\dots\dots$

3.2 จำนวนสมาชิกของ  $B \times B = \dots\dots\dots$

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ คิดจะเรียนให้รุ่ง  
จะต้องมุ่งมั่นศึกษาคณิต

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1

- 1) (3, 8)
- 2) คู่อันดับหกแปด, 10
- 3) เท่ากัน
- 4) 4.1  $x = 6, y = 9$   
 4.2  $x = 10, y = 2$   
 4.3  $a = 6, b = 1$   
 4.4  $x = 4, y = 2$

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1

- 1) 1.1  $\{(3, 5), (3, 6)\}$   
 1.2  $\{(5, 3), (6, 3)\}$   
 1.3  $\{(3, 3)\}$   
 1.4  $\{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$
- 2) 2.1  $\{(1, 5), (1, 7), (1, 9), (3, 5), (3, 7), (3, 9)\}$   
 2.2  $\{(5, 1), (7, 1), (9, 1), (5, 3), (7, 3), (9, 3)\}$   
 2.3  $\{(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3)\}$   
 2.4  $\{(5, 5), (5, 7), (5, 9), (7, 5), (7, 7), (7, 9), (9, 5), (9, 7), (9, 9)\}$
- 3) 3.1 8  
 3.2 16



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แบบสรุปเนื้อหา	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 3-4 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
---	----------------	---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามใบความรู้รหัสที่ 1 และเอกสารแนบแนวทางรหัสที่ 1 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **คู่อันดับ** คือ .....
2. (6, 8) อ่านว่า .....
3.  $(a, b) = (c, d)$  ก็ต่อเมื่อ .....  
เมื่อ a, b, c, d เป็นจำนวนจริงใด
4. ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B หมายถึง .....
5. การหาจำนวนสมาชิกของ  $A \times B$  ทำได้โดย .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม	รหัสเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 3-4 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
---	-----------------------	--

- คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ
- 1) จงหาค่าตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้
    - 1.1  $(2x + y, 8) = (16, x - y)$
    - 1.2  $(x^2 - 2x + 1, 6) = (0, 2y)$
  - 2) กำหนด  $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่บวกที่น้อยกว่า } 7\}$  และ  $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า } 6\}$  จงหา
    - 2.1  $A \times B$
    - 2.2  $B \times A$
  - 3) กำหนด  $A = \{5, 10, 15\}$  และ  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$   
จงหาจำนวนสมาชิกของ  $A \times B, B \times A, A \times A$  และ  $B \times B$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2  
เรื่อง  
ความสัมพันธ์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สัปดาห์ที่ 3 – 4 ชั่วโมงที่ 5 - 7	เรื่อง ความสัมพันธ์ จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2
---	---	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้
  - 1.2 เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขได้
  - 1.3 เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้
2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. ความสัมพันธ์
2. กราฟของความสัมพันธ์

## กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
5 – 6	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถ               <ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้</li> <li>- เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขได้</li> <li>- เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้</li> </ul> </li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับคู่อันดับ และผลคูณคาร์ทีเซียน โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 1 แล้วร่วมกันสรุปความหมายของ ความสัมพันธ์และวิธีการเขียนความสัมพันธ์ โดยครูคอยชี้แนะแนวทางอย่างใกล้ชิด หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2               <ol style="list-style-type: none"> <li>4. ครูเขียนตัวอย่าง 1 – 2 ตัวอย่างบนกระดานแล้วให้นักเรียนร่วมกันหา ความสัมพันธ์ เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง</li> <li>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง (หากนักเรียนคนใดทำ ไม่ทันเวลาให้ทำเป็นการบ้าน)</li> </ol> </li> </ol>
7	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 โดยครูเฉลยและ อธิบายคำตอบเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนได้แก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนและพัฒนาตนเอง ให้ดีขึ้น</li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของความสัมพันธ์และการเขียนความสัมพันธ์ แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไข โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนดูแผ่นโปรงใส รหัสที่ 2 โดยครูอธิบายวิธีเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ว่าต้องทำอย่างไร และให้นักเรียนร่วมกันสรุปและซักถามปัญหาจนกว่าจะเข้าใจ หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2               <ol style="list-style-type: none"> <li>4. ครูให้นักเรียนออกมาเขียนกราฟของความสัมพันธ์ 2 – 3 คน บนกระดาน เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง</li> <li>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.2 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> <li>6. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คละตามความสามารถจัดทำกราฟแสดง ความสัมพันธ์ โดยหาโจทย์เอง เป็นผลงานของกลุ่มส่งครูนอกเวลาเรียน</li> <li>7. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 2 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและ ความแม่นยำในการเรียนรู้</li> </ol> </li> </ol>

## สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ รหัสที่ 2
2. แผ่นโปรงใส รหัสที่ 2
3. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 – 2.2
4. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2
5. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 2

## แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

## หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 – 2.2
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2
3. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 2
4. กราฟของความสัมพันธ์

## การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
6. การเขียนกราฟของความสัมพันธ์	6. นักเรียนส่วนใหญ่เขียนกราฟได้ถูกต้อง

## บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

### สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองรัตวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบความรู้</b>	รหัสใบความรู้ที่ 2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5 - 6 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
---	------------------	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้
2. เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขได้

### สาระสำคัญ

ความสัมพันธ์ เป็นเซตซึ่งสมาชิกในเซตคู่อันดับหรือความสัมพันธ์เป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนระหว่างเซตสองเซต การเขียนแสดงความสัมพันธ์อาจเขียนในรูปสมการ ตาราง และกราฟก็ได้

### สาระการเรียนรู้

#### ความสัมพันธ์

ถ้าให้  $A = \{3, 4\}$  และ  $B = \{3, 4, 5\}$  จะได้ว่า

$$A \times B = \{(3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 3), (4, 4), (4, 5)\}$$

และถ้าให้  $r$  เป็นเซตของคู่อันดับที่เกี่ยวข้องกันแบบ “น้อยกว่า” จะได้

$$r = \{(3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$$
 เราเรียก  $r$  ว่าเป็นความสัมพันธ์แบบ “น้อยกว่า” จาก

$A$  ไป  $B$

ลักษณะของความสัมพันธ์  $r$  นั้น ต้องเป็นเซตของคู่อันดับที่ได้มาจากสมาชิกใน  $A \times B$  และมีความสัมพันธ์เงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งสามารถนิยามความสัมพันธ์ได้ดังนี้

**บทนิยาม** ให้  $A$  และ  $B$  เป็นเซต  $r$  เป็นความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  ก็ต่อเมื่อ

$$r \text{ เป็นสับเซตของ } A \times B$$

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนด  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{4, 6, 9\}$  และให้

$r_1$  แทนความสัมพันธ์ “สองเท่า” จาก  $A$  ไป  $B$

$r_2$  แทนความสัมพันธ์ “หารลงตัว” จาก  $A$  ไป  $B$

$r_3$  แทนความสัมพันธ์ “รากที่สอง” จาก  $A$  ไป  $B$

**วิธีทำ**  $A \times B = \{(2, 4), (2, 6), (2, 9), (3, 4), (3, 6), (3, 9)\}$

$$\therefore r_1 = \{ \}$$

$$r_2 = \{(2, 4), (2, 6), (3, 6), (3, 9)\}$$

$$r_3 = \{(2, 4), (3, 9)\}$$

**ตัวอย่างที่ 2** กำหนด  $A$  เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก และ  $B$  เป็นเซตของจำนวนจริง

$$r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 2\}$$

$$r_2 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x\}$$

จงเขียน  $r_1$  และ  $r_2$  แบบแจกแจงสมาชิก

**วิธีทำ** จาก  $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 2\}$

ถ้า  $x = 1$  จะได้  $y = 1 + 2 = 3$  คู่อันดับคือ  $(1, 3)$

$x = 2$  จะได้  $y = 2 + 2 = 4$  คู่อันดับคือ  $(2, 4)$

ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ ไป จะได้

$$r_1 = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), \dots\}$$

จาก  $r_2 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x\}$

ความสัมพันธ์ของ  $r_2$  อยู่ภายใต้กฎเกณฑ์ คือ

สมาชิกตัวหลัง = 2 เท่าของสมาชิกตัวหน้า

$$\therefore r_2 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), \dots\}$$

**ตัวอย่างที่ 3** กำหนด  $A = \{1, 2, 3\}$  จงเขียน  $r_1$  และ  $r_2$  แบบบอกเงื่อนไข

เมื่อ  $r_1, r_2$  เป็นความสัมพันธ์ใน  $A$  และ

$$r_1 = \{(1, 2), (2, 3)\}$$

$$r_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

**วิธีทำ** จาก  $r_1 = \{(1, 2), (2, 3)\}$

$$\therefore r_1 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$$

จาก  $r_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

$$\therefore r_2 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x\}$$

สรุป

1. ความสัมพันธ์เป็นเซต
2. เซตที่เป็นความสัมพันธ์ต้องมีสมาชิกเป็นคู่อันดับ
3. คู่อันดับที่อยู่ในความสัมพันธ์จะต้องอยู่ในกฎเกณฑ์ที่กำหนด
4. ถ้า  $A$  มีสมาชิก  $m$  ตัว และ  $B$  มีสมาชิก  $n$  ตัว  $A \times B$  จะมีสมาชิก  $mn$  ตัว  
 สับเซตของ  $A \times B$  จะมี  $2^{mn}$  สับเซต  
 ความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$  จะมี  $2^{mn}$  ความสัมพันธ์



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 2.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5-6 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
---	--------------------	--

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1 – 1.2

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนหาคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้แล้วเติมลงในกระดาษคำตอบที่แจกให้

- จงเขียนความสัมพันธ์แต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปแจกแจงสมาชิก
  - $r_1 = \{(x, y) \in I \times I^+ \mid y^2 = x\}$
  - $r_2 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x - 4\}$  เมื่อ  $A = \{2, 5, 6, 10\}$
  - $r_3 = \{(x, y) \in I \times I \mid y^2 = 1 - x^2\}$
- จงเขียนความสัมพันธ์ของ  $r$  ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อ  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  และ  $r$  เป็นความสัมพันธ์ใน  $A$ 
  - $r = \{(4, 2), (1, 1)\}$
  - $r = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$
  - $r = \{(3, 1)\}$
- กำหนดเซต  $A$  มีสมาชิก 3 ตัว เซต  $B$  มีสมาชิก 4 ตัว จงหา
  - จำนวนความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $A$
  - จำนวนความสัมพันธ์จาก  $A$  ไป  $B$
  - จำนวนความสัมพันธ์จาก  $B$  ไป  $B$

คะแนนที่ได้ = .....  
ผู้ตรวจ .....  
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ เรียนคณิตศาสตร์  
วันละนิดช่วยพิชิต  
ความโง่เขลา

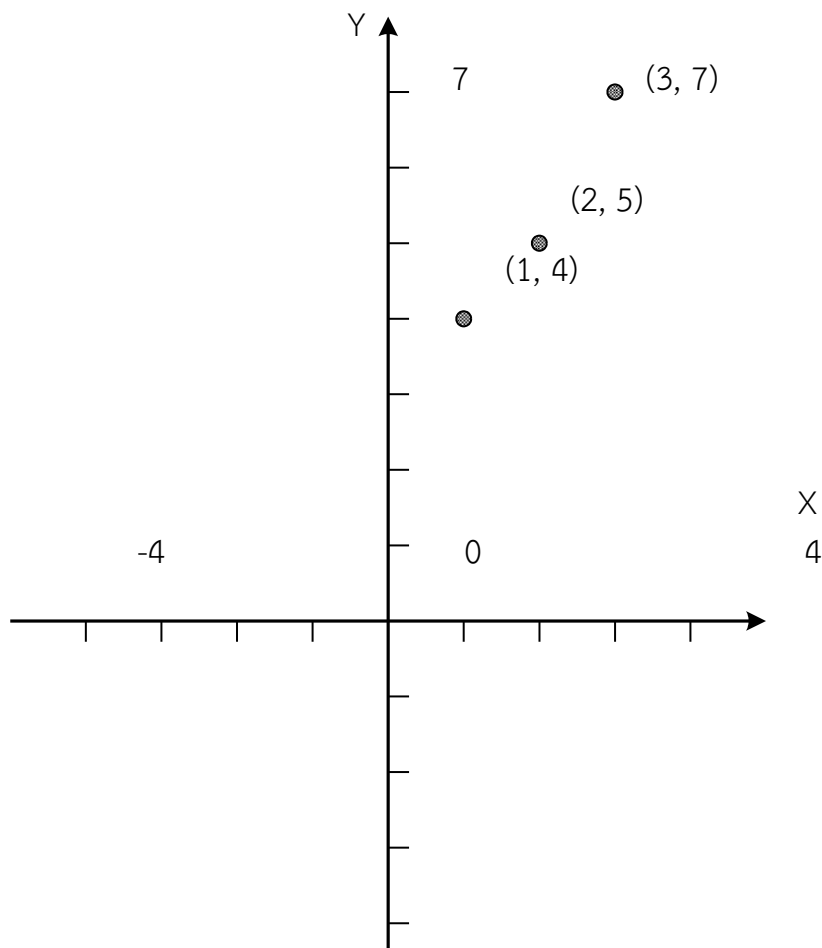
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผ่นโปร่งใส	รหัสแผ่นโปร่งใสที่ 2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 7 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	-------------	--

### กราฟของความสัมพันธ์

**บทนิยาม** ให้  $R$  เป็นเซตของจำนวนจริง และความสัมพันธ์  $r$  เป็นสับเซตของ  $R \times R$  กราฟของความสัมพันธ์  $r$  คือ เซตของจุดในระนาบโดยที่แต่ละจุดแทนสมาชิกของความสัมพันธ์  $r$

**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์  $(1, 4), (2, 5), (3, 7)$

**วิธีทำ** กราฟของความสัมพันธ์ดังกล่าว จะมีทั้งหมด 3 จุด ดังรูป

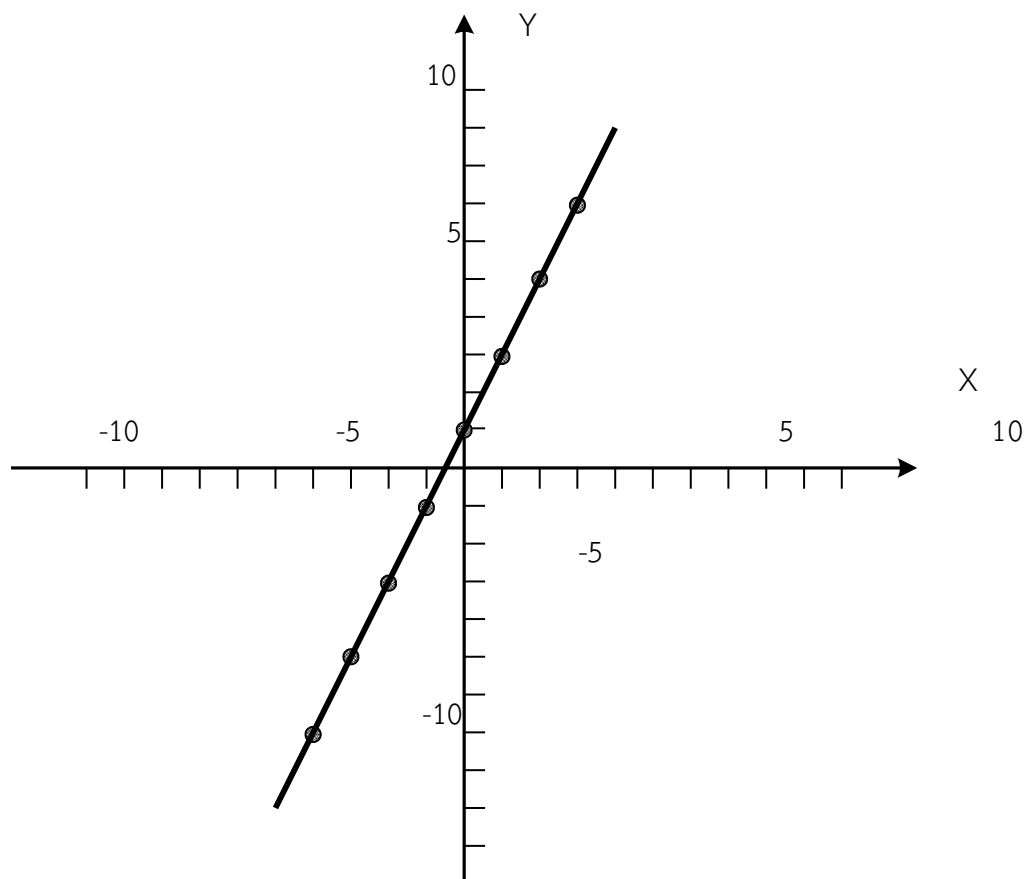


**ตัวอย่างที่ 2** จงเขียนกราฟของ  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 1\}$

**วิธีทำ** จาก  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 1\}$  เราสามารถหาคู่อันดับใน  $r$  ที่สอดคล้องกับสมการ  $y = 2x + 1$  บางคู่อันดับได้ดังนี้

x	0	1	2	3	-1	-2	-3	-4
y	1	3	5	7	-1	-3	-5	-7

จากนั้นนำคู่อันดับ  $(x, y)$  ไปกำหนดตำแหน่งของจุดแต่ละจุดได้ดังนี้



**หมายเหตุ** การเขียนกราฟของความสัมพันธ์จะมีข้อตกลงดังนี้

1. ถ้า  $r$  เป็นเซตจำกัด และจำนวนสมาชิกมีน้อย จะเขียนจุดที่ใช้แทนสมาชิกของ  $r$  ทุกสมาชิก
2. ถ้า  $r$  เป็นเซตจำกัด แต่จำนวนสมาชิกมีมากจะเขียนจุดที่ใช้แทนสมาชิกของ  $r$  เพียง 3 สมาชิกแรกและสมาชิกสุดท้าย (จุดที่ใช้แทนสมาชิกอื่น ๆ จะละไว้ในฐานที่เข้าใจ)
3. ถ้า  $r$  เป็นเซตอนันต์ จะเขียนจุดที่ใช้แทนสมาชิกของ  $r$  เพียง 5 – 10 สมาชิก โดยเว้นจุดให้ห่างเป็นระยะ ๆ จะทำให้ได้กราฟของ  $r$  อย่างหยาบ ๆ

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 2.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 7 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	--

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.3

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนกราฟของความสัมพันธ์แต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. จงเขียนกราฟของ $r = \{(2, 4), (3, 7), (1, 5)\}$	3. จงเขียนกราฟของ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 4\}$
2. จงเขียนกราฟของ $r = \{(0, 0), (-1, -1), (-2, -2), (-3, -3), (-4, -4)\}$	4. จงเขียนกราฟของ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 3\}$

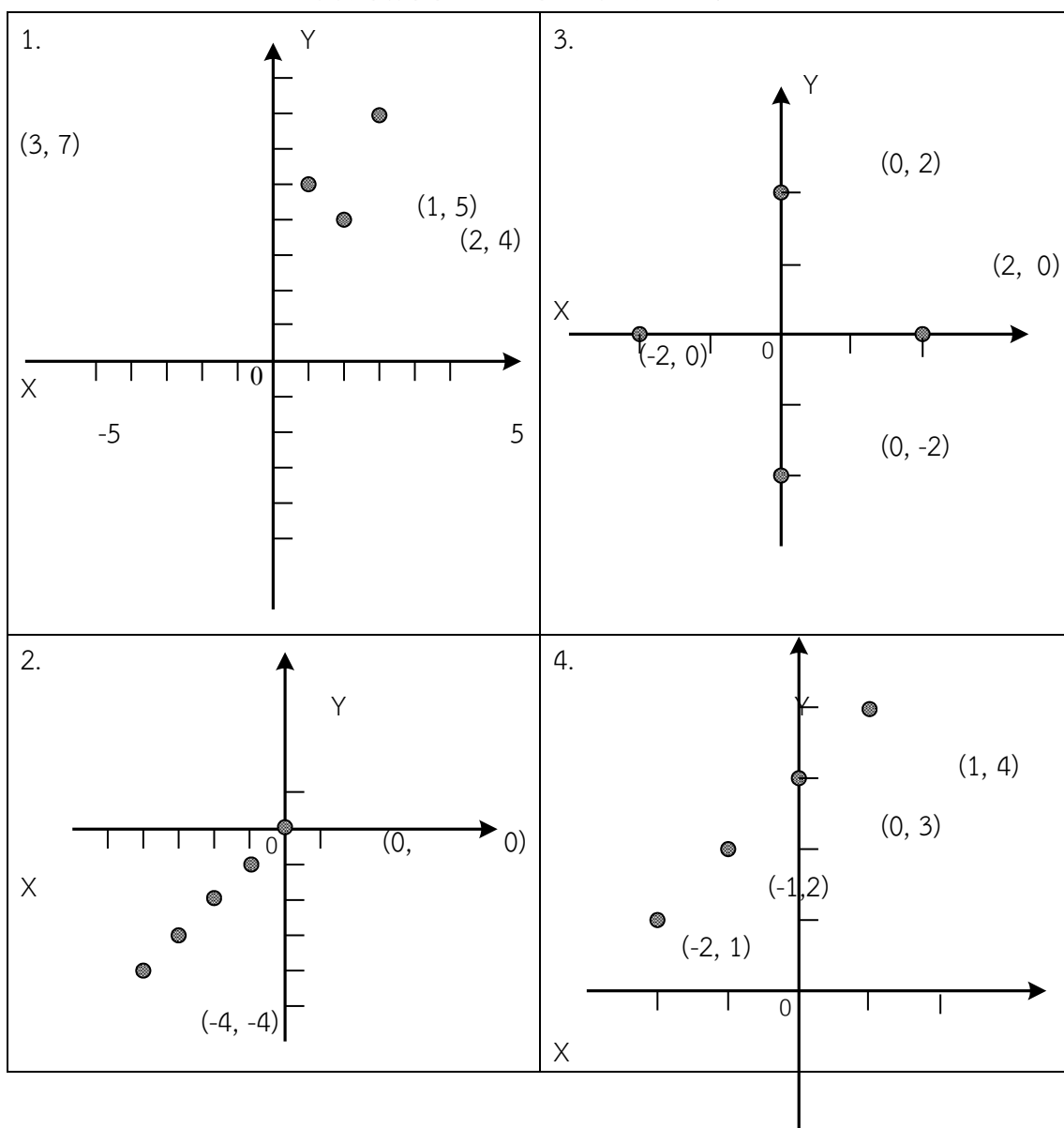
คะแนนที่ได้ = .....  
ผู้ตรวจ .....  
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ ทุกอย่างเริ่มต้นที่  
ความคิดอย่างรู้คณิตต้อง  
หมั่นคิดและไตร่ตรอง

### เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1

- 1) 1.1  $r_1 = \{(1, 1), (4, 2), (9, 3), (16, 4), \dots\}$
- 1.2  $r_2 = \{(6, 2), (10, 6)\}$
- 1.3  $r_3 = \{(0, 1), (0, -1), (1, 0), (-1, 0)\}$
- 2) 2.1  $r_1 = \{(x, y) \in A \times A \mid y^2 = x\}$
- 2.2  $r_2 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$
- 2.3  $r_3 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x - 2\}$
- 3) 3.1 16 ความสัมพันธ์
- 3.2  $2^{12}$  ความสัมพันธ์
- 3.3  $2^{16}$  ความสัมพันธ์

### เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.2



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
รหัสวิชา ค31203  
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

### แบบสรุปเนื้อหา

รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 2  
ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2  
ชั่วโมงที่ 5-7 จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามใบความรู้ รหัสที่ 2 และแผ่นโปรงใส รหัสที่ 2  
ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ความสัมพันธ์ หมายถึง .....
- .....
- .....
  
