

แผนการจัดการเรียนรู้
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32101
ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565

นายปิยะชัย อาสาสอน
ตำแหน่ง ครู
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม
ตำบลนาซำ อำเภอห่มเกล้า จังหวัดเพชรบูรณ์
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเพชรบูรณ์

การนิเทศแผนการสอน

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค32101

มัธยมศึกษาปีที่ 5

ความเห็นหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

.....
.....
.....

ลงชื่อ

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความเห็นหัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....
.....
.....

ลงชื่อ

(นางรัชฎา บัวพันธ์)

หัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

ความเห็นรองผู้อำนวยการสถานศึกษา

.....
.....
.....

ลงชื่อ

(นายไพโรจน์ เดชะรัตนางกูร)

รองผู้อำนวยการโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

ความเห็นผู้อำนวยการสถานศึกษา

.....
.....
.....

ลงชื่อ

(นายไพโรจน์ ทองเพ็ญ)

ผู้อำนวยการโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

การวิเคราะห์หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4 – ม. 6)

หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ชั้น ม.5 2 คาบ / สัปดาห์ 1.0 หน่วยการเรียนรู้

ค 32101 คณิตศาสตร์ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 1 จำนวน 1.0 หน่วยกิต เวลา 40 ชั่วโมง

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกทักษะการแก้ปัญหา ในสาระต่อไปนี้

เลขยกกำลัง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่ n ของจำนวนจริง และเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ฟังก์ชัน ฟังก์ชัน ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

โดยใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน สามารถเชื่อมโยงความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆและใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ ความรอบคอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

หน่วยการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้

ผู้สอนได้วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32101 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ได้ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
1	เลขยกกำลัง	1.1 เลขยกกำลังที่ทีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	1. เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
		1.2 รากที่ n ของจำนวนจริง	1. เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
		1.3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	1. เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
2	ฟังก์ชัน	2.1 ฟังก์ชัน	1. ใช้ฟังก์ชันและกราฟอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
		2.2 ฟังก์ชันเชิงเส้น	1. ใช้ฟังก์ชันและกราฟอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
		3.2 ฟังก์ชันกำลังสอง	1. ใช้ฟังก์ชันและกราฟอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
		ฟังก์ชันขั้นบันได	1. ใช้ฟังก์ชันและกราฟอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
		ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล	1. ใช้ฟังก์ชันและกราฟอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

วิสัยทัศน์การเรียนรู้คณิตศาสตร์

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง และตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อ ดังนั้นจึงเป็นความรับผิดชอบของสถานศึกษาที่ต้องจัดสาระการเรียนรู้ที่เหมาะสมแก่ผู้เรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์และต้องการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้นให้ถือเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้แก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความถนัดและความสนใจ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ที่ทัดเทียมกับนานาชาติอารยประเทศ

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4 ผู้เรียนควรจะสามารถดังนี้

- มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริงและสามารถนำระบบจำนวนจริงไปใช้ได้
- นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทางและความสูงและแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด
- มีความเข้าใจและสามารถใช้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
- มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต และการดำเนินการของเซต สามารถบอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพแทนเซต มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันสามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
- สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
- สามารถสำรวจ รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้
- นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ไปใช้ได้
- มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

การเตรียมการจัดการเรียนรู้

ผู้สอนได้ดำเนินการเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32101 ดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสอน ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32102 ผู้สอนได้ดำเนินการดังนี้

- 1.1 สอนโดยยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ
- 1.2 ให้นักเรียนศึกษาและค้นพบคำตอบด้วยตนเอง
- 1.3 ฝึกทักษะเป็นรายบุคคล และเป็นกลุ่ม
- 1.4 จัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ

2. จัดทำสื่อการเรียนรู้ ผู้สอนได้จัดทำสื่อการเรียนรู้ ประกอบการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับวิธีการสอนที่ยึดนักเรียนเป็นสำคัญดังนี้

- 2.1 เอกสารแนะแนวทาง
- 2.2 ใบความรู้
- 2.3 แบบฝึกทักษะ
- 2.4 เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม
- 2.5 โจทย์แข่งขันเกมคณิตศาสตร์