2. ความสัมพันธ์ใด ๆ สามารถเขียนแทนในรูปของ
  - 2.1 .....
  - 2.2 .....
  - 2.3 .....
  - 2.4 .....
  
3. จำนวนความสัมพันธ์จากเซต A ไปเซต B หาได้โดย .....
- .....
- .....
- .....
  
4. กราฟของความสัมพันธ์ คือ .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม</b>	รหัสเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5-7 จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง
---	------------------------------	--

**คำชี้แจง**                      ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

- 1) จงเขียนความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปการแจกแจงสมาชิก
  - 1.1 กำหนด  $r = \{(x, y) \mid y = x^2, x \in \{1, 2, 3\}\}$
  - 1.2 กำหนด  $A = \{-1, 0, 1\}$  และ  $r = \{(x, y) \in A \times A \mid x = -y\}$
  
- 2) กำหนด  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  และ  $B = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  จงเขียนความสัมพันธ์ต่อไปนี้ในรูปแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก
  - 2.1  $r_1$  แทน “เป็นรากที่สาม” จาก A ไป B
  - 2.2  $r_2$  แทน “เป็นสองเท่า” จาก A ไป B
  - 2.3  $r_3$  แทน “มากกว่ากันอยู่ 3” จาก B ไป A
  
- 3) จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้
  - 3.1  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \geq 0, x \geq y \text{ และ } x + y \leq 1\}$
  - 3.2  $r = \{(x, y) \mid 1 \leq x < 1\}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3  
เรื่อง  
โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3</b> สัปดาห์ที่ 4 ชั่วโมงที่ 8	เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2
---	--	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้
  - 1.2 หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
8	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถ หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้</li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และกราฟของความสัมพันธ์ โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนทำใบกิจกรรม รหัสที่ 3 แล้วร่วมกันสรุปวิธีหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยครูควรอธิบายเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนสงสัยแล้วจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 3</li> <li>4. ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ 2 – 3 ตัวอย่าง บนกระดานแล้วให้นักเรียนร่วมกันหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง</li> <li>5. นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนร่วมแข่งขันทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3 ข้อ 1 – 5 ใช้เวลาแข่งขัน 5 นาที นักเรียนกลุ่มใดทำได้คะแนนสูงสุดจะเป็นผู้ชนะอันดับ 1, 2, 3 ตามลำดับ ซึ่งจะได้รับรางวัลจากผู้สอน</li> </ol>

6. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3 ข้อ 6 – 10 เป็นการบ้าน เพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้
7. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำ Mind Map เรื่องความสัมพันธ์ เพื่อเสริมทักษะและความเข้าใจตลอดจนพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียน

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม รหัสที่ 3
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3
3. แบบสรุปรูปเนื้อหา รหัสที่ 3

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3
2. แบบสรุปรูปเนื้อหา รหัสที่ 3
3. Mind Map เรื่อง ความสัมพันธ์

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปรูปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปรูปเนื้อหาได้ถูกต้องครบถ้วน
5. การทำ Mind Map	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้องสวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้  
สรุปผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองรัตวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบกิจกรรม</b>	รหัสใบกิจกรรมที่ 3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 8 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	--

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อตามตัวอย่างดังต่อไปนี้

**ตัวอย่าง** จงหาโดเมนและเรนจ์ของ  $r = \{(2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$

**วิธีทำ** โดเมนของความสัมพันธ์  $r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์  
เขียนแทนด้วย  $D_r$

$$\therefore D_r = \{2, 3, 4, 5\}$$

เรนจ์ของความสัมพันธ์  $r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ  $r$   
เขียนแทนด้วย  $R_r$

$$\therefore R_r = \{5, 6, 7, 8\}$$

1. กำหนด  $r = \{(1, 2), (2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$

1.1  $D_r = \dots\dots\dots$

1.2  $R_r = \dots\dots\dots$

2. กำหนด  $r = \{(-2, 5), (3, 7), (6, 6), (6, 2), (4, 8)\}$

2.1  $D_r = \dots\dots\dots$

2.2  $R_r = \dots\dots\dots$

3. กำหนด  $r = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

3.1  $D_r = \dots\dots\dots$

3.2  $R_r = \dots\dots\dots$

4. กำหนด  $r = \{(2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7), (6, 8)\}$

4.1  $D_r = \dots\dots\dots$

4.2  $R_r = \dots\dots\dots$

**ตัวอย่างที่ 2** ให้  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 1\}$  จงหาโดเมนและเรนจ์ของ  $r$

**วิธีทำ** จากความสัมพันธ์  $r$  ที่กำหนดให้  $y = 2x + 1$  เราสามารถหาค่า  $y$  ที่เป็นจริง  
และสอดคล้องกับความสัมพันธ์ที่ได้เสมอ

หาเรนจ์ จาก  $y = 2x + 1$  จะต้องทำให้อยู่ในรูป  $x =$  เทอมของ  $y$

จะได้  $2x = y - 1$

$$x = \frac{y-1}{2}$$

จากความสัมพันธ์  $x = \frac{y-1}{2}$  เราสามารถหาค่า  $x$  ที่เป็นจริงและสอดคล้องกับ

ความสัมพันธ์นี้ได้เสมอ  $\therefore R_r = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$

1. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ

$$r = \{(x, y) \in \mathbb{I}^+ \times \mathbb{I}^+ \mid x + y = 8\}$$

$D_r = \dots\dots\dots$

$R_r = \dots\dots\dots$

2. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ

$$r = \{(x, y) \in I \times I^+ \mid y = 2x + 1\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$

3. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ

$$r = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{x-1}\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

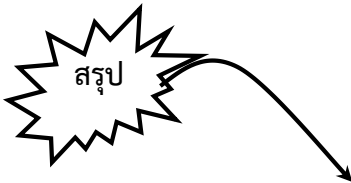
$$R_r = \dots\dots\dots$$

4. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ

$$r = \{(x, y) \mid y = x^2 \text{ และ } x \in I\}$$

$$D_r = \dots\dots\dots$$

$$R_r = \dots\dots\dots$$



1. โดเมนของความสัมพันธ์  $r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์  $r$  เขียนแทนด้วย  $D_r$
2. เรนจ์ของความสัมพันธ์  $r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์  $r$  เขียนแทนด้วย  $R_r$
3. การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ สามารถทำได้ดังนี้
  - 3.1 กรณีความสัมพันธ์สามารถเขียนในรูปแจกแจงสมาชิกได้  
โดเมน คือ สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์  
เรนจ์ คือ สมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์
  - 3.2 กรณีความสัมพันธ์ไม่สามารถเขียนในรูปแจกแจงสมาชิกได้
    - 3.2.1 การหาโดเมน ควรเขียนความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของ

$$y = \text{เทอมของ } x$$

แล้วพิจารณาว่า ภายในเซตที่กำหนดให้  $x$  มีค่าอะไรบ้างที่ทำให้หาค่า  $y$  ได้ โดยที่  $y$  นั้นต้องอยู่ภายในเซตที่กำหนดให้ ค่า  $x$  เหล่านี้จะเป็นสมาชิกในโดเมน

- 3.2.2 การหาเรนจ์ ควรเขียนความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของ

$$x = \text{เทอมของ } y$$

แล้วพิจารณาว่า  $y$  มีค่าเป็นอะไรบ้างที่ทำให้หาค่า  $x$  ได้ โดยที่  $x$  นั้นต้องอยู่ภายในเซตที่กำหนดให้ ค่า  $y$  เหล่านี้จะเป็นสมาชิกในเรนจ์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 8 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	--

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1 – 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้	โดเมน	เรนจ์
1	$\{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)\}$		
2	$\{(2, 10), (3, 20), (4, 30), (5, 40)\}$		
3	$\{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$		
4	$\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$		
5	$\{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7)\}$		
6	$\{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)\}$		
7	$\{(0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$		
8	$\{(x, y) \mid y = x - 4\}$		
9	$\{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I} \mid y = x^2 + 1\}$		
10	$\{(x, y) \mid y = \sqrt{x - 8}\}$		

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ **คณิตศาสตร์ไม่ยาก**  
อย่างที่คิด ถ้าใส่ใจ  
คิดและพากเพียร

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3

ข้อที่	โดเมน	เรนจ์
1	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{a, b, c, d\}$
2	$\{2, 3, 4, 5\}$	$\{10, 20, 30, 40\}$
3	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{3, 4, 5, 6\}$
4	$\{0, 1, 2, 3\}$	$\{0, 1, 2, 3\}$
5	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{4, 5, 6, 7\}$
6	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{1, 4, 9, 16\}$
7	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$	$\{0, 2, 4, 6, 8\}$
8	$\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	$\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
9	$\{x \mid x \in \mathbb{I}\}$	$\{y \mid y \in \mathbb{I}\}$
10	$\{x \mid x \geq 8\}$	$\{y \mid y \geq 0\}$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
รหัสวิชา ค31203  
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

### แบบสรุปรูปเนื้อหา

รหัสแบบสรุปรูปเนื้อหาที่ 3  
ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3  
ชั่วโมงที่ 8 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสรุปรูปเนื้อหาตามใบกิจกรรมที่ 3 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. โดเมนของความสัมพันธ์ คือ .....  
.....  
.....
2. เรนจ์ของความสัมพันธ์ คือ .....  
.....  
.....
3. การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในกรณีที่ความสัมพันธ์สามารถเขียนในรูปการแจกแจงสมาชิก หาได้โดย .....  
.....  
.....  
.....  
.....
4. การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในกรณีที่ความสัมพันธ์ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการแจกแจงสมาชิก หาได้โดย.....  
.....  
.....  
.....  
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4  
เรื่อง  
ความหมายของฟังก์ชัน



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 สัปดาห์ที่ 5 ชั่วโมงที่ 9	เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	---	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันได้
  - 1.2 เขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้
2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. ฟังก์ชัน

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
9	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ว่า เมื่อเรียนจบตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถบอกความหมายของฟังก์ชันได้ และเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้</li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 4 แล้วร่วมกันสรุปความหมายของฟังก์ชัน ดังนี้</li> </ol> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p><b>บทนิยาม</b> ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น</p> </div>

หลังจากนั้นให้นักเรียนบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 4

4. ครูเขียนความสัมพันธ์ ดังนี้
 
$$r_1 = \{(-3, 9), (3, 9), (2, 4)\}$$

$$r_2 = \{(-2, 5), (5, 7), (0, 1), (4, -2)\}$$

$$r_3 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$$

$$r_4 = \{(2, 4), (2, 5), (3, 6)\}$$

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
	<p>แล้วให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่า ความสัมพันธ์ใดบ้างเป็นฟังก์ชัน เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง</p> <p>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง นักเรียนคนใดทำคะแนนได้ไม่ถึง 70% จะได้รับการสอนเพิ่มเติม หรือให้ศึกษาเอกสารประกอบการสอนอีกครั้ง</p>

### สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 4
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4
3. แบบสรุปรูปเนื้อหา รหัสที่ 4

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4
2. แบบสรุปรูปเนื้อหา รหัสที่ 4

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปรูปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปรูปเนื้อหาได้ถูกต้อง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยาลัยนวัตกรรมการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารประกอบการสอน	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 9 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันได้
2. เขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้

### สาระสำคัญ

ฟังก์ชัน เป็นความสัมพันธ์ที่มีสมาชิกในโดเมนแต่ละตัว จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

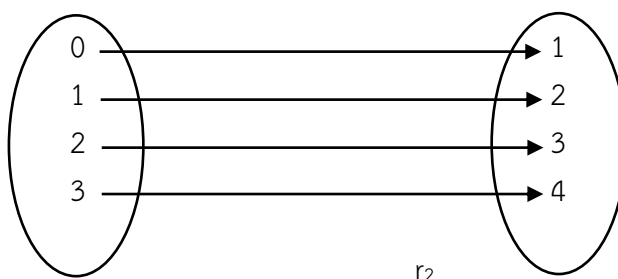
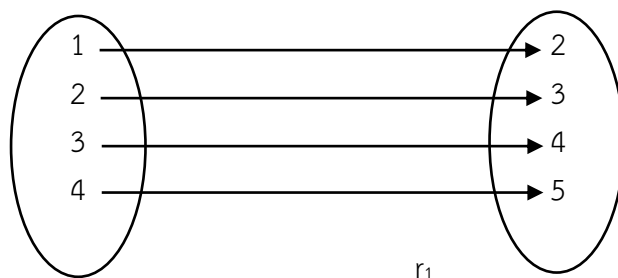
### สาระการเรียนรู้

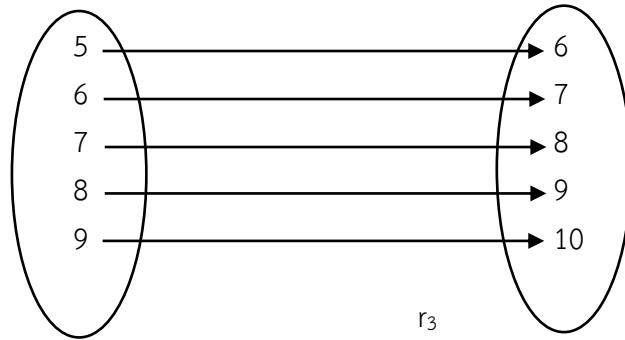


### ตารางแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน

ข้อที่	ความสัมพันธ์	ฟังก์ชัน	
		เป็น	ไม่เป็น
1	$r_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$	✓	-
2	$r_2 = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$	✓	-
3	$r_3 = \{(2, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 6)\}$	-	✓
4	$r_4 = \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 6), (3, 7)\}$	-	✓
5	$r_5 = \{(5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 10)\}$	✓	-

จากตารางข้อ 1, 2, 5 เป็นฟังก์ชันเพราะว่า สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียว ซึ่งแสดงด้วยแผนภาพดังนี้





รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค41102 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 9 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	--

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย \_ ลงในตารางต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	ความสัมพันธ์	ฟังก์ชัน	
		เป็น	ไม่เป็น
1	$r = \{(1, 2), (3, 7), (4, 9), (8, 6), (10, 8)\}$		
2	$r = \{(3, 2), (4, 2), (6, 2)\}$		
3	$r = \{(1, 3), (2, 4), (3, 6), (3, 8)\}$		
4	$r = \{(x, y) \mid y = x^2 - 1\}$		
5	$r = \{(x, y) \mid xy = 2\}$		
6	$r = \{(x, y) \mid y^2 = x + 3\}$		
7	$r = \{(x, y) \mid y = x^3\}$		
8	$r = \{(x, y) \mid y = x^2 + 3\}$		
9	$r = \{(2, 3), (2, 4), (3, 6), (4, 9)\}$		
10	$r = \{(x, y) \mid x = y^2 + 2y + 1\}$		

คะแนนที่ได้ = .....  
ผู้ตรวจ .....  
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ ชีวิตจะสดใส  
ถ้าสนใจคณิตศาสตร์  
จริงไหม !

### เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4

ข้อที่	ฟังก์ชัน	
	เป็น	ไม่เป็น
1	✓	-
2	✓	-
3	-	✓
4	✓	-
5	✓	-
6	-	✓
7	✓	-
8	✓	-
9	-	✓
10	-	✓

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
รหัสวิชา ค31203  
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

#### แบบสรุปเนื้อหา

รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 4  
ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4  
ชั่วโมงที่ 9 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 4 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ฟังก์ชัน คือ .....

.....

2. ยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมา 8 ตัวอย่าง พร้อมทั้งบอกเหตุผลว่าทำไมถึงเป็นฟังก์ชัน

ข้อที่	ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน	เหตุผล
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5  
เรื่อง  
รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 สัปดาห์ที่ 4 ชั่วโมงที่ 8	เรื่อง รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	---	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
  - 1.1 เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และตารางได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
10	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และตารางได้</li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนจับคู่กันศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 5 แล้วร่วมกันสรุป รูปแบบต่าง ๆ โดยครูคอยตอบปัญหาของนักเรียนอย่างใกล้ชิด หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 5</li> <li>4. ครูให้นักเรียนฝึกเขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และตาราง บนกระดาน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง</li> <li>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 5 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> <li>6. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำแผนภูมิรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน เป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูนอกเวลาเรียน โดยใช้กระดาษ A4</li> </ol>



### สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 5
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 5
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 5

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 5
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 5
3. แผนภูมิรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำแผนภูมิรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้องและสวยงาม

### บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

#### สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

#### แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

#### ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารประกอบการสอน	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 5 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ชั่วโมงที่ 10 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟและตารางได้

### สาระสำคัญ

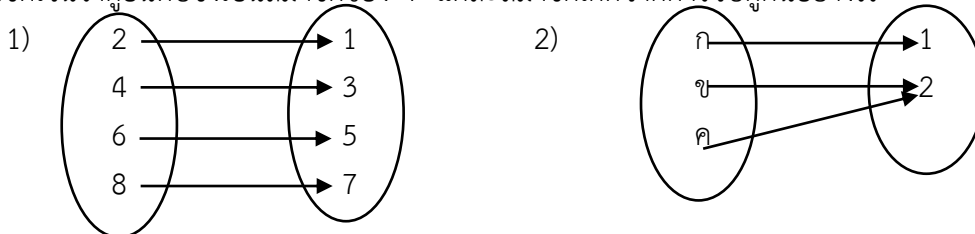
ฟังก์ชันสามารถเขียนแทนด้วยสมการกราฟ หรือตารางก็ได้

### สาระการเรียนรู้

## รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน

การเขียนฟังก์ชันมีหลายรูปแบบ แต่รูปแบบที่พบบ่อย ๆ มี 5 รูปแบบ คือ

**รูปแบบที่ 1** การเขียนฟังก์ชันโดยใช้แผนภาพ รูปแบบนี้เป็นการนำฟังก์ชันในรูปแบบการแจกแจงสมาชิกมาเขียนให้เห็นชัดเจนว่าคู่อันดับซึ่งเป็นสมาชิกของ  $f$  แต่ละสมาชิกเกิดจากการจับคู่กันอย่างไร



**รูปแบบที่ 2** การเขียนฟังก์ชันโดยการแจกแจงสมาชิก รูปแบบนี้เป็นการเขียนฟังก์ชัน  $f$  ในรูปเซต และเขียนสมาชิกแต่ละตัวของ  $f$  ซึ่งเป็นคู่อันดับลงในเซต เช่น  $f = \{(1, 4), (2, 6), (3, 8), (4, 10)\}$

**รูปแบบที่ 3** การเขียนฟังก์ชันแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต รูปแบบนี้เกิดจากการเขียนฟังก์ชันในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข โดยใช้คู่อันดับ  $(x, y)$  แทนสมาชิกใด ๆ ในเซต  $f$  แล้ว มีเงื่อนไขบอกให้ทราบว่า  $x$  กับ  $y$  จับคู่กันด้วยกฎเกณฑ์ใด เช่น  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x\}$

ในตัวอย่างนี้  $f$  เป็นเซต มีสมาชิกเป็นคู่อันดับ  $(x, y)$  ใด ๆ โดยที่  $x$  กับ  $y$  จับคู่กันโดยใช้กฎเกณฑ์ (หรือเงื่อนไข) ว่า  $y = 2x$

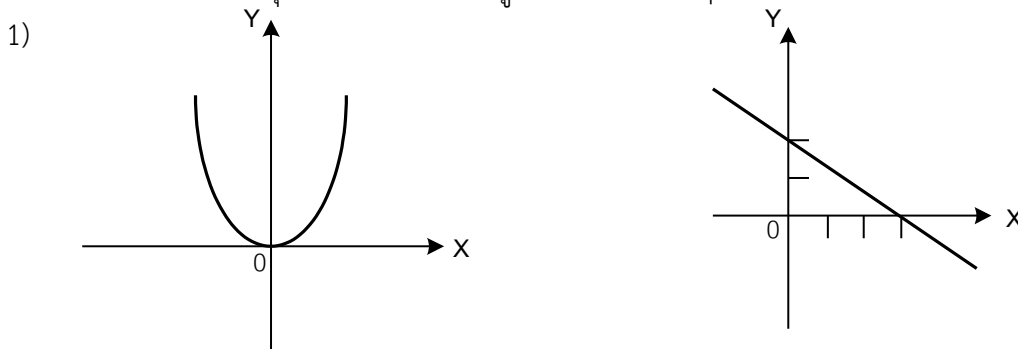
การเขียนฟังก์ชันแบบนี้ นิยมเขียนเฉพาะกฎเกณฑ์ (เงื่อนไข) ที่  $x$  กับ  $y$  จับคู่กัน แทนการเขียนเซต  $f$  เช่น เซต  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x\}$  นิยมเขียนเป็น  $y = 3x$

เซต  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 4x - 6\}$  นิยมเขียนเป็น  $y = x^2 - 4x - 6$

**รูปแบบที่ 4** การเขียนฟังก์ชันโดยการใช้ตาราง รูปแบบนี้เป็นการนำคู่อันดับ ซึ่งเป็นสมาชิกของ  $f$  แต่ละสมาชิกเขียนไว้ในตาราง เช่น

$x$	1	2	3	4
$f(x)$	4	6	8	10

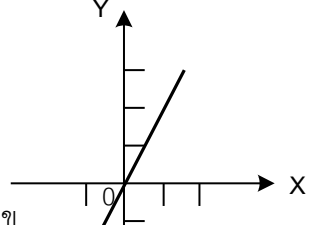
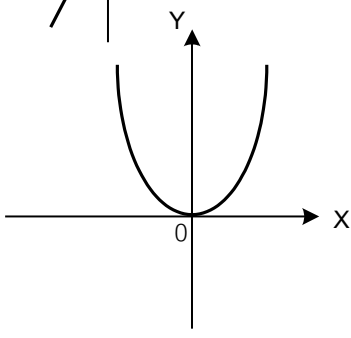
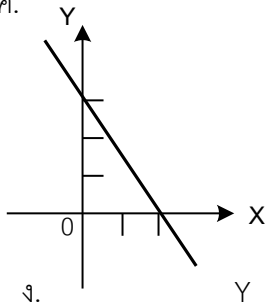
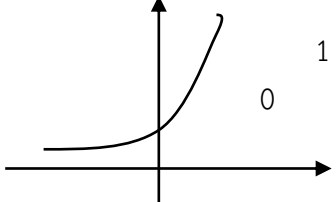
**รูปแบบที่ 5** การเขียนฟังก์ชันโดยใช้กราฟ รูปแบบนี้เกิดจากการนำคู่อันดับ  $(x, y)$  ที่อยู่ใน  $f$  ไปเขียนเป็นจุดบนระนาบ ซึ่งจะได้เซตของจุดมากมายที่เห็นเป็นรูปกราฟแบบต่าง ๆ เช่น



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 5 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ชั่วโมงที่ 10 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่นักเรียนเห็นว่าถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

<p>กำหนด <math>f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}</math> <b>ใช้ตอบคำถามข้อ 1 - 3</b></p> <p>1. เขียน <math>f</math> ให้อยู่ในรูปสมการได้ตรงกับข้อใด</p> <p>ก. <math>y = 2x</math> ข. <math>y = 3x</math> ค. <math>y = 2x + 1</math> ง. <math>y = x + 1</math></p> <p>2. เขียนฟังก์ชัน <math>f</math> ในรูปของกราฟได้ตรงกับข้อใด</p> <p>ก. </p> <p>ข. </p>	<p>ค. </p> <p>ง. </p> <p>3. เขียนฟังก์ชัน <math>f</math> ในรูปตารางได้ตรงกับข้อใด</p> <p>ก.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td></tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>4</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>8</td></tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td></tr> </table>	x	2	4	6	8	f(x)	1	2	3	4	x	0	2	3	4	f(x)	2	4	6	8	x	2	4	6	4	f(x)	1	2	3	8	x	1	2	3	4	f(x)	2	4	6	8
x	2	4	6	8																																					
f(x)	1	2	3	4																																					
x	0	2	3	4																																					
f(x)	2	4	6	8																																					
x	2	4	6	4																																					
f(x)	1	2	3	8																																					
x	1	2	3	4																																					
f(x)	2	4	6	8																																					

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

**เฉลย**

1. ก      2. ก      3. ง

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
รหัสวิชา ค31203  
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

### แบบสรุปเนื้อหา

รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 5  
ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5  
ชั่วโมงที่ 10 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 5 ตามหัวข้อต่อไปนี้

รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน มีวิธีการเขียนดังนี้

1. ....

2. ....

3. ....

4. ....

5. ....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6  
เรื่อง  
วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6</b> สัปดาห์ที่ 6 ชั่วโมงที่ 11 – 12	เรื่อง วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	--	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### 1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1 ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบแจกแจงสมาชิกว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน
- 1.2 ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการตรวจแทนค่า  $x$  ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้

#### 2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

- 2.1 ในการแก้ปัญหา
- 2.2 ในการให้เหตุผล
- 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
- 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### 3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

- 3.1 มีความรับผิดชอบ
- 3.2 มีความซื่อสัตย์
- 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน
2. วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการลองแทนค่า  $x$  ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์
3. วิธีตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้กราฟได้

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
11 – 12	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถ               <ul style="list-style-type: none"> <li>- ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบแจกแจงสมาชิกว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน</li> <li>- ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้การลองแทนค่า <math>x</math> ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้</li> </ul> </li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 6 แล้วร่วมกันสรุปวิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยครูคอยแนะนำเพิ่มเติมเมื่อนักเรียนสงสัย หลังจากนั้นให้บันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 6</li> </ol>

4. ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ 2 – 3 ตัวอย่างบนกระดาน แล้วให้นักเรียนตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน
5. นักเรียนแต่ละกลุ่มแข่งขันทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6 แล้วแต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ หลังจากนั้นส่งคืนกลุ่มเดิม
6. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอส่งครูผู้สอนตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมทั้งประกาศผลผู้ชนะอันดับ 1, 2 และ 3
7. ครูชมเชยกลุ่มที่ทำคะแนนได้สูงสุดและตั้งใจร่วมกิจกรรมด้วยความตั้งใจ พร้อมทั้งมอบรางวัล
8. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำบัตรคำถามเกี่ยวกับการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ กลุ่มละ 10 บัตร ส่งครูนอกเวลาเรียน

### สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 6
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 6

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 6

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำบัตรคำถาม	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้องและสวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยาลัยนวัตกรรมการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยา

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>เอกสารประกอบการสอน</b>	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 6 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ชั่วโมงที่ 11 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	---------------------------	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบแจกแจงสมาชิกว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน
- 1.2 ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้การทดลองแทนค่า  $x$  ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้

### สาระสำคัญ

การตรวจสอบว่าความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่ มีวิธีการตรวจสอบอยู่หลายวิธี คือ ใช้นิยามของฟังก์ชัน การทดลองแทนค่าของ  $x$  ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้

### สาระการเรียนรู้

## วิธีการตรวจสอบว่าความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่

1. **ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เขียนเป็นแบบแจกแจงสมาชิก** วิธีการตรวจสอบสามารถทำได้โดยดูที่สมาชิกตัวหน้าว่ามีการใช้ซ้ำกันหรือไม่

- 1.1 ถ้าไม่มีการใช้ซ้ำ ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นฟังก์ชัน
- 1.2 ถ้ามีการใช้ซ้ำ ให้พิจารณาสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับดังกล่าว ซึ่งถ้ามีค่าเท่ากัน ก็จะเป็นฟังก์ชัน แต่ถ้ามีค่าไม่เท่ากันก็จะไม่เป็นฟังก์ชัน

**ตัวอย่างที่ 1** จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

1.  $r_1 = \{(-1, 1), (3, 5), (-1, \sin 90^\circ), (2, 1)\}$
2.  $r_2 = \{(2, 3), (3, 3), (5, 7), (7, 9)\}$
3.  $r_3 = \{(-3, 1), (7, 2), (-3, -1), (2, 7)\}$

- วิธีทำ 1)  $r_1$  เป็นฟังก์ชัน เพราะว่ามีคู่อันดับอยู่ 2 คู่ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังแตกต่างกันด้วย  $\sin 90^\circ = 1$  จึงทำให้  $r_1$  เป็นฟังก์ชัน
- 2) เป็นฟังก์ชัน เพราะว่ามีคู่อันดับตั้งแต่ 2 คู่ขึ้นไป ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันเลย
- 3) ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะว่ามีคู่อันดับ 2 คู่ ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน คือ  $(-3, 1)$  และ  $(-3, -1)$  ซึ่งสมาชิกตัวหลังต่างกัน  $1 \neq -1$  ทำให้  $r_3$  ไม่เป็นฟังก์ชัน

2. **ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เขียนเป็นแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก** วิธีการตรวจสอบสามารถทำได้ 2 วิธี ดังนี้

2.1 ตรวจสอบโดยลองแทนค่าแต่ละตัวของ  $x$  ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์ลงในความสัมพันธ์ แล้วพิจารณา

- 2.1.1 ถ้าในแต่ละตัวของ  $x$  ได้ค่า  $y$  เพียงค่าเดียวสรุปได้ว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน
- 2.1.2 ถ้ามี  $x$  บางตัวที่ทำให้ได้ค่า  $y$  มากกว่า 1 ค่า สรุปได้ว่า ความสัมพันธ์นั้นจะไม่เป็นฟังก์ชัน

**ตัวอย่างที่ 2** จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

- 1)  $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2 + 3x - x^2\}$
- 2)  $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0\}$

วิธีทำ 1)  $r_1$  เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า เงื่อนไขของ  $r_1$  ( $y = 2 + 3x - x^2$ )  
 เมื่อลองแทนค่า  $x$  ใด ๆ ลงไปก็จะได้ค่า  $y$  เพียงค่าเดียว สำหรับค่า  $x$   
 เช่น  $x = 0$  จะได้  $y = 2 + 3(0) - 0^2 = 2$   
 $x = 2$  จะได้  $y = 2 + 3(2) - 2^2 = 4$

2)  $r_2$  ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า ถ้าลองแทนค่า  $x$  หนึ่งค่าลงในเงื่อนไขของ  $r_2$   
 ( $x^2 + y^2 + 8x + 7 = 0$ ) ก็จะได้ค่า  $y$  ถึงสองค่า เช่น  
 แทนค่า  $x = 1$  ลงในสมการ  $x^2 + y^2 + 8x + 7 = 0$   
 $-y^2 + 16 = 0$   
 $-y^2 = -16$   
 $y = \pm 4$

นั่นคือ เราสามารถยกตัวอย่างคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแต่สมาชิกตัวหลังต่างกันได้ เช่น  
 (1, 4), (1, -4) ดังนั้น  $r_2$  จึงไม่เป็นฟังก์ชัน

2.2 ถ้าเงื่อนไขของความสัมพันธ์เรหราบรูปแบบของกราฟหรือโจทย์กำหนดกราฟมาให้ วิธีการ  
 ตรวจสอบสามารถทำได้โดยการลากเส้นตรงขนานกับแกน  $Y$  ใด ๆ ตัดกราฟของความสัมพันธ์ แล้วพิจารณาดังนี้

2.2.1 ถ้าเส้นตรงขนานแกน  $Y$  ใด ๆ ตัดกราฟเพียงจุดเดียวเสมอ ความสัมพันธ์ดังกล่าวก็จะเป็น  
 ฟังก์ชัน

2.2.2 ถ้าเส้นตรงขนานแกน  $Y$  ใด ๆ ตัดกราฟมากกว่า 1 จุด ความสัมพันธ์ดังกล่าวก็จะเป็น  
 ฟังก์ชัน

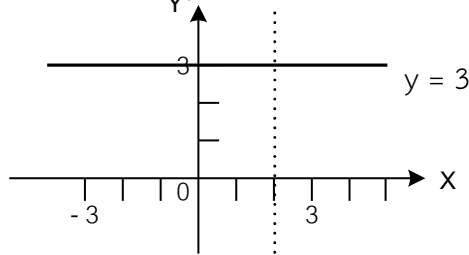
ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

$r_1 = \{(x, y) \mid y = 3\}$

$r_2 = \{(x, y) \mid y = 2x^2\}$

$r_3 = \{(x, y) \mid y = \pm\sqrt{x} \text{ และ } x \geq 0\}$

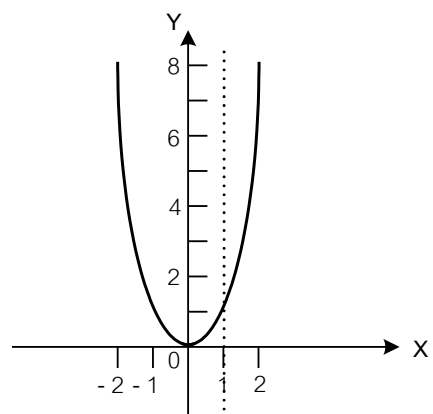
วิธีทำ 1) จาก  $r_1 = \{(x, y) \mid y = 3\}$  เขียนกราฟได้ดังนี้



จากรูป ไม่มีเส้นขนานกับแกน  $Y$  เส้นใดตัดกราฟของ  $r_1$  มากกว่า 1 จุด  $\therefore r_1$  เป็นฟังก์ชัน

2) จาก  $r_2 = \{(x, y) \mid y = 2x^2\}$

$x$	0	1	2	-1	-2
$y$	0	2	8	2	8

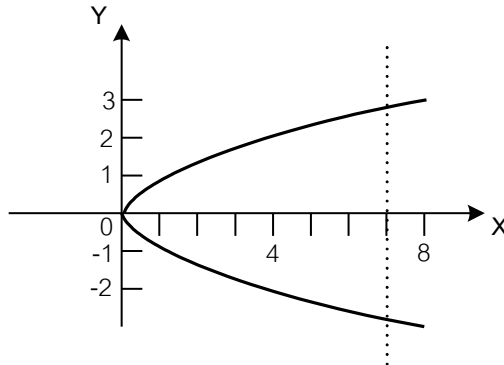


จากรูป พบว่าไม่มีเส้นขนานกับแกน Y เส้นใดตัดกราฟของ  $r_2$  มากกว่า 1 จุด

$\therefore r_2$  เป็นฟังก์ชัน

3) จาก  $r_3 = \{(x, y) \mid y = \pm\sqrt{x} \text{ และ } x \geq 0\}$

x	0	1	4	9	16
y	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$



จากรูป พบว่ามีเส้นขนานกับแกน Y เส้นใดตัดกราฟของ  $r_3$  สองจุด เพราะว่าแสดงว่า มี  $x$  ที่ทำให้เกิดค่า  $y$  ที่เท่ากัน

$\therefore r_3$  ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า มี  $x$  ที่ทำให้ได้  $y$  ที่เท่ากันสองค่า

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 6
รหัสวิชา ค31203		ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4		ชั่วโมงที่ 11-12 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

**แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1 – 12**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนตรวจสอบความสัมพันธ์แต่ละข้อต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ แล้วเขียนคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

ข้อที่	ความสัมพันธ์	คำตอบ
1	$r_1 = \{(3, 2), (-1, 4), (0, 2), (5, -3)\}$	
2	$r_2 = \{(1, -1), (-1, -1), (0, 1), (3, 1)\}$	
3	$r_3 = \{(4, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 6)\}$	
4	$r_4 = \{(6, 1), (6, 1), (7, 2), (8, 3), (9, 4)\}$	
5	$r_5 = \{(2, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$	
6	$r_6 = \{(x, y) \mid y = 3x - 1\}$	
7	$r_7 = \{(x, y) \mid y = 3x^2 - x + 3\}$	
8	$r_8 = \{(x, y) \mid y = 2x^2 + 1\}$	
9	$r_9 = \{(x, y) \mid y = 4x^2\}$	
10	$r_{10} = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4, x \geq 0\}$	

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6

- 1) เป็นฟังก์ชัน
- 2) เป็นฟังก์ชัน
- 3) ไม่เป็นฟังก์ชัน
- 4) เป็นฟังก์ชัน
- 5) ไม่เป็นฟังก์ชัน
- 6) เป็นฟังก์ชัน
- 7) เป็นฟังก์ชัน
- 8) เป็นฟังก์ชัน
- 9) เป็นฟังก์ชัน
- 10) ไม่เป็นฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
 รหัสวิชา ค31203  
 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

แบบสรุปเนื้อหา

รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 6  
 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6  
 ชั่วโมงที่ 11-12 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 6 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เมื่อกำหนดความสัมพันธ์เป็นแบบแจกแจงสมาชิก สามารถทำได้โดย .....
  - 1.1 .....
  - 1.2 .....
  
2. วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เมื่อกำหนดความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก มีวิธีการตรวจสอบดังนี้
  - 2.1 .....
  - 2.2 .....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7  
เรื่อง  
โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 สัปดาห์ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13	เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	--	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้
  - 1.2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
2. การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
13	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ           <ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้</li> <li>- หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้</li> </ul> </li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน และวิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ และโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนทำเอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 7 โดยครูใช้การถาม-ตอบ เฉลยคำตอบ และร่วมกันสรุปความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน แล้วบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7</li> <li>4. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 7 แล้วร่วมกันอภิปรายและสรุปวิธีหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน โดยครูคอยชี้แนะแนวทาง และอธิบายเพิ่มเติมหลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7</li> <li>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้</li> </ol>

## สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 7
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7
3. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7

## แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

## หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7
2. เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 7
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7

## การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำเอกสารแนะแนวทาง	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง

## บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

## สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

## แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

## ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยาลัยน่านาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>เอกสารแนะแนวทาง</b>	รหัสเอกสารแนะแนวทางที่ 7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------------	---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบแต่ละข้อลงในตารางให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	เรนจ์ของฟังก์ชัน
1	$f = \{(2, 5), (3, 7), (4, 9), (5, 11)\}$	$\{2, 3, 4, 5\}$	$\{5, 7, 9, 11\}$
2	$f = \{(6, 12), (7, 12), (8, 12)\}$	$\{6, 7, 8\}$	$\{12\}$
3	$f = \{(3, 10), (5, 20), (5, 30), (7, 40)\}$	$\{3, 5, 7, 9\}$	$\{10, 20, 30, 40\}$
4	$f = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$		
5	$f = \{(m, 2), (n, 4), (p, 6)\}$		
6	$f = \{(4, 7), (6, 9), (8, 11)\}$		
7	$f = \{(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$		
8	$f = \{(a, 10), (b, 10), (c, 10)\}$		
9	$f = \{(3, 6), (5, 10), (7, 14)\}$		
10	$f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7)\}$		



**สรุป** โดเมนของฟังก์ชัน คือ .....

.....

เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ .....

.....

.....

### เฉลยเอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 7

ข้อที่	โดเมนของฟังก์ชัน	เรนจ์ของฟังก์ชัน
4	$\{a, b, c, d\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$
5	$\{m, n, p\}$	$\{2, 4, 6\}$
6	$\{4, 6, 8\}$	$\{7, 9, 11\}$
7	$\{2, 3, 4, 5\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$
8	$\{a, b, c\}$	$\{10\}$
9	$\{3, 5, 7\}$	$\{6, 10, 14\}$
10	$\{1, 2, 3, 4\}$	$\{4, 5, 6, 7\}$



**สรุป** โดเมนของฟังก์ชัน คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของฟังก์ชัน  $f$

เขียนแทนด้วย  $D_f$

เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของฟังก์ชัน  $f$

เขียนแทนด้วย  $R_f$



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารประกอบการสอน	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้
- 1.2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

### สาระสำคัญ

การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน สามารถหาได้โดยนิยามของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และการพิจารณาค่าของตัวแปร  $x$  กับตัวแปร  $y$  ในฟังก์ชัน

### สาระการเรียนรู้

## ความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

**บทนิยาม** โดเมนของฟังก์ชันคือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของฟังก์ชัน  $f$  เขียนแทนด้วย  $D_f$   
เรนจ์ของฟังก์ชันคือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของฟังก์ชัน  $f$  เขียนแทนด้วย  $R_f$

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนด  $f = \{(2, 7), (4, 9), (6, 11), (8, 13)\}$  จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน  $f$

**วิธีทำ** จาก  $f = \{(2, 7), (4, 9), (6, 11), (8, 13)\}$   
จะได้  $D_f = \{2, 4, 6, 8\}$   
 $R_f = \{7, 9, 11, 13\}$

## การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

1. การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดฟังก์ชันแบบแจกแจงสมาชิก  
วิธีหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน จะอาศัยบทนิยามดังตัวอย่างที่ 1
2. การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดฟังก์ชันแบบบอกเงื่อนไข สามารถหาได้ดังนี้

### 2.1 การหาโดเมน

การหาโดเมนเพื่อความสะดวกเราควรเขียนฟังก์ชันให้อยู่ในรูปของ

$$y = \text{เทอมของ } x$$

เช่น  $y = x^2 + 1$ ,  $y = \frac{x+1}{x+2}$  เป็นต้น

หลังจากนั้นให้พิจารณาดูว่าภายในเซตที่กำหนดให้  $x$  มีค่าอะไรได้บ้างที่ทำให้หาค่า  $y$  ได้ โดยที่  $y$  นั้นต้องอยู่ภายในเซตที่กำหนดให้ ค่า  $x$  ของ  $x$  เหล่านั้นจะเป็นสมาชิกของโดเมน

**ตัวอย่างที่ 2** กำหนดให้  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 1\}$  จงหาโดเมนของ  $f$

**วิธีทำ** จาก  $y = 2x + 1$

พบว่าทุก ๆ ค่าของ  $x$  ที่เป็นจำนวนจริง เราสามารถหาค่าของ  $y$  ที่เป็นจำนวนจริง และสอดคล้องกับ  $f$  ได้เสมอ

$$\therefore D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$$

## 2.2 การหาเรนจ์

การหาเรนจ์มีหลักการเช่นเดียวกับการหาโดเมน ต่างกันที่ว่าแทนที่เราจะหาค่า  $x$  ก็เปลี่ยนมาเป็นค่า  $y$  และพิจารณาว่า  $y$  มีค่าเป็นอะไรได้บ้างที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ ดังนั้นเราจึงควรเขียนเงื่อนไขดังกล่าวให้อยู่ในรูป

$$x = \text{เทอมของ } y$$

แล้วพิจารณาค่า  $y$  โดยใช้หลักการเช่นเดียวกับการหาโดเมน

**ตัวอย่างที่ 3** กำหนดให้  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 1\}$

**วิธีทำ** จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ ต้องทำให้อยู่ในรูป  $x = \text{เทอมของ } y$

$$\text{จาก } y = 2x + 1$$

$$2x = y - 1$$

$$x = \frac{y-1}{2}$$

แล้วพิจารณาค่า  $y$  จะพบว่า ทุก ๆ ค่าของ  $y$  ที่เป็นจริงสามารถหาค่า  $x$  ที่เป็นจำนวนจริงและสอดคล้องกับสมการดังกล่าวได้เสมอ

$$\text{นั่นคือ } R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$$

**ตัวอย่างที่ 4** กำหนด  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 4 - x^2\}$  จงหาโดเมนและเรนจ์ของ  $f$

**วิธีทำ หาโดเมน** จาก  $y = 4 - x^2$

พบว่า ทุก ๆ ค่าของ  $x$  ที่เป็นจำนวนจริง เราสามารถหาค่าของ  $y$  ที่เป็นจำนวนจริง และสอดคล้องกับ  $f$  ได้เสมอ

$$\therefore D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$$

**หาเรนจ์** จาก  $y = 4 - x^2$  เขียนให้อยู่ในรูป  $x = \text{เทอมของ } y$  ได้ดังนี้

$$\text{จาก } y = 4 - x^2$$

$$x^2 = 4 - y$$

$$x = \pm \sqrt{4 - y}$$

$$\therefore R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R} \text{ และ } y < 5\}$$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

**แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.2**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ลงในตารางให้ถูกต้อง  
แล้วเขียนคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	เรนจ์ของฟังก์ชัน
1	$f = \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$		
2	$f = \{(a, 2), (b, 4), (c, 6)\}$		
3	$f = \{(8, 12), (10, 14), (12, 16)\}$		
4	$f = \{(6, 5), (8, 5), (10, 5), (12, 5)\}$		
5	$f = \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (8, 3)\}$		
6	$y = x^2 - 1$		
7	$y = 4x$		
8	$y = \frac{3x + 1}{2x - 2}$		

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

**เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7**

ข้อที่	โดเมนของฟังก์ชัน	เรนจ์ของฟังก์ชัน
1	{2, 3, 4, 5}	{3, 4, 5, 6}
2	{a, b, c}	{2, 4, 6}
3	{8, 10, 12}	{12, 14, 16}
4	{6, 8, 10, 12}	{5}
5	{2, 4, 6, 8}	{0, 1, 2, 3}
6	$\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	$\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
7	$\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	$\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
8	$\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ และ } x \neq \frac{1}{2}\}$	$\{y \mid y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \neq \frac{1}{2}\}$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบสรุปรูปเนื้อหา</b>	รหัสแบบสรุปรูปเนื้อหาที่ 7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------------	---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสรุปรูปเนื้อหาจากเอกสารแนบแนวทาง และเอกสารประกอบการสอน  
รหัสที่ 67 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. โดเมนของฟังก์ชัน คือ .....
- .....
2. เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ .....
- .....
3. การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดแบบแจกแจงสมาชิก หาได้โดย  
.....  
.....  
.....
4. การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดแบบบอกเงื่อนไข หาได้โดย
  - 4.1 การหาโดเมนของฟังก์ชัน หาได้ดังนี้  
.....  
.....  
.....  
.....
  - 4.2 การหาเรนจ์ของฟังก์ชัน หาได้ดังนี้  
.....  
.....  
.....  
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8  
เรื่อง  
สัญลักษณ์และการหาค่าของฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8</b> สัปดาห์ที่ 4 ชั่วโมงที่ 8	เรื่อง สัญลักษณ์และการหาค่าของ ฟังก์ชัน จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	--	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้
  - 1.2 หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน
2. การหาค่าของฟังก์ชัน

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
14	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถ               <ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้</li> <li>- หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้</li> </ul> </li> <li>2. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7 พร้อมทั้งเฉลยคำตอบ โดยให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> <li>3. นักเรียนทำใบกิจกรรม รหัสที่ 8 แล้วร่วมกันสรุปสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย</li> </ol>
15 – 16	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 8 แล้วร่วมกันอภิปรายกลุ่มย่อยเกี่ยวกับวิธีการหาค่าของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดโดเมนมาให้ โดยครูเดินดูรอบ ๆ และอธิบายเพิ่มเติม และแก้ไข (ถ้ามี) หลังจากนั้นให้บันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหาที่ 8</li> <li>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> <li>6. นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนกลุ่ม 2 คน ร่วมแข่งขันโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ โดยให้เวลาทำ 20 นาที</li> </ol>

7. ดำเนินการแข่งขันตอบปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เกี่ยวกับการหาค่าฟังก์ชัน โดยมีเพื่อน ๆ คอยให้กำลังใจ เมื่อหมดเวลาแข่งขันให้แต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจตามที่ครูเฉลยบนกระดาน แล้วบันทึกคะแนนไว้ แล้วนำส่งครูผู้สอน
8. ประกาศผลการแข่งขันและมอบรางวัลแก่ผู้ชนะอันดับ 1, 2 และ 3 โดยครูยกย่องชมเชยนักเรียน ให้ความสนใจในกิจกรรมนี้เป็นอย่างดี
9. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำ Mind Map เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูนอกเวลาเรียน

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม รหัสที่ 8
2. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 8
3. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8
4. แบบสรุปรเนื้อหา รหัสที่ 8

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8
2. แบบสรุปรเนื้อหา รหัสที่ 8
3. Mind Map เรื่อง ฟังก์ชัน

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำใบกิจกรรม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
5. การทำแบบสรุปรเนื้อหา	5. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
6. การทำ Mind Map	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง สวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยาลัยนวัตกรรมการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยา

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบกิจกรรม</b>	รหัสใบกิจกรรมที่ 8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ชั่วโมงที่ 14 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ตามตัวอย่าง

**ตัวอย่าง** ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชันและ  $(x, y) \in f$  แล้ว จะเรียก  $y$  เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  ซึ่งเขียนแทนด้วย  $y = f(x)$  ดังนี้

1. ถ้า  $(a, b) \in f$  แล้ว จะเรียก  $b$  เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $a$  เขียนแทนด้วย .....
2. ถ้า  $(m, n) \in f$  แล้ว จะเรียก  $n$  เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $m$  เขียนแทนด้วย .....

**ตัวอย่าง**  $f(2)$  หมายถึง ค่า  $y$  ของฟังก์ชัน  $f$  เมื่อ  $x = 2$  ดังนี้

- $f(3)$  หมายถึง .....
- $f(4)$  หมายถึง .....
- $f(5)$  หมายถึง .....
- $f(-10)$  หมายถึง .....

### สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

ถ้า  $x$  แทนสมาชิกในโดเมนของฟังก์ชัน  $f$  จะใช้สัญลักษณ์  $f(x)$  (อ่านว่าเอฟของเอกซ์) ในตำแหน่งของ  $y$  คือ แทนค่าของสมาชิกในเรนจ์ของฟังก์ชัน  $f$  ที่คู่กับ  $x$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารประกอบการสอน	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ชั่วโมงที่ 15-16 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
---	--------------------	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้
- 1.2 หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้

### สาระสำคัญ

วิธีการหาค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  จะใช้วิธีแทนค่า  $x$  ลงในสมการของฟังก์ชันก็จะได้ค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  ตามต้องการ

### สาระการเรียนรู้

### สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

ถ้า  $f$  เป็นฟังก์ชัน และ  $(x, y) \in f$  แล้ว เรากล่าวว่า  $y$  เป็นค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  ค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x$  เขียนแทนด้วย  $f(x)$  อ่านว่า เอฟของเอกซ์ ดังนั้น  $y = f(x)$  หมายถึง  $y$  เป็นค่าฟังก์ชันของ  $x$  ภายใต้ฟังก์ชัน  $f$

- เช่น  $f(2)$  หมายถึง ค่า  $y$  ของฟังก์ชัน  $f$  เมื่อ  $x$  มีค่าเท่ากับ 2  
 $f(-1)$  หมายถึง ค่า  $y$  ของฟังก์ชัน  $f$  เมื่อ  $x$  มีค่าเท่ากับ -1  
 $f(8)$  หมายถึง ค่า  $y$  ของฟังก์ชัน  $f$  เมื่อ  $x$  มีค่าเท่ากับ 8

### การหาค่าของฟังก์ชัน

การหาค่าของฟังก์ชัน สามารถทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** ให้  $f(x) = 2x + 2$  จงหาค่าของฟังก์ชัน  $f$  ที่  $x = 1, 3, 6$

**วิธีทำ**

จาก	$f(x)$	=	$2x + 2$
จะได้	$f(1)$	=	$2(1) + 2 = 4$
	$f(3)$	=	$2(3) + 2 = 8$
	$f(6)$	=	$2(6) + 2 = 14$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้  $f(a - 2) = 5a + 8$  จงหา  $f(x)$ ,  $f(3)$ ,  $f(5)$

วิธีทำ จาก  $f(a - 2) = 5a + 8$  .....

ให้  $a - 2 = x$  .....

จาก ..... จะได้  $a = x + 2$  .....

แทนค่า ..... และ ..... ลงใน ..... จะได้

$$\begin{aligned} f(x) &= 5(x + 2) + 8 \\ &= 5x + 10 + 8 \\ &= 5x + 18 \end{aligned}$$

ตอบ

หา  $f(3)$

$$\begin{aligned} \text{จาก } f(x) &= 5x + 18 \\ f(3) &= 5(3) + 18 \\ &= 15 + 18 \\ &= 33 \end{aligned}$$

ตอบ

หา  $f(5)$

$$\begin{aligned} \text{จาก } f(x) &= 5x + 18 \\ f(5) &= 5(5) + 18 \\ &= 25 + 18 \\ &= 43 \end{aligned}$$

ตอบ

**ข้อสังเกต**

$$\text{จาก } f(a - 2) = 5a + 8 \quad \dots\dots\dots$$

อาจจะสามารถหา  $f(3)$  และ  $f(5)$  จากสมการ ..... ได้โดยไม่ต้องเปลี่ยนตัวแปรก็ได้

เช่น ใช้วิธีแทนค่า  $a$  ที่ทำให้  $a - 2 = 3$  นั่นคือ แทนค่า  $a = 5$  ลงใน ..... ซึ่งจะได้

$$\begin{aligned} f(5 - 2) &= 5(5) + 8 \\ f(3) &= 25 + 8 \\ f(3) &= 33 \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าจะหา  $f(5)$  เราจะต้องแทนค่า  $a$  ที่ทำให้  $a - 2 = 5$

นั่นคือ แทนค่า  $a = 7$  ลงใน ..... ซึ่งจะได้

$$\begin{aligned} f(7 - 2) &= 5(7) + 8 \\ &= 35 + 8 \\ &= 43 \end{aligned}$$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ชั่วโมงที่ 15-16 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
---	--------------------	--

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.2

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1	ให้ $f(x) = 2x^2 - x + 5$ จงหา 1.1 $f(4)$ 1.2 $f(-2)$ 1.3 $f(a + 3)$	1.1 ..... 1.2 ..... 1.3 .....
2	ให้ $f(x) = 3x - 5$ จงหา 2.1 $f(-3)$ 2.2 $f(6)$	2.1 ..... 2.2 .....
3	ให้ $f(a + 4) = 6a + 10$ จงหา 3.1 $f(x)$ 3.2 $f(2)$ 3.3 $f(3)$	3.1 ..... 3.2 ..... 3.3 .....

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

☆ ชีวิตจะสดใส ถ้าใส่ใจ  
คณิตศาสตร์

### เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8

- 1) 1.1 33  
1.2 15  
1.3  $2a^2 + 11a + 11$
- 2) 2.1 -14  
2.2 13
- 3) 3.1  $6x - 14$   
3.2 -2  
3.3 4



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9  
เรื่อง  
ฟังก์ชันเชิงเส้น

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 สัปดาห์ที่ 9 ชั่วโมงที่ 17 – 18	เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	---	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
  - 1.2 เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
  - 1.3 นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น
2. กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น
3. การใช้ฟังก์ชันและกราฟในการแก้ปัญหา

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
17	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถ           <ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้</li> <li>- เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้</li> <li>- นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</li> </ul> </li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 9 โดยร่วมกันศึกษาเนื้อหาและตัวอย่างแล้วร่วมกันสรุปความหมาย และกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 9</li> <li>4. ครูเขียนตัวอย่างฟังก์ชันเชิงเส้น 2 – 3 ตัวอย่าง แล้วสุ่มนักเรียนออกมาเขียนกราฟบนกระดาน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง</li> <li>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9 เป็นการบ้าน เพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้</li> </ol>

18

1. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9 แล้วให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง
2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น และกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น โดยใช้การถาม-ตอบ
3. นักเรียนทำใบกิจกรรม รหัสที่ 9 โดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น และกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูใช้การถาม-ตอบ เฉลยคำตอบร่วมกับนักเรียน
4. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 9 เป็นการบ้าน เพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ รหัสที่ 9
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9
3. แบบสรุปรูปเนื้อหา รหัสที่ 9
4. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 9

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9
2. แบบสรุปรูปเนื้อหา รหัสที่ 9
3. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 9

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปรูปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปได้ถูกต้องครบถ้วน
5. การทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง



บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยาลัยนวัตกรรมการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยา

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบความรู้</b>	รหัสใบความรู้ที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 17 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้

### สาระสำคัญ

ฟังก์ชันเชิงเส้น เป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = ax + b$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a \neq 0$  ซึ่งกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะเป็นเส้นตรง

### สาระการเรียนรู้

## ความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น

**ฟังก์ชันเชิงเส้น** คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = ax + b$  เมื่อ  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a \neq 0$   
ตัวอย่างของฟังก์ชันเชิงเส้น เช่น

1.  $y = 2x$
2.  $y = 2x + 1$
3.  $y = -2x + 1$
4.  $y = 3x - 1$  เป็นต้น

ฟังก์ชัน  $y = ax + b$  เมื่อ  $a = 0$  จะได้ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = b$  ซึ่งเรียกว่า **ฟังก์ชันคงตัว** กราฟของฟังก์ชันคงตัวจะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X

## กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น

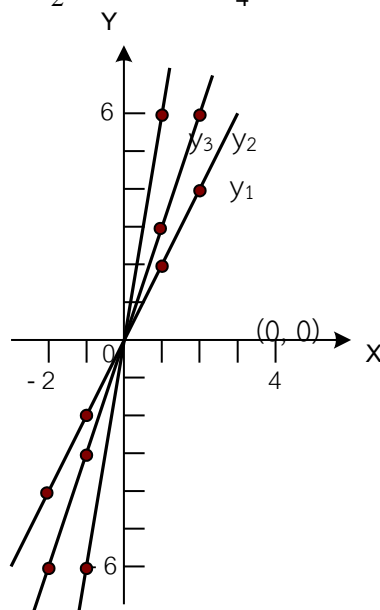
ฟังก์ชันเชิงเส้น จะมีกราฟเป็นเส้นตรง และมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กำหนดด้วย  $y = ax + b$  เมื่อ  $b = 0$

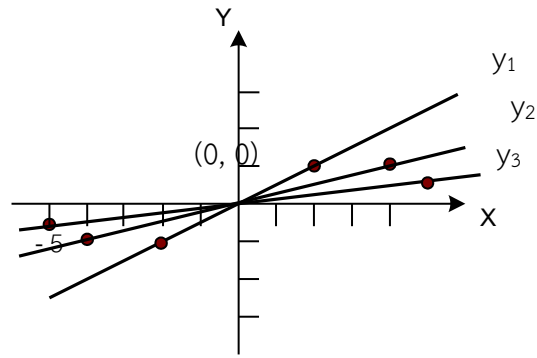
**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1.  $y_1 = 2x$ ,  $y_2 = 3x$ ,  $y_3 = 6x$
2.  $y_1 = \frac{1}{2}x$ ,  $y_2 = \frac{1}{4}x$ ,  $y_3 = \frac{1}{10}x$

วิธีทำ 1)



2)



ลักษณะกราฟของ  $y = ax + b$  เมื่อ  $b = 0$  มีดังนี้

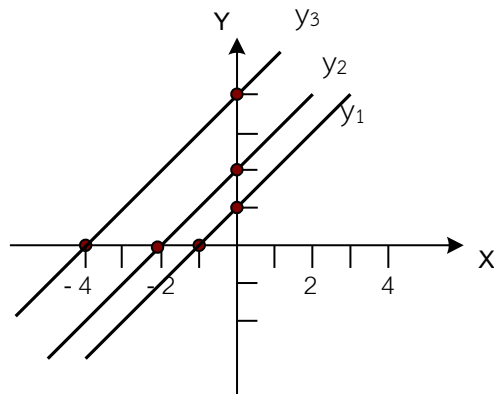
1. กราฟจะผ่านจุด  $(0, 0)$
2. ถ้า  $a$  มีค่ามากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y  
ถ้า  $a$  มีค่าน้อยลง กราฟจะเบนเข้าหาแกน X

2. กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กำหนดด้วย  $y = ax + b$  เมื่อ  $b \neq 0$

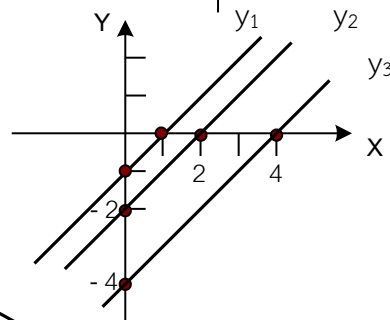
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1.  $y_1 = x + 1$  ,  $y_2 = x + 2$  ,  $y_3 = x + 4$
2.  $y_1 = x - 1$  ,  $y_2 = x - 2$  ,  $y_3 = x - 4$

วิธีทำ 1)



2)



ลักษณะกราฟของ  $y = ax + b$  เมื่อ  $b \neq 0$  กราฟจะตัดแกน Y ที่จุด  $(0, b)$  และตัดแกน X ที่จุด  $(b, 0)$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 17 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

**แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1 – 1.2**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1	จงหาฟังก์ชันเชิงเส้นจากค่า $x$ และ $y$ ที่กำหนดให้ แต่ละข้อต่อไปนี้ 1.1 (2, 5) และ (1, 4) 1.2 (3, 8) และ (2, 10) 1.3 (4, 12) และ (6, 24)	1.1 ..... 1.2 ..... 1.3 .....
2	จงหาจุดตัดแกน $X$ และแกน $Y$ จากฟังก์ชันเชิงเส้น ต่อไปนี้ 2.1 $y = 2x + 8$ 2.2 $y = 2x - 10$ 2.3 $y = x + 7$	2.1 ..... 2.2 ..... 2.3 .....
3	จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น $y = 2x + 2$ และเติมค่า $x$ และ $y$ ในตาราง	

x	0	1	2	-1	-2
y					

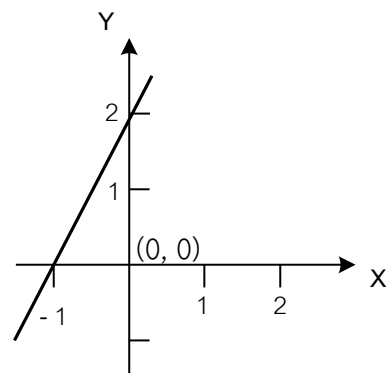
คะแนนที่ได้ = .....  
ผู้ตรวจ .....  
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....



**เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9**

- 1) 1.1  $y =$   
1.2  $y = -2 + 14$   
1.3  $y = 6x - 12$
- 2) 2.1 จุดตัดแกน  $X$  คือ  $(-4, 0)$  จุดตัดแกน  $Y$  คือ  $(0, 8)$   
2.2 จุดตัดแกน  $X$  คือ  $(5, 0)$  จุดตัดแกน  $Y$  คือ  $(0, -10)$   
2.3 จุดตัดแกน  $X$  คือ  $(-7, 0)$  จุดตัดแกน  $Y$  คือ  $(0, 7)$
- 3)

x	0	1	2	-1	-2
y	2	4	6	0	-2



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	ใบกิจกรรม	รหัสใบกิจกรรมที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 9 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
---	-----------	--

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนหาคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างถูกต้อง

1. พนักงานขายผู้หนึ่งได้รับเงินเดือนจากบริษัทเดือนละ 12,000 บาท และได้รับอีก 5% ของยอดขายสินค้าที่เขาขายได้

- 1.1 จงเขียนความสัมพันธ์ของพนักงานขายนี้กับยอดขายสินค้า  
1.2 จงหาว่าในเดือนที่เขาขาย 2,500 บาท เขาจะได้รับเงินในเดือนนั้นเท่าใด

**วิธีทำ** 1.1) ให้  $x$  แทน ยอดขายสินค้า

$f(x)$  แทน จำนวนที่ได้รับจากบริษัท

$$\text{จะได้ } f(x) = 12,000 + (\dots) \times$$

ดังนั้นความสัมพันธ์ของรายได้ของพนักงานผู้นี้กับยอดขายสินค้า คือ

$$f(x) = \dots$$

- 1.2) ถ้ายอดขายของพนักงานผู้นี้ เท่ากับ 25,000 บาท เขาจะได้รับเงินเท่ากับ

$$\text{จาก } f(x) = \dots$$

$$f(25,000) = \dots$$

$$= 13,250 \text{ บาท}$$

2. บริษัทแห่งหนึ่งผลิตสินค้าสำเร็จรูป ถ้าขายสินค้าชิ้นละ 100 บาท จะขายได้ 1,500 ชิ้น แต่ถ้าขายสินค้าชิ้นละ 50 บาท จะขายได้ 2,000 ชิ้น

- 2.1 จงสร้างฟังก์ชันเชิงเส้น  
2.2 ค่าขายสินค้าชิ้นละ 200 บาท จะขายสินค้าได้กี่ชิ้น

**วิธีทำ** 2.1) ให้  $x$  แทน ราคาสินค้าต่อชิ้น

$f(x)$  แทน จำนวนสินค้าที่ขายได้

จากรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้นจะได้

$$f(x) = ax + b \quad \dots \quad \textcircled{1}$$

จากโจทย์ จะได้  $x = 100$ ,  $f(x) = 1500$  นำไปแทนใน  $\textcircled{1}$  จะได้

$$1500 = \dots + b \quad \dots \quad \textcircled{2}$$

และจากโจทย์  $x = 50$ ,  $f(x) = 2,000$  นำไปแทนใน  $\textcircled{1}$  จะได้

$$2,000 = \dots + b \quad \dots \quad \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3}; \quad -500 = \dots$$

$$a = -\frac{500}{50}$$

$$= \dots$$

นำค่า  $a$  แทนใน  $\textcircled{2}$  จะได้

$$1500 = 100(\dots) + b$$

$$= \dots$$

$$b = \dots$$

$\therefore$  ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ  $f(x) = \dots$

- 2.2) ถ้าขายสินค้าชิ้นละ 200 บาท จะขายสินค้าได้เท่ากับ

$$f(x) = \dots \quad f(200) = \dots$$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบสรุปเนื้อหา</b>	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 17-18 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
<b>คำชี้แจง</b> ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามใบความรู้ รหัสที่ 9 ตามหัวข้อต่อไปนี้		

1. ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ .....
- .....
- .....
2. ตัวอย่างของฟังก์ชันเชิงเส้น ได้แก่
  - 2.1 .....
  - 2.2 .....
  - 2.3 .....
  - 2.4 .....
3. จาก  $y = ax + b$  เมื่อ  $a \neq 0$  สามารถหาจุดตัดแกน X และจุดตัดแกน Y ได้ดังนี้
  - 3.1 จุดตัดแกน X หาได้ดังนี้ .....
  - .....
  - .....
  - 3.2 จุดตัดแกน Y หาได้ดังนี้ .....
  - .....
  - .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม</b>	รหัสเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 18 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------------------	---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. บริษัทแห่งหนึ่งจ่ายค่าจ้างให้กับพนักงาน ซึ่งคิดจากเบี้ยเลี้ยงค่าพาหนะให้กับพนักงานชายทุกคน คนละเท่า ๆ กัน และจ่ายค่าคอมมิสชัน (คิดเป็นร้อยละ) จากยอดขายที่พนักงานแต่ละคนขายได้ ปรากฏว่า เมื่อเดือนที่ผ่านมา นาย ก ได้รับเงินจากบริษัท 34,000 บาท โดยที่เขามียอดขาย 200,000 บาท นาย ข ได้รับเงินจากบริษัท 28,000 บาท และเขามียอดขาย 150,000 บาท ถ้ามว่า
  - 1) บริษัทจ่ายคอมมิสชันให้กับพนักงานร้อยละเท่าใด
  - 2) ค่าเบี้ยเลี้ยงและค่าพาหนะที่บริษัทจ่ายให้ นาย ก และนาย ข เป็นเงินคนละเท่าใด
  - 3) เขียนสมการแทนรายได้ที่พนักงานได้รับในแต่ละเดือน
2. ยอดขายสินค้าใหม่ของบริษัทอยู่ที่ 12,000 ชิ้น/ปี ในปีแรก ถ้าบริษัทต้องการยอดขายสินค้าเพิ่มขึ้นปีละ 10% ของยอดขายในปีแรก
  - 1) จงเขียนสมการแทนยอดขายสินค้าของแต่ละปี
  - 2) อีก 5 ปีถัดไป บริษัทนี้ควรมียอดขายสินค้าเท่าใด
3. บริษัทแห่งหนึ่งผลิตเสื้อ ถ้าขายเสื้อตัวละ 40 บาท จะขายได้ 4,000 ตัว ถ้าขายตัวละ 30 บาท จะขายได้ 8,000 ตัว ถ้าให้  $f(x)$  แทน จำนวนเสื้อที่จะขายได้ และ  $x$  เป็นราคาเสื้อ (บาท) ต่อตัว
  - 1) จงเขียนฟังก์ชันเชิงเส้น
  - 2) ถ้าบริษัทขายเสื้อตัวละ 100 บาท จะขายเสื้อได้กี่ตัว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10  
เรื่อง  
ฟังก์ชันกำลังสอง

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 สัปดาห์ที่ 10 – 13 ชั่วโมงที่ 19 – 26	เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง จำนวนชั่วโมงสอน 8 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	--	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### 1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้
- 1.2 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  ได้
- 1.3 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0, k \neq 0$  ได้
- 1.4 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = a(x - h)^2$  เมื่อ  $a \neq 0, h \neq 0$  ได้
- 1.5 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = a(x - h)^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0, h \neq 0, k \neq 0$  ได้
- 1.6 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริง และ  $a \neq 0$  ได้
- 1.7 แก้อสมการกำลังสอง  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a \neq 0$  โดยใช้กราฟได้
- 1.8 แก้อสมการกำลังสอง โดยใช้กราฟได้
- 1.9 นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

#### 2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

- 2.1 ในการแก้ปัญหา
- 2.2 ในการให้เหตุผล
- 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
- 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### 3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

- 3.1 มีความรับผิดชอบ
- 3.2 มีความซื่อสัตย์
- 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง
2. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
3. การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการและอสมการ
4. การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ



## กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
19	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทุกคนทราบในการเรียน เรื่องฟังก์ชันกำลังสองจากแผนการเรียนรู้ที่ 10</li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเอกสารประกอบการสอนรหัสที่ 10.1 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math> โดยครูคอยชี้แนะและอธิบายเพิ่มเติม แล้วให้นักเรียนบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10</li> <li>4. สุ่มนักเรียนนำเสนอคำตอบและกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math> หน้าชั้นเรียน</li> <li>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1 เป็นการบ้าน เพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้</li> </ol>
20	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1 ว่ามีปัญหาและข้อสงสัยอะไรบ้าง โดยครูได้อธิบายเพิ่มเติม เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน</li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math> โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.2 โดยศึกษาสาระการเรียนรู้และตัวอย่างโดยละเอียด แล้วร่วมกันสรุปลักษณะกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0, k \neq 0</math> โดยครูอธิบายเพิ่มเติมอีกครั้ง หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10</li> <li>4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.2 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้ แล้วตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> </ol>
21	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ทบทวนความรู้เรื่องลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0, k \neq 0</math> โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>2. แจกกระดาษ A4 กลุ่มละ 1 แผ่น แล้วให้แต่ละกลุ่มแข่งขันกันวาดกราฟจากสมการ <math>y = 2x^2, y = -2x^2</math> และ <math>y = 2x^2 + 1</math> ใช้เวลา 5 นาที</li> <li>3. ครูชมเชยนักเรียนที่ให้ความร่วมมือในการวาดกราฟด้วยความตั้งใจ หลังจากนั้นให้แต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจและให้คะแนน กลุ่มที่ได้คะแนนมากเป็นผู้ชนะจะได้รับรางวัลจากครูผู้สอน</li> <li>4. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.3 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = a(x - h)^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0, k \neq 0</math> หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10</li> <li>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.3 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> </ol>
22	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = a(x - h)^2</math> เมื่อ <math>a \neq 0, h \neq 0</math> โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>2. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.4 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = a(x - h)^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0, h \neq 0</math> และ <math>k \neq 0</math> หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10</li> <li>3. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.4 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> </ol>

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
22	<p>4. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำเอกสารความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2</math>, <math>y = ax^2 + k</math>, <math>y = a(x - h)^2</math> และ <math>y = a(x - h)^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math>, <math>h \neq 0</math> และ <math>k \neq 0</math> เป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูนอกเวลาเรียน</p>
23	<p>1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = a(x - h)^2 + k</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math>, <math>h \neq 0</math> และ <math>k \neq 0</math> โดยใช้การถาม-ตอบ</p> <p>2. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.5 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ <math>y = ax^2 + bx + c</math> โดยครูคอยชี้แนะแนวทาง และแก้ไขข้อบกพร่อง (ถ้ามี) หลังจากนั้นให้นักเรียนบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10</p> <p>3. ครูเขียนตัวอย่างสมการที่อยู่ในรูป <math>y = ax^2 + bx + c</math> 2 – 3 ตัวอย่าง ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>y = x^2 + 4x + 12</math></li> <li>2) <math>y = 2x^2 - 12x + 6</math></li> <li>3) <math>y = 2x^2 + 4x + 8</math></li> </ol> <p>แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาจุดวกกลับ หรือจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของกราฟ เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง</p> <p>4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.5 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง (ถ้านักเรียนคนใจทำเสร็จให้นำไปทำเป็นการบ้าน)</p>
24	<p>1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองโดยวิธีแยกตัวประกอบหรือใช้สูตร โดยใช้การถาม-ตอบ</p> <p>2. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.6 แล้วร่วมกันสรุปวิธีแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ โดยครูคอยแนะนำเพิ่มเติมและแก้ไขให้ถูกต้อง หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10</p> <p>3. นักเรียนเล่นเกมจับคู่เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสอง ใครหาคู่ได้ก่อนเป็นผู้ชนะ แล้วนำเสนอวิธีแก้สมการให้เพื่อนดูหน้าชั้นเรียน</p> <p>4. ครูชมเชยนักเรียนที่สนใจร่วมกิจกรรมอย่างตั้งใจ และมอบรางวัลให้แก่ผู้ชนะ</p> <p>5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.6 เป็นการบ้าน เพื่อเป็นการเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้ แล้วตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</p>
25	<p>1. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำการบ้าน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน โดยครูอธิบายเพิ่มเติมและสรุปวิธีการแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟอีกครั้ง</p> <p>2. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.7 แล้วร่วมกันอภิปรายกลุ่มย่อย เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ โดยครูคอยชี้แนะแนวทาง และแก้ไขข้อบกพร่องให้ถูกต้อง หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10</p> <p>3. ครูยกตัวอย่างสมการกำลังสอง 2 – 3 ตัวอย่าง แล้วสุ่มนักเรียนออกมาหาคำตอบบนกระดาน โดยครูและเพื่อนคอยตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายแก้ไขเพิ่มเติมให้ถูกต้อง (ถ้ามี)</p> <p>4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.7 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง (ถ้านักเรียนคนใดทำไม่เสร็จให้นำไปทำเป็นการบ้าน)</p>

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
26	<p>1. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.7 และอธิบายเพิ่มเติม เพื่อให้ นักเรียนได้นำไปแก้ไข และพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้น</p> <p>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับการก่อสร้างกำลังสองโดยใช้กราฟ โดยใช้การถาม-ตอบ</p> <p>3. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.8 โดยศึกษาสาระการเรียนรู้และตัวอย่าง โดยละเอียด แล้วร่วมกันวิเคราะห์ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และต้องการทราบอะไร และจะใช้ ความรู้อะไรมาช่วยในการแก้ปัญหา โดยอาจจะสรุปเป็นขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. อ่านโจทย์หรือปัญหาให้เข้าใจ</li> <li>2. กำหนดวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา</li> <li>3. ดำเนินการแก้ปัญหา ตามวิธีการในข้อ 2</li> <li>4. ตรวจสอบความถูกต้องในการแก้ปัญหา</li> </ol> <p>4. นักเรียนเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 10.8 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำใน การเรียนรู้ แล้วตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</p> <p>5. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำ Mind Map เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสองเป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูนอก เวลาเรียน</p>

### สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.1 – 10.8
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1 – 10.7
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10
4. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 10.8

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1 – 10.7
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10
3. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
4. Mind Map เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำกราฟฟังก์ชันกำลังสอง	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง สวยงาม
6. การทำ Mind Map	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง สวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ข้อเสนอแนะ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองрадวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารประกอบการสอน	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 19 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้
- 1.2 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  ได้

### สาระสำคัญ

ฟังก์ชันกำลังสองเป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  $a \neq 0$  ซึ่งกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง เรียกว่า พาราโบลา

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  จะเป็นกราฟพาราโบลา ชนิดหงาย เมื่อ  $a > 0$  และชนิดคว่ำ เมื่อ  $a < 0$

### สาระการเรียนรู้

#### ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง

**ฟังก์ชันกำลังสอง** คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  $a \neq 0$  เช่น

- 1)  $y = 2x^2 + 3x - 10$  เมื่อ  $a = 2, b = 3$  และ  $c = -10$
- 2)  $y = x^2 + 1$  เมื่อ  $a = 1, b = 0$  และ  $c = 1$
- 3)  $y = -x^2 + 2x + 1$  เมื่อ  $a = -1, b = 2$  และ  $c = 1$

#### กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

ที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง มีชื่อเรียกว่า พาราโบลา ซึ่งลักษณะของกราฟของฟังก์ชันขึ้นอยู่กับค่าของ  $a, b$  และ  $c$  และเมื่อ  $a$  เป็นบวกหรือลบ จะทำให้ได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายหรือคว่ำ และกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

$$1) y = x^2 \qquad 2) y = \frac{1}{2}x^2 \qquad 3) y = \frac{1}{4}x^2$$

**วิธีทำ** 1) จาก  $y = x^2$  จะได้

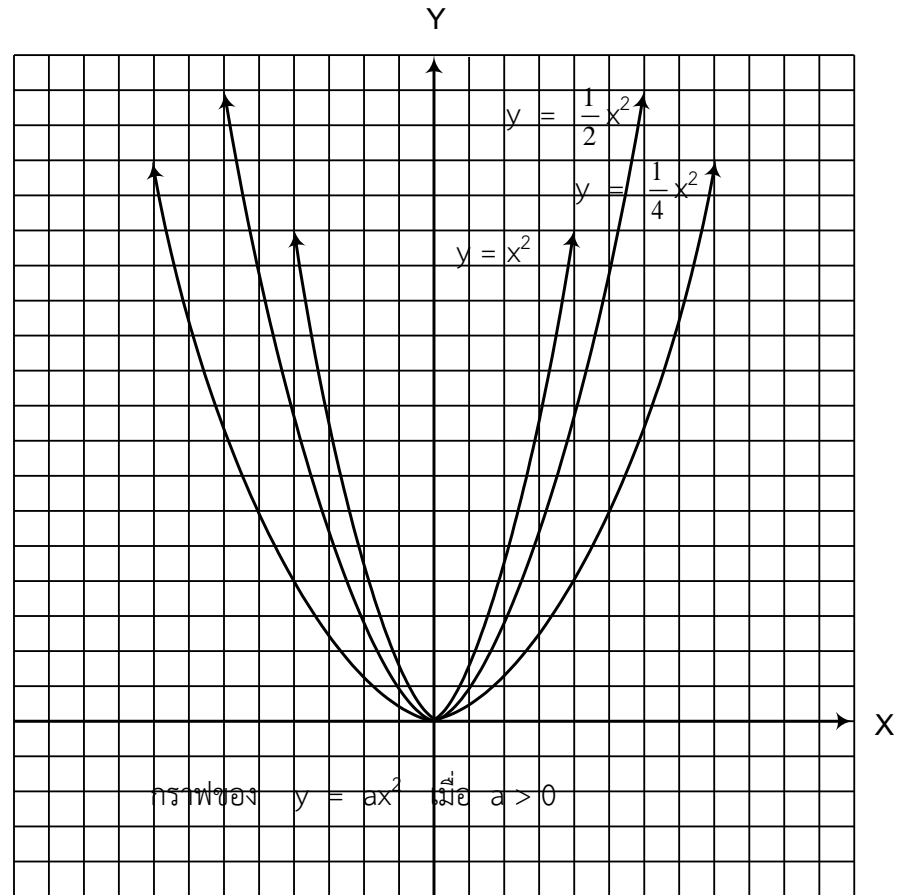
x	1	2	3	0	-1	-2	-3	-4
y	1	4	9	0	1	4	9	16

2) จาก  $y = \frac{1}{2}x^2$  จะได้

x	2	4	6	0	-2	-4	-6
y	2	8	18	0	2	8	18

3) จาก  $y = \frac{1}{4}x^2$  จะได้

X	2	4	8	0	-2	-4	-8
Y	1	4	16	0	1	4	16



ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1)  $y = -x^2$       2)  $y = -\frac{1}{2}x^2$       3)  $y = -\frac{1}{4}x^2$

วิธีทำ 1) จาก  $y = -x^2$  จะได้

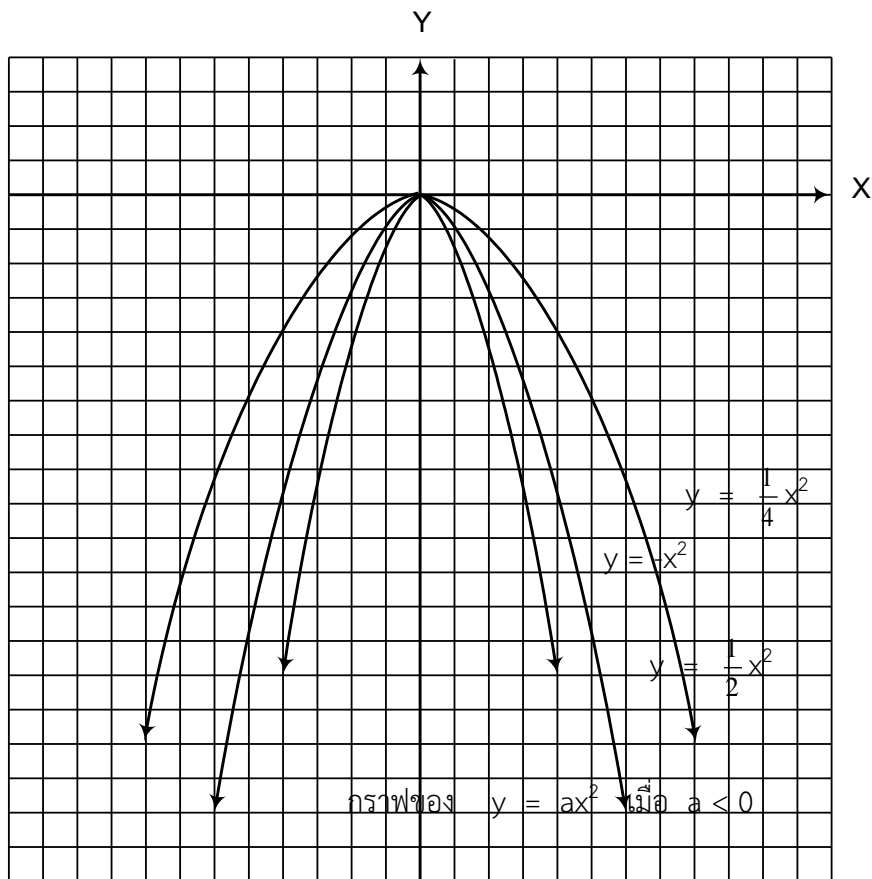
x	1	2	3	0	-1	-2	-3
y	-1	-4	-9	0	-1	-4	-9

2) จาก  $y = -\frac{1}{2}x^2$  จะได้

x	2	4	6	0	-2	-4	-6
y	-2	-8	-18	0	-2	-8	-18

3) จาก  $y = -\frac{1}{4}x^2$  จะได้

x	2	4	8	0	-2	-4	-8
y	-1	-4	-16	0	-1	-4	-16



- สรุป ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2$  เมื่อ  $a \neq 0$
- เมื่อ  $a > 0$  ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่  $(0, 0)$
  - เมื่อ  $a < 0$  ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่  $(0, 0)$
  - ~ แกนสมมาตรคือ แกน Y หรือเส้นตรง  $X = 0$ ,  
สมการแกนสมมาตรคือ  $X = 0$
  - ~ เมื่อ  $a > 0$  ค่าต่ำสุดคือ 0 และ เมื่อ  $a < 0$  ค่าสูงสุดคือ 0
  - $|a|$  ยิ่งมากกราฟยิ่งแคบ

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 19 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

**แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.2**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย  $\_$  ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย  $\_$  ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = 5x^2$							
1.2	$y = -3x^2$							
1.3	$y = 12x^2$							
1.4	$y = -6x^2$							

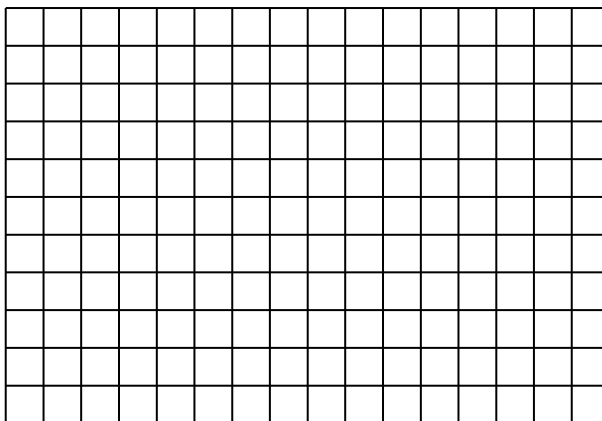
2) จงเติมค่า  $x$  และ  $y$  ลงในตารางให้ถูกต้อง พร้อมทั้งเขียนกราฟโดยใช้แกนคู่เดียวกัน

2.1)  $y = 2x^2$

x	1	2	3	0	-1	-2
y						

2.2)  $y = -2x^2$

x	1	2	3	0	-1	-2
y						



คะแนนที่ได้ = .....  
 ผู้ตรวจ .....  
 วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

**★ เรียนคณิตศาสตร์  
 ให้สดชื่น วิชาอื่น  
 จะดีเอง**



## เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1

1)

ข้อที่	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
	หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	┌	-	$x = 0$	-	0	-	(0, 0)
1.2	-	┐	$x = 0$	0	-	(0, 0)	-
1.3	┌	-	$x = 0$	-	0	-	(0, 0)
1.4	-	┐	$x = 0$	0	-	(0, 0)	-

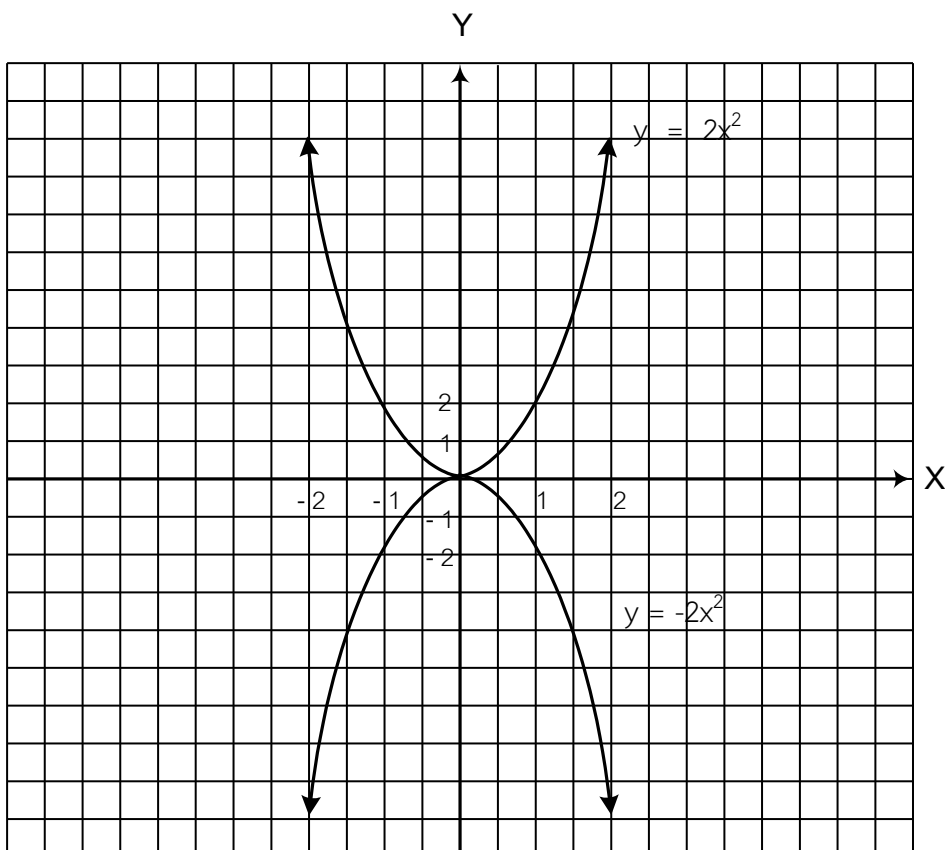
2)

2.1)  $y = 2x^2$

x	1	2	3	0	-1	-2
y	2	8	18	0	2	8

2.2)  $y = -2x^2$

x	1	2	3	0	-1	-2
y	-2	-8	-18	0	-2	-8



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารประกอบการสอน	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 20 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	--

### จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.3 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $k \neq 0$  ได้

### สาระสำคัญ

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $k \neq 0$  จะเป็นกราฟพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด อยู่ที่  $(0, k)$  และแกนสมมาตรคือ แกน Y