3. จัดทำเครื่องมือวัดผลและประเมินผล ผู้สอนได้จัดทำเครื่องมือวัดผลและประเมินผล เพื่อใช้ตรวจสอบว่าการเรียนการสอนนั้นบรรลุวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ ดังต่อไปนี้

- 3.1 สร้างแบบทดสอบก่อนเรียน / หลังเรียน รวมตลอดภาคเรียน จำนวน 40 ข้อ
- 3.2 สร้างแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ รวม 20 ข้อ
- 3.3 สร้างแบบทดสอบกลางภาค จำนวน 20 ข้อ

4. กำหนดแผนหลัก วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32101 ซึ่งประกอบด้วย

- 4.1 แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 14 แผน
- 4.2 สัปดาห์ที่ จำนวนชั่วโมงสอน ชั่วโมงที่สอน
- 4.3 จุดประสงค์การเรียนรู้
- 4.4 สาระการเรียนรู้ ยึดตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
- 4.5 สื่อการเรียนรู้ ให้ใช้ตามข้อ 2
- 4.6 การวัดผลและประเมินผล ยึดตามแผนหลัก ดังนี้

กำหนดการวัดผล วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32101
ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา(ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
1	เลขยกกำลัง 1.1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม 1.2 รากที่ n ของจำนวนจริง 1.3 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	25	40
2	ฟังก์ชัน 2.1 ฟังก์ชัน 2.2 ฟังก์ชันเชิงเส้น 2.3 ฟังก์ชันกำลังสอง 2.4 ฟังก์ชันขั้นบันได 2.5 ฟังก์ชันเอกโพเนนเชียล	15	30
สอบปลายภาค			30
รวมตลอดภาคเรียน			100

หมายเหตุ จำนวนคะแนนและข้อสอบกำหนดได้ตามความเหมาะสม

การดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32101
ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คาบที่ 1
ปฐมนิเทศก่อนเรียน

คาบที่ 1
ปฐมนิเทศ
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32101
ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

1. ผู้สอน
2. หน่วยการเรียนรู้ 1.0 หน่วยการเรียนรู้
3. จำนวนชั่วโมงเรียน 2 ชั่วโมง / สัปดาห์, 40 ชั่วโมง / ภาคเรียน
4. การวัดผลและประเมินผล
 - 4.1 อัตราส่วนของคะแนนระหว่างภาคเรียน : ปลายภาค = 70 : 30
คะแนนระหว่างภาคเรียน ประกอบด้วย
 - คะแนนรายจุดประสงค์ (หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 – 2) ซึ่งประเมินทั้ง 3 ด้าน คือ
ด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการ และด้านคุณลักษณะ 50 คะแนน
 - คะแนนสอบกลางภาค 20 คะแนน
 - คะแนนปลายภาค 30 คะแนน
 - 4.2 การประเมินการอ่าน คิด วิเคราะห์เขียน ด้วยเกณฑ์ขั้นต่ำ
 - 4.3 การประเมินคุณลักษณะต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำตามที่กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์กำหนด
5. เกณฑ์การให้ระดับผลการเรียน มีดังนี้

0 – 49	ได้รับระดับผลการเรียน	0
50 – 54	ได้รับระดับผลการเรียน	1
55 – 59	ได้รับระดับผลการเรียน	1.5
60 – 64	ได้รับระดับผลการเรียน	2
65 – 69	ได้รับระดับผลการเรียน	2.5
70 – 74	ได้รับระดับผลการเรียน	3
75 – 79	ได้รับระดับผลการเรียน	3.5
80 – 100	ได้รับระดับผลการเรียน	4
6. เวลาเรียน

นักเรียนต้องมีเวลาเรียนไม่น้อยกว่า 80% คือไม่ต่ำกว่า 32 ชั่วโมง และขาดได้ไม่เกิน 8 ชั่วโมง