### สาระการเรียนรู้

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ  
 $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $k \neq 0$

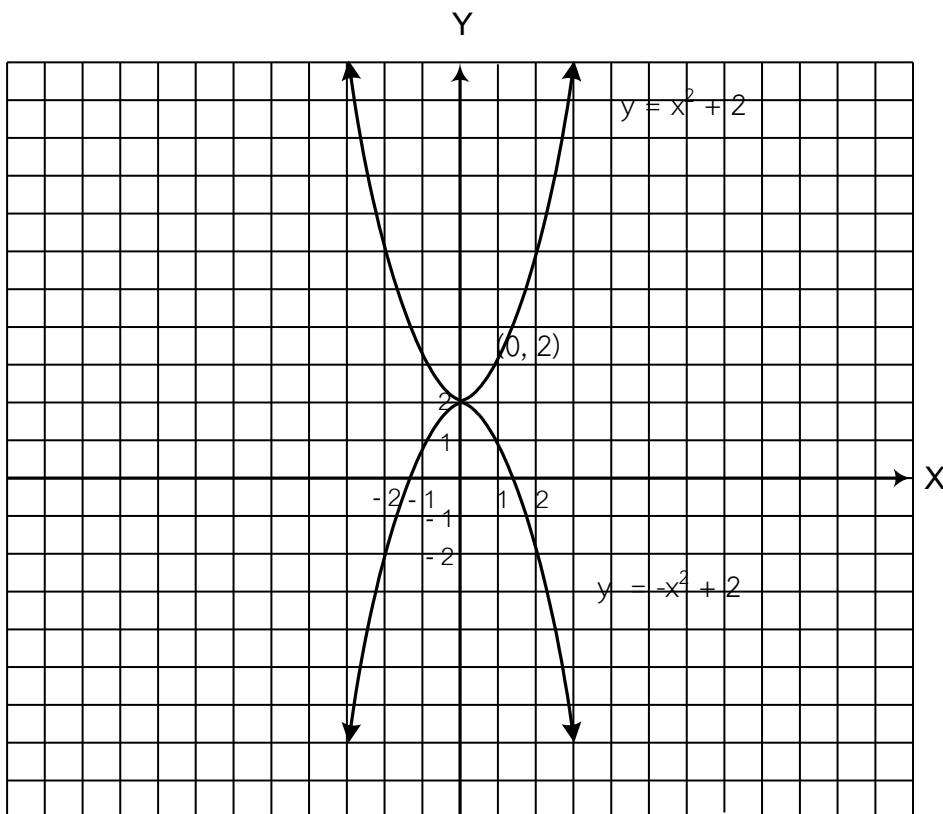
1. กราฟของ  $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $k > 0$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1)  $y = x^2 + 2$                       2)  $y = -x^2 + 2$

### วิธีทำ

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 + 2$	11	6	3	2	3	6	11
$y = -x^2 + 2$	-7	-2	1	2	1	-2	-7



2. กราฟของ  $y = ax^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $k < 0$

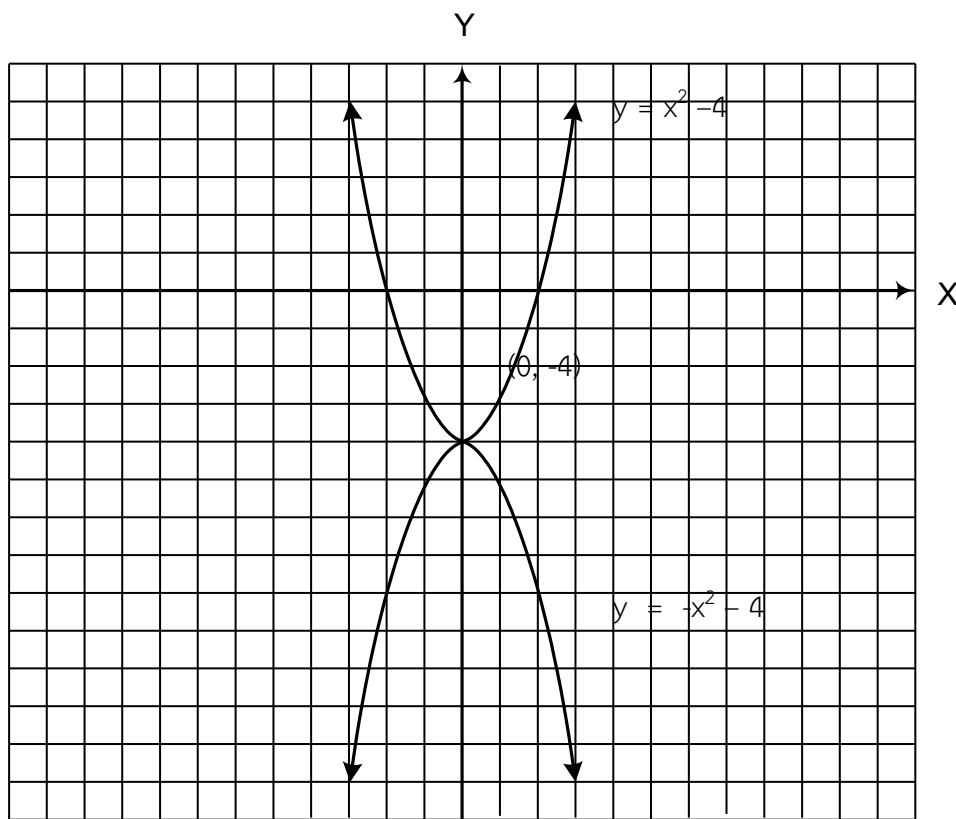
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1)  $y = x^2 - 4$

2)  $y = -x^2 - 4$

วิธีทำ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 4$	-3	0	5	-4	-3	0	5
$y = -x^2 - 4$	-5	-8	-13	-4	-5	-8	-13



สรุป

ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = ax^2 + k$

- ~ ถ้า  $a > 0$  ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่  $(0, k)$  ค่าต่ำสุด =  $k$
- ~ ถ้า  $a < 0$  ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่  $(0, k)$  ค่าสูงสุด =  $k$
- ~ แกนสมมาตรคือ แกน  $y$  หรือเส้นตรง  $x = 0$  สมการแกนสมมาตรคือ  $x = 0$
- ~ ถ้า  $k > 0$  จุดวกกลับอยู่เหนือแกน  $X$
- ~ ถ้า  $k < 0$  จุดวกกลับอยู่ใต้แกน  $X$
- ถ้า  $a, k$  มีเครื่องหมายเหมือนกัน กราฟไม่ตัดแกน  $X$
- ~ ถ้า  $a, k$  มีเครื่องหมายต่างกัน กราฟจะตัดแกน  $X$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 20 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.3

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย  $\_$  ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย  $\_$  ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = -2x^2 - 5$							
1.2	$y = 3x^2 + 5$							
1.3	$y = -5x^2 + 6$							
1.4	$y = 4x^2 - 7$							

2) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

1)  $y = 2x^2 + 2$

2)  $y = -2x^2 - 2$

x	1	2	3	0	-1	-2	-3
$y = 2x^2 + 2$							
$y = -2x^2 - 2$							

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

**★** เรียนคณิตศาสตร์ต้อง  
ตั้งใจฟัง คอยระวัง  
และติดตาม

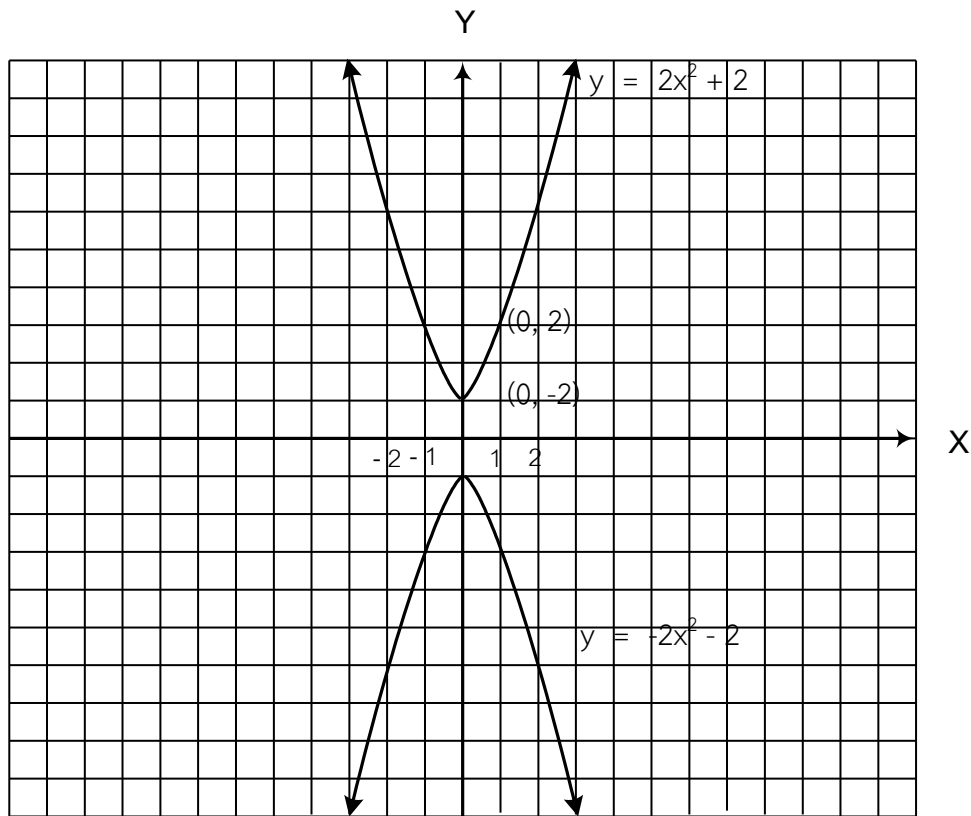
## เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.2

1)

ข้อที่	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
	หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	-	┘	$x = 0$	-5	-	(0, -5)	-
1.2	┘	-	$x = 0$	-	5	-	(0, 5)
1.3	-	┘	$x = 0$	6	-	(0, 6)	-
1.4	┘	-	$x = 0$	-	-7	-	(0, -7)

2)

x	1	2	3	0	-1	-2	-3
$y = 2x^2 + 2$	4	10	20	2	4	10	20
$y = -2x^2 - 2$	-4	-10	-20	-2	-4	-10	-20



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	เอกสารประกอบการสอน	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 21 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	--

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1.4 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = a(x - h)^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $h \neq 0$  ได้

**สาระสำคัญ**

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = a(x - h)^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $h \neq 0$  จะเป็นกราฟพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดอยู่ที่  $(h, 0)$  และแกนสมมาตรคือเส้นตรง  $x = h$

**สาระการเรียนรู้**

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ  
 $y = a(x - h)^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $h \neq 0$

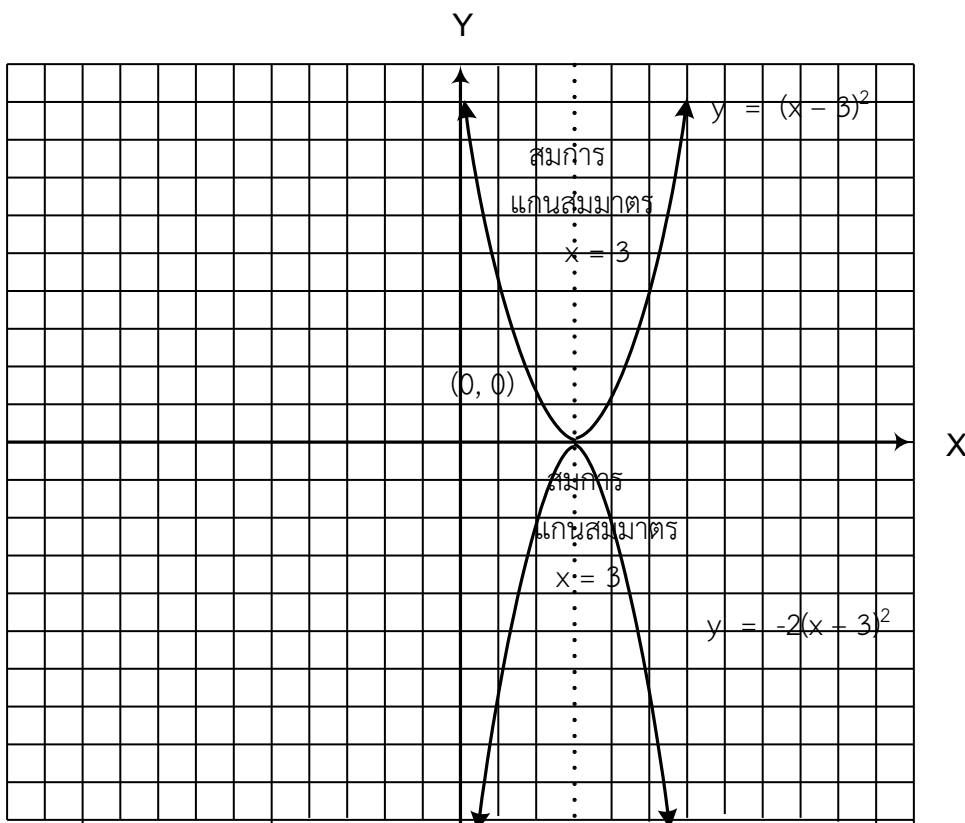
1. กราฟของ  $y = a(x - h)^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $h > 0$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

- 1)  $y = (x - 3)^2$                       2)  $y = -2(x - 3)^2$

**วิธีทำ**

X	2	3	4	0	5	6	7
$y = (x - 3)^2$	1	0	1	9	4	9	16
$y = -2(x - 3)^2$	-2	0	-2	-18	-8	-18	-32



2. กราฟของ  $y = a(x - h)^2$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $h < 0$

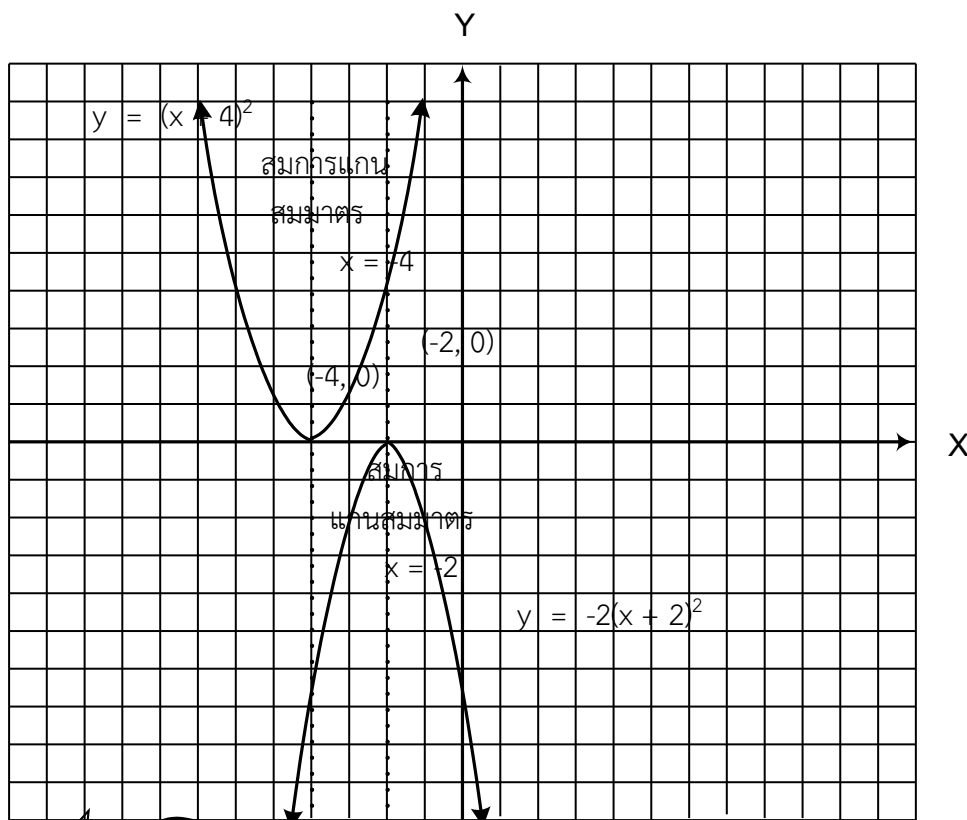
$$\begin{aligned} \text{ถ้า } h < 0 \text{ จะได้สมการใหม่เป็น } y &= a(x - (-h))^2 \\ &= a(x + h)^2 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

$$1) \quad y = (x + 4)^2 \qquad 2) \quad y = -2(x + 2)^2$$

วิธีทำ

X	-2	-3	-4	0	1	2	3
$y = (x + 4)^2$	4	1	0	4	25	36	49
$y = -2(x + 2)^2$	0	-2	-8	-8	-18	-32	-50



สรุป

ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = a(x - h)^2$

~ ถ้า  $a > 0$  ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่  $(h, 0)$  ค่าต่ำสุด = 0

~ ถ้า  $a < 0$  ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่  $(h, 0)$  ค่าสูงสุด = 0

~ แกนสมมาตรคือ เส้นตรง  $x = h$  สมการแกนสมมาตรคือ  $x = h$

~  $h > 0$  แกนสมมาตรอยู่ทางซ้ายของแกน Y

$h < 0$  แกนสมมาตรอยู่ทางขวาของแกน Y

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 21 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.4

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย  $\_$  ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย  $\_$  ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = (x + 8)^2$							
1.2	$y = -(x + 3)^2$							
1.3	$y = 2(x - 3)^2$							
1.4	$y = -3(x - 2)^2$							

2) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

1)  $y = (x + 6)^2$

2)  $y = -(x - 8)^2$

x	-4	-5	-6	-7	-8	-9
$y = (x + 6)^2$						

x	6	7	8	9	10	11
$y = -(x - 8)^2$						

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ **ชาติต้องการนักคิด**  
ทุกชีวิตควรมีคณิตใน  
หัวใจ



เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.3

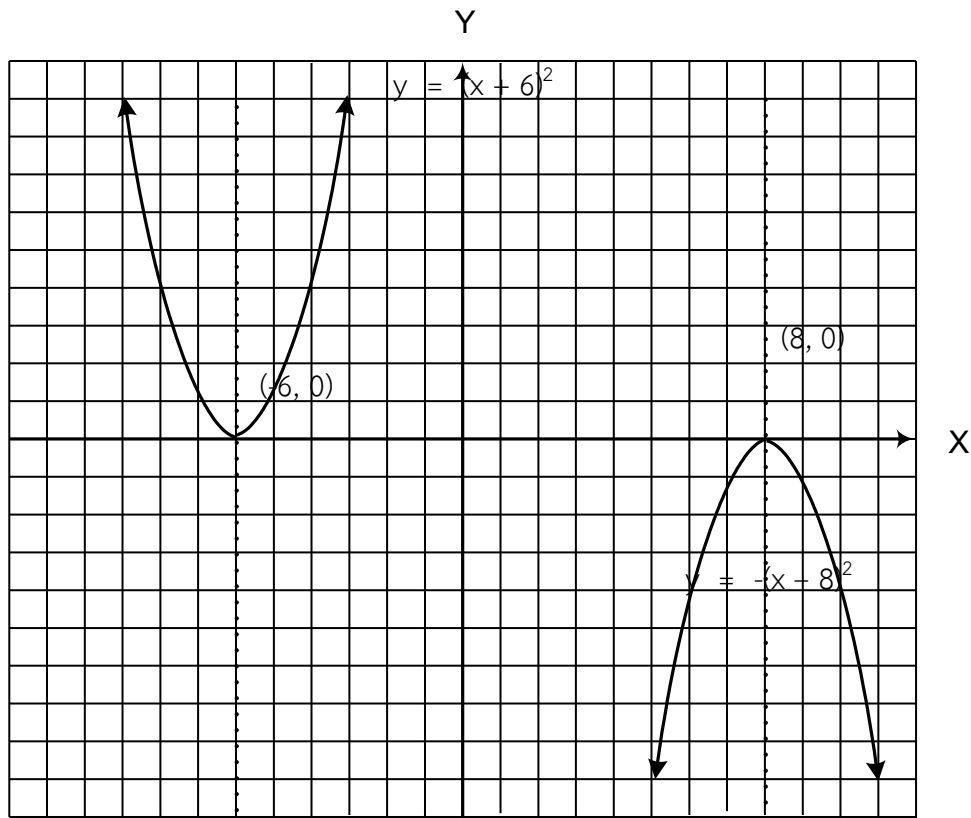
1)

ข้อที่	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
	หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	┌	-	$x = -8$	-	0	-	$(-8, 0)$
1.2	-	┐	$x = -3$	0	-	$(-3, 0)$	-
1.3	┌	-	$x = 6$	-	0	-	$(6, 0)$
1.4	-	┐	$x = 2$	0	-	$(2, 0)$	-

2)

x	-4	-5	-6	-7	-8	-9
$y = (x + 6)^2$	4	1	0	1	4	9

x	6	7	8	9	10	11
$y = -(x - 8)^2$	-4	-1	0	-1	-4	-9



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>เอกสารประกอบการสอน</b>	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 22 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	---------------------------	--

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1.5 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = a(x - h)^2 + k$

เมื่อ  $a \neq 0$ ,  $h \neq 0$  และ  $k \neq 0$  ได้

**สาระสำคัญ**

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = a(x - h)^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$ ,  $h \neq 0$  และ  $k \neq 0$  จะเป็นพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดอยู่ที่  $(h, k)$  และมีแกนสมมาตรคือ เส้นตรง  $x = h$

**สาระการเรียนรู้**

**กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ**

$y = a(x - h)^2 + k$  เมื่อ  $a \neq 0$ ,  $h \neq 0$  และ  $k \neq 0$

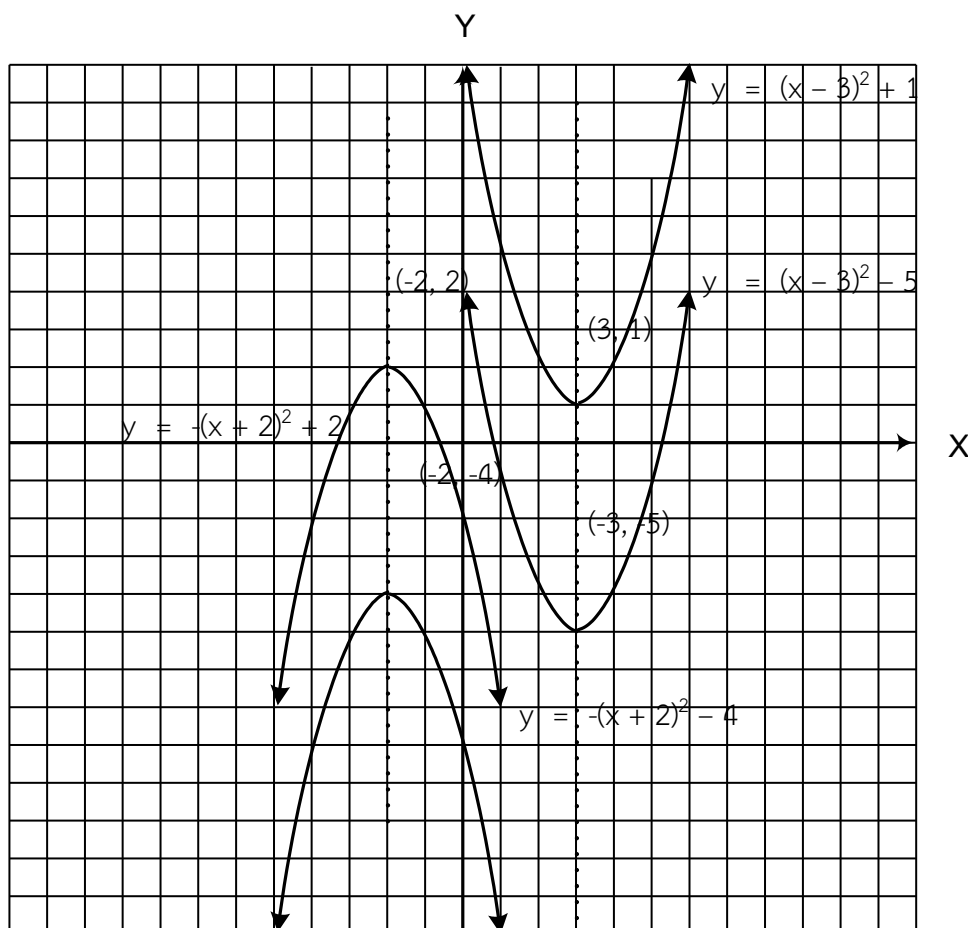
ตัวอย่างที่ จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

- 1)  $y = -(x + 2)^2 - 4$
- 2)  $y = -(x + 2)^2 + 2$
- 3)  $y = (x - 3)^2 - 5$
- 4)  $y = (x - 3)^2 + 1$

**วิธีทำ**

x	-2	-3	-4	0
$y = -(x + 2)^2 - 4$	-4	-5	-8	-8
$y = -(x + 2)^2 + 2$	2	1	-2	-2

X	2	3	4	5
$y = (x - 3)^2 - 5$	-4	-5	-4	-1
$y = (x - 3)^2 + 1$	2	1	2	5





ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ  $y = a(x - h)^2 + k$

- ~ เมื่อ  $a > 0$  ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่  $(h, k)$  ค่าต่ำสุด =  $k$
- เมื่อ  $a < 0$  ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่  $(h, k)$  ค่าสูงสุด =  $k$
- ~ ถ้า  $k > 0$  จุดวกกลับอยู่เหนือแกน X
- ถ้า  $k < 0$  จุดวกกลับอยู่ใต้แกน X
- ~ แกนสมมาตร คือ เส้นตรง  $x = h$  สมการแกนสมมาตรคือ  $x = h$
- ถ้า  $h > 0$  แกนสมมาตรอยู่ทางซ้ายมือของแกน Y
- ถ้า  $h < 0$  แกนสมมาตรอยู่ทางขวามือของแกน Y
- ถ้า  $a$  และ  $k$  มีเครื่องหมายเหมือนกันกราฟไม่ตัดแกน X
- ถ้า  $a$  และ  $k$  มีเครื่องหมายต่างกันกราฟตัดแกน X

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 22 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

**แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.5**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย  $\_$  ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย  $\_$  ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = -(x + 8)^2 - 6$							
1.2	$y = 2(x - 4)^2 + 3$							
1.3	$y = -4(x + 4)^2 - 10$							
1.4	$y = 3(x + 2)^2 + 7$							

2) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

1)  $y = (x - 5)^2 + 4$

2)  $y = -(x + 5)^2 - 3$

x	6	5	4	3	2
$y = (x - 5)^2 + 4$					

x	-5	-4	-3	-2
$y = -(x + 5)^2 - 3$				

คะแนนที่ได้ = .....  
ผู้ตรวจ .....  
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....



## เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.4

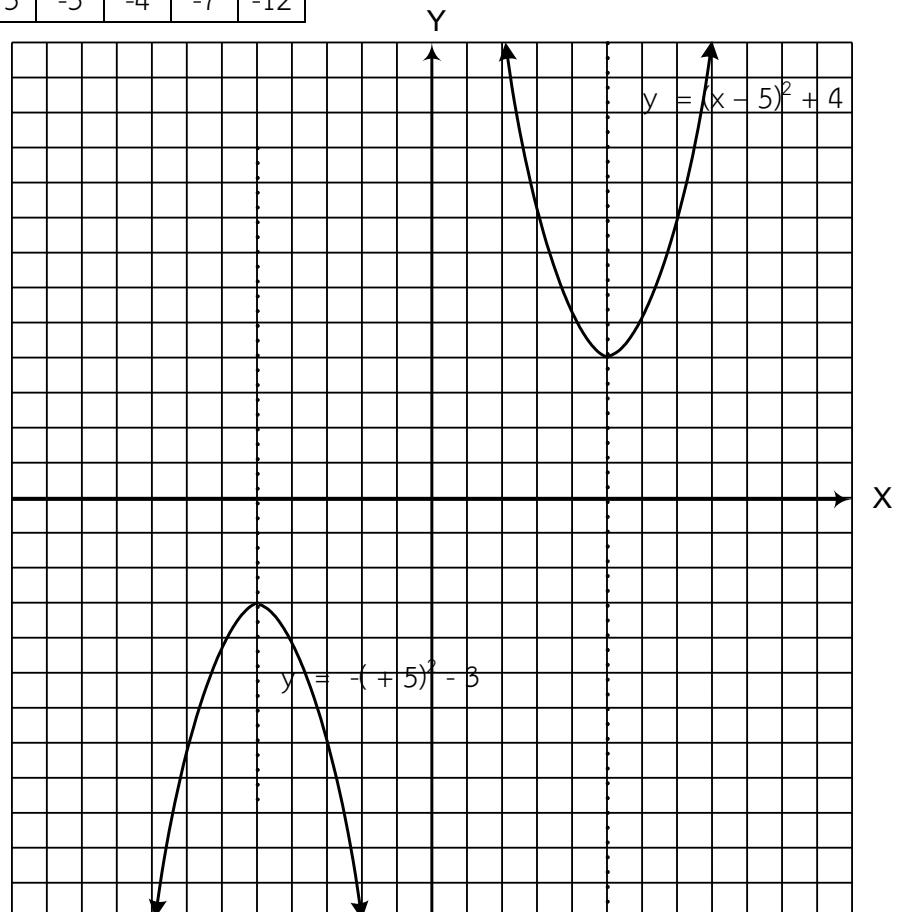
1)

ข้อที่	กราฟ		สมการ แกนสมมาตร	ค่า		จุด	
	หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	┌	-	$x = -8$	-	0	-	$(-8, 0)$
1.2	-	┐	$x = -3$	0	-	$(-3, 0)$	-
1.3	┌	-	$x = 6$	-	0	-	$(6, 0)$
1.4	-	┐	$x = 2$	0	-	$(2, 0)$	-

2)

x	6	5	4	3	2
$y = (x - 5)^2 + 4$	5	4	5	8	13

x	-5	-4	-3	-2
$y = -(x + 5)^2 - 3$	-3	-4	-7	-12



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11  
เรื่อง  
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 สัปดาห์ที่ 14 ชั่วโมงที่ 27 – 28	เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	---	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### 1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
2. บอกลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ ดังนี้
  - 2.1 บอกโดเมนและเรนจ์ได้
  - 2.2 เขียนกราฟได้
  - 2.3 บอกได้ว่าเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด
3. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้สมบัติ  $a^x = a^y$  ก็ต่อเมื่อ  $x = y$  เมื่อ  $a \neq 0$  และ  $a > 0$  ได้
4. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

#### 2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

- 2.1 ในการแก้ปัญหา
- 2.2 ในการให้เหตุผล
- 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
- 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### 3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

- 3.1 มีความรับผิดชอบ
- 3.2 มีความซื่อสัตย์
- 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
2. กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
3. การนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหา

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
27	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถ           <ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้</li> <li>- บอกลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้</li> <li>- นำความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</li> </ul> </li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น และฟังก์ชันกำลังสองโดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนทำใบกิจกรรม รหัสที่ 11.1 โดยครูใช้การถาม-ตอบ เฉลยคำตอบแล้วร่วมกันสรุปความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล หลังจากนั้นสรุปลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 11</li> <li>4. นักเรียนร่วมกันทำใบกิจกรรม รหัสที่ 11.2 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยครูคอยชี้แนะแนวทางและอธิบายเพิ่มเติม</li> </ol>

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
	5. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เป็นผลงานของกลุ่ม ส่งนอกเวลาเรียน
28	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับการเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>2. นักเรียนศึกษาใบกิจกรรม รหัสที่ 11.3 – 11.4 แล้วร่วมกันสรุปผลการเรียนรู้ลงในแบบสรุบนี้อาหาร รหัสที่ 11 โดยครูคอยให้คำแนะนำช่วยเหลืออย่างใกล้ชิด</li> <li>3. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 11 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> <li>4. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 11 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้</li> </ol>

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม รหัสที่ 11.1 – 11.4
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 11
3. แบบสรุบนี้อาหาร รหัสที่ 11
4. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 11

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม รหัสที่ 11.1 – 11.4
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 11
3. แบบสรุบนี้อาหาร รหัสที่ 11
4. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 11
5. กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำใบกิจกรรม	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบฝึกทักษะ	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
5. การทำแบบสรุบนี้อาหาร	5. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
6. การทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
7. การทำกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	7. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกราฟได้ถูกต้องสวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กীরติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองรัตวิทยาคม


วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบกิจกรรม</b>	รหัสใบกิจกรรมที่ 11.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ชั่วโมงที่ 27 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

คำชี้แจง ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย \_ ลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	ฟังก์ชันที่กำหนดให้	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	
		เป็น	ไม่เป็น
1	$y = 6^x$		
2	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$		
3	$y = x + 2$		
4	$y = 2x^2 + 1$		
5	$y = 3^{-x}$		
6	$y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$		
7	$y = (x - 1)^2 + 3$		
8	$y = 10^x$		
9	$y = 4^{2x}$		
10	$y = 2^x$		

 สรุป ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ .....

.....

.....

.....

.....

.....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบกิจกรรม</b>	รหัสใบกิจกรรมที่ 11.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ชั่วโมงที่ 27 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

1.  $y = 3^x$

x	0	1	2	-1	-2
y					

3.  $y = 2^{2x}$

x	0	1	2	-1	-2
y					

2.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	0	1	2	-1	-2
y					

4.  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$

x	0	1	2	-1	-2
y					

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบกิจกรรม</b>	รหัสใบกิจกรรมที่ 11.3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ชั่วโมงที่ 28 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบจากสมการเอกซ์โพเนนเชียลแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $2^x = 1000$ วิธีทำ	4. $\left(\frac{1}{62}\right)^{2x} = 128$ วิธีทำ
2. $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{64}$ วิธีทำ	5. $(0.01)^x = \frac{1}{1,000,000}$ วิธีทำ
3. $\left(\frac{1}{27}\right)^x = 81$ วิธีทำ	6. $(81)^x = 729$ วิธีทำ

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบกิจกรรม</b>	รหัสใบกิจกรรมที่ 11.4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ชั่วโมงที่ 28 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. แมลงชนิดหนึ่งมีการเจริญเติบโตอย่างรวดเร็ว จำนวนแมลงชนิดนี้หาได้จากสมการ

$$f(t) = 100(1.3)^t$$

เมื่อ  $f(t)$  แทน จำนวนแมลง และ  $t$  แทน จำนวนวัน

- 1) จงหาจำนวนแมลง (โดยประมาณ) เมื่อกำหนดให้  $t = 0, 1, 2, 3, \dots, 7$
- 2) จงหาจำนวนแมลง (โดยประมาณ) ที่เพิ่มขึ้นในแต่ละวันตั้งแต่วันแรกถึงวันที่ 7
- 3) เขียนกราฟของฟังก์ชัน  $f$

**วิธีทำ**

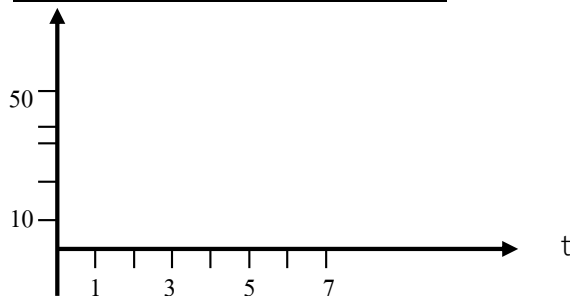
1)

จำนวนวัน (t)	จำนวนแมลง f(t)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

2)

จำนวน วัน	จำนวน แมลง	จำนวนแมลงที่เพิ่มขึ้น จากวันแรกถึงวันที่ 7
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

3)



2. ในเมืองหนึ่งมีประชากรอาศัยอยู่ 4000 คน ถ้าจำนวนประชากรในปีต่อ ๆ ไป หาได้จาก

$$\text{สูตร } f(x) = 4000(1.3)^{\frac{x}{10}} \quad \text{จงหาว่าใน 10 ปีต่อไปประชากรในเมืองแห่งนี้ จะมี}$$

ประชากรประมาณกี่คน และใน 20 ปีข้างหน้าประชากรในเมืองแห่งนี้จะมีประมาณกี่คน

3. ในการทดลองใช้ยาชนิดหนึ่งกับคนไข้พบว่า เมื่อกินยาเข้าไปร่างกายจะขับยาที่เป็นส่วนเกินออกทางปัสสาวะ ถ้าคนไข้ได้รับยาชนิดนี้จำนวน 10 มิลลิกรัม

ให้  $A(t)$  เป็นปริมาณยาที่เหลืออยู่ในร่างกายในเวลา  $t$  ชั่วโมง ซึ่งหาได้จากสูตร

$$A(t) = 10(0.8)^t$$

รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ชั่วโมงที่ 28 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
--	--------------------	--

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 3 - 4

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1	จงหาค่าของ $x$ จากสมการต่อไปนี้ 1.1 $16^x = 4$ 1.2 $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$ 1.3 $(4)^{-x} = \frac{1}{64}$ 1.4 $3^x = \frac{1}{243}$ 1.5 $5^{2x} = 625$	1.1 ..... 1.2 ..... 1.3 ..... 1.4 ..... 1.5 .....
2	ชายคนหนึ่งกู้เงินจากธนาคารมา 850,000 บาท เพื่อซ่อมแซมบ้าน ถ้าจำนวนเงินที่เขาต้องจ่ายคืนทั้งหมดหาได้จากสูตร $f(n) = 850,000(1.08)^n$ เมื่อ $n$ แทนจำนวนปีที่จะต้องใช้คืน ถ้าเขาตกลงกับธนาคารว่าจะใช้เงินคืนภายในเวลา 5 ปี เขาจะต้องใช้เงินคืนธนาคารทั้งหมดประมาณเท่าใด และในจำนวนเงินที่ต้องคืนธนาคารมีดอกเบี้ยเป็นจำนวนเท่าใด	

คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....



## เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 11

- 1) 1.1  $\frac{1}{2}$   
 1.2 -4  
 1.3 3  
 1.4 -5  
 1.5 2
- 2) ใช้เงินคืนทั้งหมดประมาณ 2,098,928 บาท  
 ดอกเบี้ย 1,248,928 บาท

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัสวิชา ค31203

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

**แบบสรุปเนื้อหา**

รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 11

ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

ชั่วโมงที่ 27-28 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามใบกิจกรรม รหัสที่ 11 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ .....

.....  
 .....

2. ลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มีดังนี้

.....  
 .....  
 .....

3. โดเมนของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ .....

.....  
 .....

4. เรนจ์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ .....

.....  
 .....

5. ตัวอย่างของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ได้แก่

.....  
 .....  
 .....  
 .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม</b>	รหัสเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 11 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 ชั่วโมงที่ 27-28 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
---	------------------------------	--

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
  - 1.1  $y = 3^x$
  - 1.2  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
  - 1.3  $y = 2^{x+1}$
  
2. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้
  - 2.1  $6^x = \frac{1}{216}$
  - 2.2  $8(2^{9x}) = (64)^{x+3}$
  - 2.3  $5^{x+1} = 3^{x+1}$
  - 2.4  $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 60$
  - 2.5  $4^{2x} - 6(4^x) + 8 = 0$
  
3. ถ้าต้องการฝากเงิน 100,000 บาท โดยได้รับดอกเบี้ย 3% ต่อปี จงหาว่าเมื่อฝากเงินครบ 5 ปี จะได้รับเงินรวม (เงินต้นพร้อมดอกเบี้ย) เป็นจำนวนเท่าใด โดยใช้สูตร
 
$$f(t) = 100,000 \left(1 + \frac{0.03}{12}\right)^{12t}$$
 เมื่อ  $t$  เป็นจำนวนปีที่ฝาก และ  $f(t)$  เป็นเงินรวมที่ได้รับเมื่อฝากครบ  $t$  ปี

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12  
เรื่อง  
ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 สัปดาห์ที่ 15 ชั่วโมงที่ 29 – 30	เรื่อง ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	---	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้
  - 1.2 เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้
  - 1.3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่กำหนดให้ได้
  - 1.4 แก่สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
2. กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
3. การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
29	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ ว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้แล้ว นักเรียนจะสามารถ           <ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้</li> <li>- เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้</li> <li>- หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้</li> <li>- แก่สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้</li> </ul> </li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 12.1 แล้วช่วยกันสรุปความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ และการเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ โดยครูคอยตอบปัญหาข้อสงสัยของนักเรียน และอธิบายเพิ่มเติม แล้วบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา 12</li> <li>4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.1 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> </ol>

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
	5. นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ กลุ่มละ 1 ฟังก์ชัน โดยแต่ละกลุ่มกำหนดฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ขึ้นเอง
30	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูซักถามปัญหาต่าง ๆ ในการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.1 และการเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ว่ามีข้อสงสัยในเรื่องใด โดยครูอธิบายเพิ่มเติม และซักถามจนนักเรียนเข้าใจดี</li> <li>2. ทบทวนความรู้เรื่อง ความหมายและการเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 12.2 แล้วช่วยกันสรุปความรู้ลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 12</li> <li>4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.2 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> <li>5. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำรายงานเรื่อง การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ โดยใช้กราฟ กลุ่มละ 3 ข้อ เป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูผู้สอนนอกเวลาเรียน</li> </ol>

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ รหัสที่ 12.1 – 12.2
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.1 – 12.2
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 12

### แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

### หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.1 – 12.2
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 12
3. กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
4. รายงานเรื่อง การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟ

### การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้องครบถ้วน
5. การทำกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
6. การทำรายงาน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง และส่งตามกำหนดเวลา

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยาลัยนวัตกรรมการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบความรู้</b>	รหัสใบความรู้ที่ 12 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ชั่วโมงที่ 29 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

- 1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้
- 1.2 เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้
- 1.3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่กำหนดให้ได้

**สาระสำคัญ**

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = |x - a| + c$  เมื่อ  $a$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริง

**สาระการเรียนรู้**
**ความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์**

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป  $y = |x - a| + c$  เมื่อ  $a$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริง เช่น

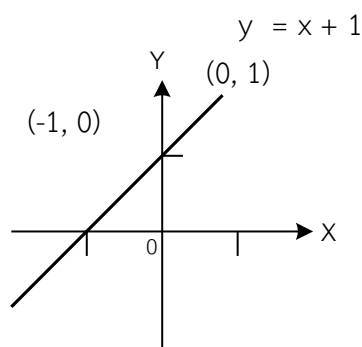
1.  $y = |x - 2| + 1$
2.  $y = |x + 1|$
3.  $y = |x - 1| + 1$

**กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์**

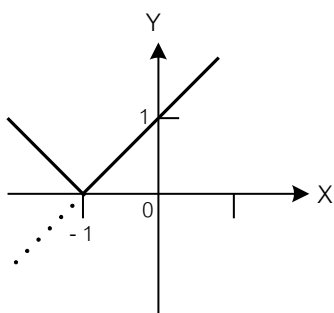
การเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ มีหลักดังต่อไปนี้

1. เขียนกราฟของสมการที่ไม่มีค่าสัมบูรณ์ก่อน
2. สะท้อนส่วนของกราฟที่อยู่ใต้แกน  $X$  ให้ขึ้นไปให้เหนือแกนทั้งหมด เพราะว่าค่า  $y$  นั้นเป็นค่าบวกเสมอ จึงจะได้กราฟค่าสัมบูรณ์  $y = |f(x)|$

**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนกราฟของ  $f(x) = |x + 1|$  พร้อมทั้งบอกโดเมนและเรนจ์ของ  $f$   
วิธีทำ ขั้นที่ 1 เขียนกราฟของ  $y = x + 1$  ก่อน จะได้กราฟดังนี้



ขั้นที่ 2 จากกราฟข้อ 1 ทำให้เราได้กราฟของ  $y = f(x) = |x + 1|$  ดังนี้



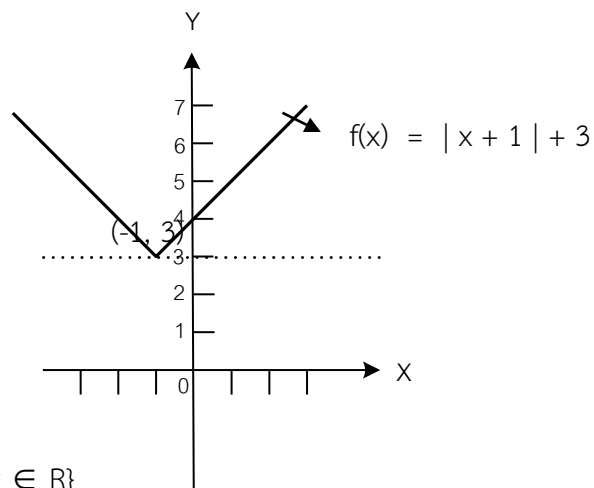
จะได้

$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 0\}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของ  $f(x) = |x + 1| + 3$  พร้อมทั้งบอกโดเมนและเรนจ์ของ  $f$   
วิธีทำ จาก  $f(x) = |x + 1| + 3$

x	0	1	2	3	-1	-2	-3
f(x)	4	5	6	7	3	4	5

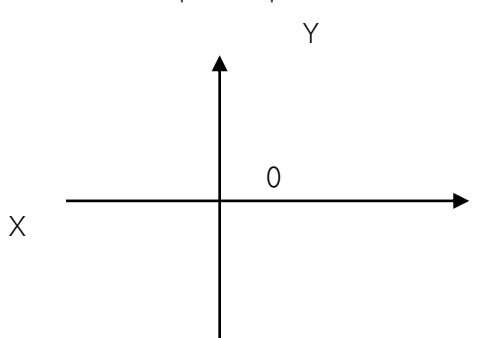
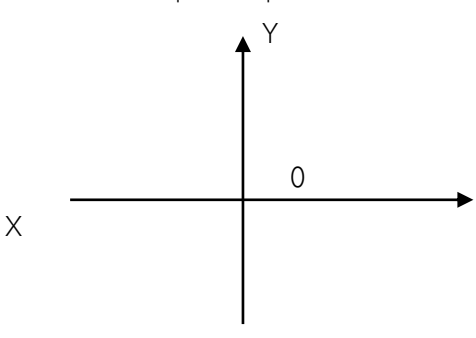
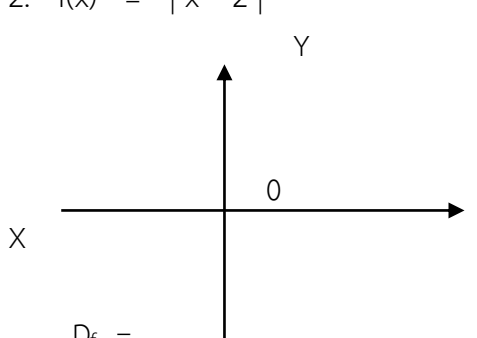
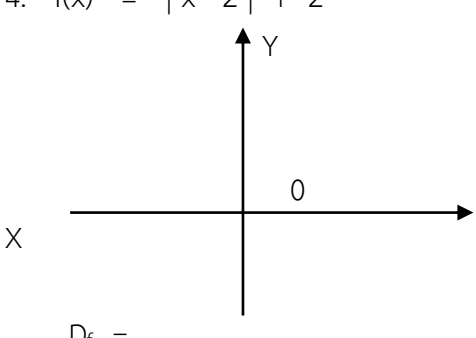


$\therefore D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$   
 $R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R} \text{ และ } y \geq 3\}$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 12.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ชั่วโมงที่ 29 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

**แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.2 – 1.3**

**คำชี้แจง**     ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์แต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

1. $f(x) =  x + 2 $  D <sub>f</sub> = ..... R <sub>f</sub> = .....	3. $f(x) =  x + 2  + 4$  D <sub>f</sub> = ..... R <sub>f</sub> = .....
2. $f(x) =  x - 2 $  D <sub>f</sub> = ..... R <sub>f</sub> = .....	4. $f(x) =  x - 2  + 2$  D <sub>f</sub> = ..... R <sub>f</sub> = .....