7. กำหนดเวลาเรียน

เรียนสัปดาห์ละ 2 ชั่วโมง ภายในช่วงวันจันทร์ – ศุกร์ ถ้าเวลาเรียนไม่ครบ 40 ชั่วโมงต่อภาคเรียน ต้องเรียนชดเชยในเวลาว่างหรือวันหยุด เพื่อให้ครบตามที่ระบุไว้

8. อุปกรณ์การเรียน

สมุดปกแข็ง 1 เล่ม สำหรับจดงานและทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เพื่อส่งเสริมความแม่นยำในการเรียนรู้ตามที่ได้รับมอบหมายในแต่ละชั่วโมง

9. จุดประสงค์การเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32101

ผู้สอนพิมพ์แจก

คำอธิบายรายวิชา

ค 32101 คณิตศาสตร์ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
ภาคเรียนที่ 1 จำนวน 1.0 หน่วยกิต เวลา 40 ชั่วโมง

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกทักษะการแก้ปัญหา ในสาระต่อไปนี้

เลขยกกำลัง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่ n ของจำนวนจริง และเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

ฟังก์ชัน ฟังก์ชัน ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

โดยใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน สามารถเชื่อมโยงความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆและใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์

เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ ความรอบคอบ มีวิจรรย์ญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เลขยกกำลัง	เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
วิชาคณิตศาสตร์ 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 2 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

มาตรฐานการเรียนรู้

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของจำนวนและการใช้
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง
การดำเนินการต่างๆ และการใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้
กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
- ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 เข้าใจความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ
การหารจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูป
กรณฑ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1. ด้านความรู้**
นักเรียนสามารถ
 - 1.1 บอกสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้
 - 1.2 เขียนและคำนวณการบวก ลบ คูณและหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้
- 2. ด้านทักษะกระบวนการ**
นักเรียนสามารถ
 - 2.1 มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
 - 2.2 มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
 - 2.3 มีทักษะในการใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการประยุกต์ใช้ได้
- 3. ด้านคุณลักษณะ**
นักเรียนต้องเป็นผู้ที่

- 3.1 มีความรับผิดชอบ
- 3.2 มีระเบียบวินัย
- 3.3 ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

ทบทวนการบวก ลบ คูณและหารที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนจริง

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน

ครูทบทวนเกี่ยวกับระบบจำนวน โดยใช้การถามตอบ จากนั้นครูยกตัวอย่างจำนวน แล้วลองให้ นักเรียน
 ลองหาค่า เช่น $1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, $3^3 = 3 \times 3 \times 3$

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

1. ครูให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างในขั้นนำเข้าสู่บทเรียน จาก $1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$,
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, $3^3 = 3 \times 3 \times 3$

ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม เช่น $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$

ครูอธิบายนักเรียนว่า จำนวนข้างต้นนี้เรียกว่า เลขยกกำลัง โดยมีนิยามว่า

บทนิยาม ถ้า a เป็นจำนวนจริงและ n เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

เรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง

เรียก a ว่า ฐานของเลขยกกำลัง

และ เรียก n ว่า เลขชี้กำลัง

2. ครูยกตัวอย่างการคูณและการหารเลขยกกำลัง เช่น

- | | | |
|---------------------------------|---|--------------------|
| 1) $2^2 \cdot 2^3$ | = | ตอบ 32 |
| 2) $(3^3)^2$ | = | ตอบ 729 |
| 3) $(5 \cdot 4)^2$ | = | ตอบ 400 |
| 4) $\left(\frac{2}{9}\right)^2$ | = | ตอบ $\frac{4}{81}$ |

$$5) \frac{2^5}{2^3} = \quad \text{ตอบ} \quad 4$$

โดยสุ่มเลือกนักเรียน 5 คนมาหาคำตอบตามหลักการคูณและการหารจำนวนจริงโดยปกติ โดยให้ทำบนกระดาน

3. หลังจากนั้นครูแนะนำว่าการคูณหรือหารของเลขยกกำลังสามารถทำได้ง่ายขึ้นโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลังพร้อมตัวอย่าง เช่น

ทฤษฎีบท ถ้า a, b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0 และ m, n เป็นจำนวนเต็ม จะได้