คะแนนที่ได้ = .....

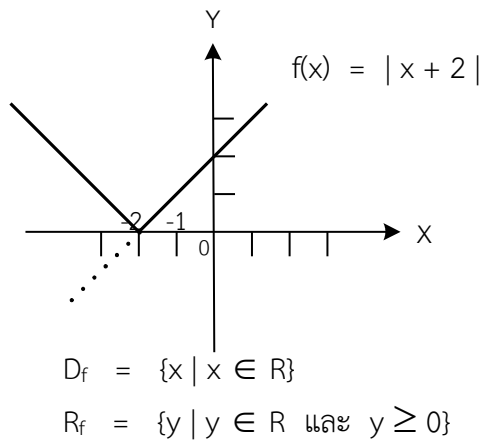
ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

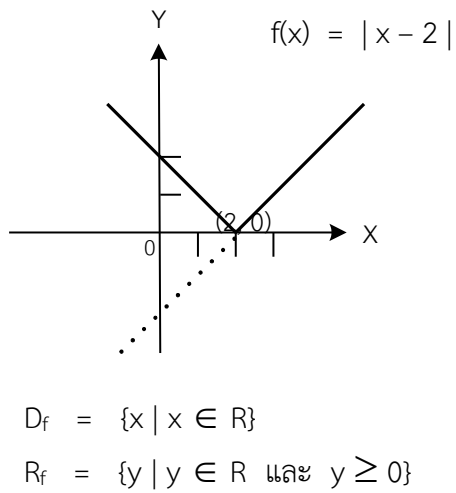
\* ถ้าเราไม่ฝึกคิด จะแก้โจทย์คณิตได้อย่างไร

## เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.1

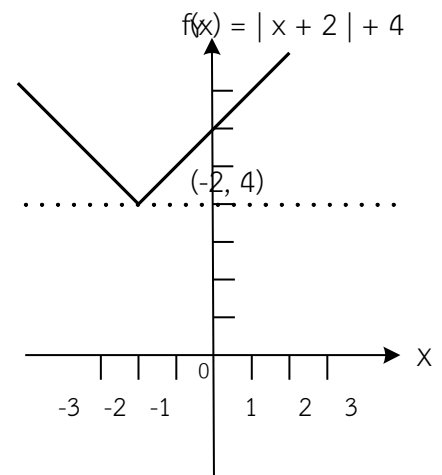
1)



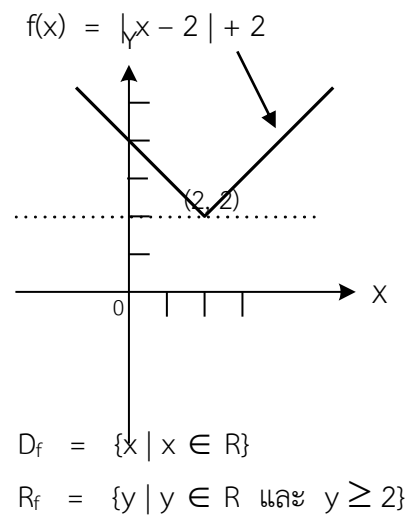
2)



3)



4)



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบความรู้</b>	รหัสใบความรู้ที่ 12.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ชั่วโมงที่ 30 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1.4 แก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้

### สาระสำคัญ

สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์สามารถหาคำตอบได้ โดยใช้ความรู้เรื่องกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

### สาระการเรียนรู้

## การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์

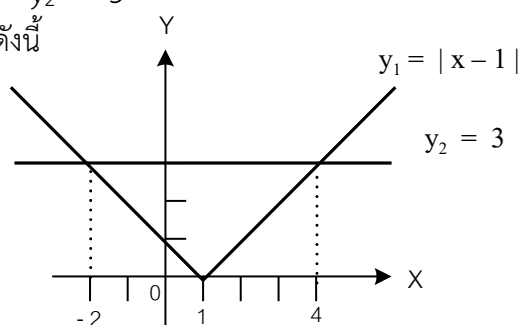
ในการแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ สามารถทำได้โดยใช้ความรู้ในเรื่องกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $|x - 1| = 3$  โดยใช้กราฟ

**วิธีทำ** ให้  $y_1 = |x - 1|$  และ  $y_2 = 3$

เขียนกราฟของ  $y_1$  และ  $y_2$  ได้ดังนี้

x	$y_1$	$y_2$
0	1	3
1	0	3
2	1	3
3	2	3
4	3*	3*
-1	2	3
-2	3*	3*



จากกราฟ จะเห็นว่า  $y_1 = y_2$  เมื่อ  $x = -2$  หรือ  $x = 4$

$\therefore |x - 1| = 3$  เมื่อ  $x = -2$  หรือ  $x = 4$



ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $|x+1| - 2 = 0$  โดยใช้กราฟ

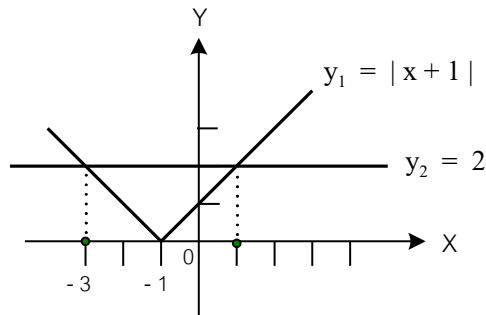
วิธีทำ จาก  $|x+1| - 2 = 0$

$$|x+1| = 2$$

ให้  $y_1 = |x+1|$  และ  $y_2 = 2$

เขียนกราฟของ  $y_1$  และ  $y_2$  ได้ดังนี้

x	$y_1$	$y_2$
-3	2	2
-2	1	2
-1	0	2
0	1	2
1	2	2
2	3	2
3	4	2



จากกราฟ จะเห็นว่า  $y_1 = y_2$  เมื่อ  $x = 1$  หรือ  $x = -3$

$\therefore |x+1| - 2 = 0$  เมื่อ  $x = 1$  หรือ  $x = -3$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $|x+4| + 4$  โดยใช้กราฟ

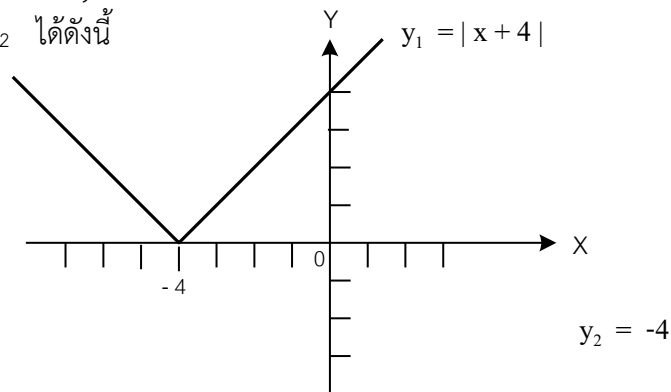
วิธีทำ จาก  $|x+4| + 4 = 0$

$$|x+4| = -4$$

ให้  $y_1 = |x+4|$  และ  $y_2 = -4$

เขียนกราฟของ  $y_1$  และ  $y_2$  ได้ดังนี้

x	$y_1$	$y_2$
-5	1	-4
-4	0	-4
-3	1	-4
-2	2	-4
-1	3	-4
0	4	-4
1	5	-4



จากกราฟ พบว่า ไม่มีค่า  $x$  ใดที่ทำให้  $y_1 = y_2$

$\therefore$  ไม่มีจำนวนจริง  $x$  ที่เป็นคำตอบของสมการ  $|x+4| - 4 = 0$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 12.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12 ชั่วโมงที่ 30 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.4

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแก้สมการแต่ละข้อต่อไปนี้โดยอาศัยความรู้เรื่อง กราฟของฟังก์ชัน  
ค่าสัมบูรณ์

ข้อที่	สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์	คำตอบ
1	$ x + 5  = 0$	
2	$ x - 6  = 0$	
3	$ x  - 2 = 0$	
4	$ x + 2  - 4 = 0$	
5	$ x + 5  = 5$	
6	$ x + 3  - 1 = 0$	
7	$ x - 4  = 6$	
8	$ x + 1  - 5 = 0$	
9	$ x + 4  - 3 = 0$	
10	$ x  = 7$	

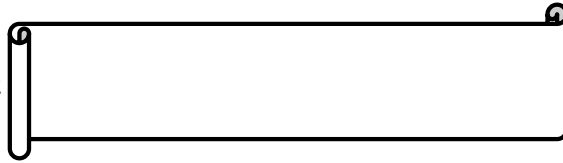
คะแนนที่ได้ = .....

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

★ เรียนคณิตศาสตร์  
ในวันนี้เพื่ออนาคต  
ที่ดีในวันหน้า

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.2



1)  $x = -5$

2)  $x = 6$

3)  $x = -2$  หรือ  $x = 2$

4)  $x = -6$  หรือ  $x = 2$

5)  $x = -10$  หรือ  $x = 0$

6)  $x = -2$  หรือ  $x = -4$

7)  $x = -2$  หรือ  $x = 10$

8)  $x = -5$  หรือ  $x = 4$

9)  $x = -7$  หรือ  $x = -1$

10)  $x = 7$  หรือ  $x = -7$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13  
เรื่อง  
ฟังก์ชันขั้นบันได

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 สัปดาห์ที่ 16 ชั่วโมงที่ 31	เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันได จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา
---	--	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
  - 1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันขั้นบันไดได้
  - 1.2 เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
  - 2.1 ในการแก้ปัญหา
  - 2.2 ในการให้เหตุผล
  - 2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
  - 2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
  - 3.1 มีความรับผิดชอบ
  - 3.2 มีความซื่อสัตย์
  - 3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
  - 3.4 มีระเบียบวินัย

### สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของฟังก์ชันขั้นบันได
2. กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได

### กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
31	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ           <ul style="list-style-type: none"> <li>- บอกความหมายของฟังก์ชันขั้นบันไดได้</li> <li>- เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้</li> </ul> </li> <li>2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ โดยใช้การถาม-ตอบ</li> <li>3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 13 แล้วร่วมกันสรุปความหมายของฟังก์ชันขั้นบันได และการเขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันได โดยครูคอยอธิบายเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนสงสัย</li> <li>4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 13.1 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง</li> <li>5. นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันได กลุ่มละ 1 ตัวอย่าง เป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูนอกเวลาเรียน</li> </ol>

### สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ รหัสที่ 13
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 13

**แหล่งการเรียนรู้**

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

**หลักฐานการเรียนรู้**

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 13
2. กราฟของฟังก์ชันชั้นบันได

**การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้**

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำกราฟของฟังก์ชันชั้นบันได	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง สวยงาม

**บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้****สรุปผลการเรียนรู้**

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา**

.....

.....

.....

.....

.....

**ข้อเสนอแนะ**

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กิรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยาลัยนวัตกรรมการพิเศษ โรงเรียนเมืองรัตวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>ใบความรู้</b>	รหัสใบความรู้ที่ 13 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 ชั่วโมงที่ 31 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	------------------	---

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันขั้นบันไดได้
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้

### สาระสำคัญ

ฟังก์ชันขั้นบันได เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริงและมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่า 2 ช่วง ซึ่งกราฟของฟังก์ชันนี้มีลักษณะคล้ายขั้นบันได

### สาระการเรียนรู้

## ความหมายของฟังก์ชันขั้นบันได

**ฟังก์ชันขั้นบันได** คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมน เป็นสับเซตของจำนวนจริง และมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่าสองช่วง เช่น

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{เมื่อ } 0 < x \leq 4 \\ 4 & \text{เมื่อ } 4 < x \leq 8 \\ 5 & \text{เมื่อ } 8 < x \leq 12 \end{cases}$$

ฟังก์ชันขั้นบันไดที่พบเห็นในชีวิตประจำวันได้แก่ อัตราค่าบริการไปรษณีย์ภัณฑ์ประเภทต่าง ๆ เช่น จดหมาย พัสดุ พัสดุไปรษณีย์ เป็นต้น อัตราค่าธรรมเนียมในการส่งธนาณัติ และอัตราภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา

## กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได

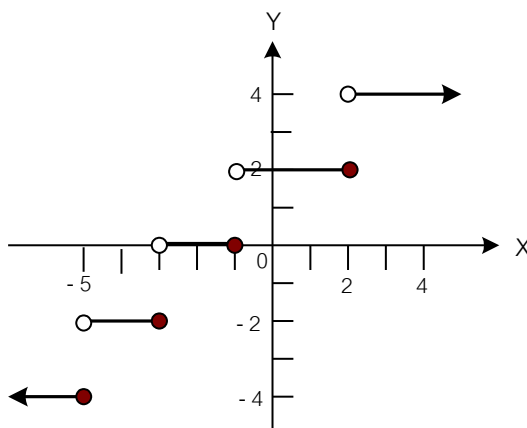
กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได จะเป็นกราฟที่มีลักษณะคล้ายขั้นบันได ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดฟังก์ชัน

$$f(x) = \begin{cases} -4 & \text{เมื่อ } x \leq -5 \\ -2 & \text{เมื่อ } -5 < x \leq -3 \\ 0 & \text{เมื่อ } -3 < x \leq -1 \\ 2 & \text{เมื่อ } -1 < x \leq 2 \\ 4 & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

### วิธีทำ



ตัวอย่างที่ 2 อัตราค่าไปรษณียากร สำหรับส่งจดหมายในประเทศ มีดังนี้

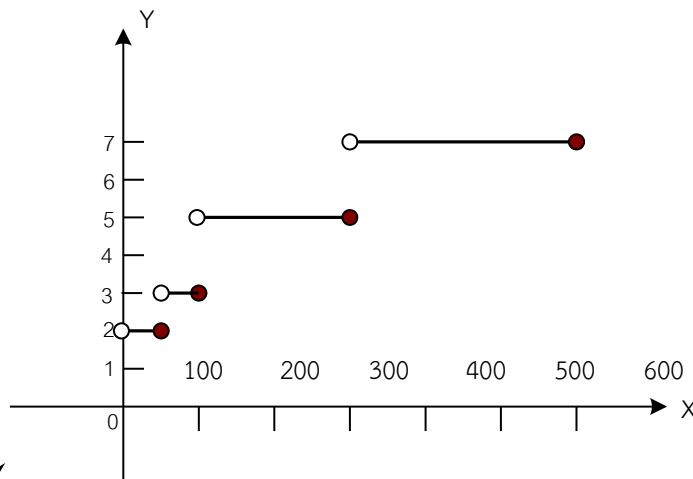
น้ำหนัก	ค่าส่ง (บาท)
ไม่เกิน 40 กรัม	2.00
เกิน 40 กรัมแต่ไม่เกิน 100 กรัม	3.00
เกิน 100 กรัมแต่ไม่เกิน 300 กรัม	5.00
เกิน 300 กรัมแต่ไม่เกิน 600 กรัม	7.00

จงเขียนฟังก์ชันต่อไปนี้ในรูป  $f(x)$  เมื่อ  $x$  เป็นน้ำหนักของจดหมาย และ  $f(x)$  เป็นราคาส่งจดหมาย พร้อมทั้งเขียนกราฟฟังก์ชัน

วิธีทำ กำหนด  $f(x)$  = ราคาส่งจดหมาย และ  $x$  = น้ำหนักของจดหมาย จะเขียนฟังก์ชัน  $f(x)$  ได้ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{เมื่อ } 0 < x \leq 40 \\ 3 & \text{เมื่อ } 40 < x \leq 100 \\ 5 & \text{เมื่อ } 100 < x \leq 300 \\ 7 & \text{เมื่อ } 300 < x \leq 600 \end{cases}$$

กราฟของฟังก์ชัน  $f$  มีลักษณะ ดังรูป



ข้อสังเกต

ความสัมพันธ์ขั้นบันไดบางความสัมพันธ์อาจไม่เป็นฟังก์ชันก็ได้ ซึ่งจุดที่จะทำให้ความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่เป็นฟังก์ชันก็คือ ตรงรอยต่อของแต่ละช่วง ถ้ามีการใช้ซ้ำกันก็จะเป็นฟังก์ชัน ดังตัวอย่างที่ 1 เป็นต้น



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	<b>แบบฝึกทักษะ</b>	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 13 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13 ชั่วโมงที่ 31 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
---	--------------------	---

### แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.2

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันชั้นชั้นบันไดในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	ฟังก์ชันที่กำหนดให้	กราฟของฟังก์ชัน
1	$f(x) = \begin{cases} 2, & 0 < x \leq 20 \\ 3, & 20 < x \leq 100 \\ 5, & 100 < x \leq 250 \\ 9, & 250 < x \leq 500 \\ 16, & 500 < x \leq 1,000 \\ 30, & 1,000 < x \leq 2,000 \end{cases}$	
2	$f(x) = \begin{cases} 4, & 0 < x \leq 6 \\ 6, & 6 < x \leq 8 \\ 8, & 8 < x \leq 10 \end{cases}$	
3	$f(x) = \begin{cases} 15, & 0 < x \leq 1,000 \\ 10, & x > 1,000 \end{cases}$	

คะแนนที่ได้ = .....

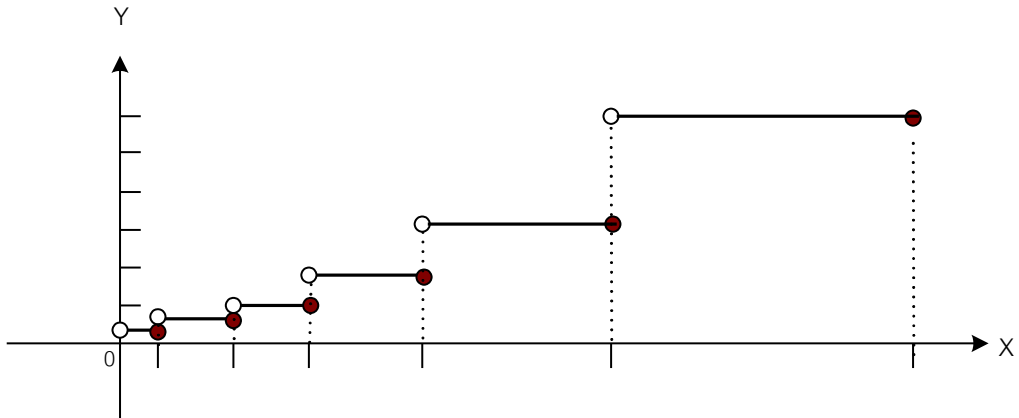
ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

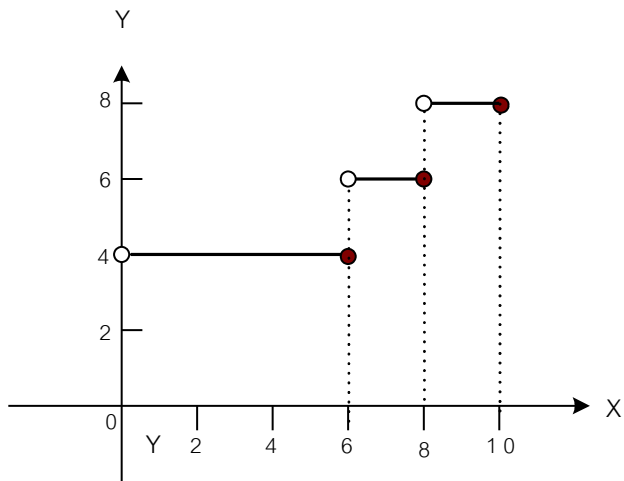
★ **เรียนคณิตศาสตร์**  
ให้สนุก อย่าเป็นทุกข์  
และกังวล นะจ๊ะ

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 13

1)



2)



3)