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ เช่น $2^2 \cdot 2^3 = 2^5 = 32$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$ เช่น $(3^3)^2 = 3^6 = 729$
3. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ เช่น $(5 \cdot 4)^2 = 5^2 \cdot 4^2 = 400$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ โดยที่ $b \neq 0$ เช่น $\left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{2^2}{9^2} = \frac{4}{81}$
5. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ เช่น $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$
6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ เมื่อ $a \neq 0$ เช่น $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$
7. $a^0 = 1$ เมื่อ $a \neq 0$

4. ครุยกตัวอย่างการทำจำนวนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยใช้สมบัติของเลขยกกำลังบนกระดาน เช่น

$$1) \quad 2^3 \cdot 2^4 = \quad 2^{3+4} = \quad 2^7 =$$

128

- 2) $\frac{2^5}{2^2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$
- 3) $\frac{3^2}{3^5} = 3^{2-5} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$
- 4) $(2^3)^4 = 2^{12} = 4096$
- 5) $(3 \times 4)^2 = 12^2 = 144$
- 6) $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$
- 7) $5^{-2} = \frac{1}{25}$
- 8) $\frac{1}{4^{-2}} = 16$

5. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติมในการทำจำนวนให้อยู่ในรูปอย่างง่าย โดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง

$$1) \left(\frac{x}{y}\right)^3 \left(\frac{y^2x}{z}\right)^4$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \left(\frac{x}{y}\right)^3 \left(\frac{y^2x}{z}\right)^4 &= \frac{x^3}{y^3} \cdot \frac{y^{(4)(2)}x^4}{z^4} \\ &= \frac{x^3}{y^3} \cdot \frac{y^8x^4}{z^4} \\ &= \frac{x^{3+4}y^{8-3}}{z^4} \\ &= \frac{x^7y^5}{z^4} \end{aligned}$$

$$2) \left(\frac{a^5b^3c^2}{a^4b^7}\right)^3$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \left(\frac{a^5b^3c^2}{a^4b^7}\right)^3 &= \frac{a^{(5)(3)}b^{(3)(3)}c^{(2)(3)}}{a^{(4)(3)}b^{(7)(3)}} \\ &= \frac{a^{15}b^9c^6}{a^{12}b^{21}} \\ &= \frac{a^{15-12}c^6}{b^{21-9}} \\ &= \frac{a^3c^6}{b^{12}} \end{aligned}$$

$$3) \left(\frac{a^2b^{-1}}{a^{-2}b^{-4}}\right)^{-3} \left(\frac{a^{-2}b^2}{a^{-5}b^{-3}}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \left(\frac{a^2b^{-1}}{a^{-2}b^{-4}}\right)^{-3} \left(\frac{a^{-2}b^2}{a^{-5}b^{-3}}\right)^2 &= \left(a^{2-(-2)}b^{-1-(-4)}\right)^{-3} \left(a^{-2-(-5)}b^{2-(-3)}\right)^2 \\ &= \left(a^4b^3\right)^{-3} \left(a^3b^5\right)^2 \\ &= a^{(4)(-3)} \cdot b^{(3)(-3)} \cdot a^{(3)(2)} \cdot b^{(5)(2)} \\ &= a^{-12} \cdot b^{-9} \cdot a^6 \cdot b^{10} \\ &= a^{-12+6} \cdot b^{-9+10} \\ &= a^{-6} \cdot b^1 \\ &= \frac{b}{a^6} \end{aligned}$$

6. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติมในการทำใช้สมบัติของเลขยกกำลังเพื่อหาค่า

$$1) \frac{7^{n+2} - 28 \cdot 7^{n-1}}{7^n}$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \frac{7^{n+2} - 28 \cdot 7^{n-1}}{7^n} &= \frac{(7^n \cdot 7^2) - (28 \cdot 7^n \cdot 7^{-1})}{7^n} \\
 &= \frac{7^n(7^2 - 28 \cdot 7^{-1})}{7^n} \\
 &= (7^2 - 28 \cdot \frac{1}{7}) \\
 &= 49 - 4 = 45
 \end{aligned}$$

$$2) \frac{6 \cdot 2^{n+1} - 2^{n+4}}{2^{n+2} \cdot 7}$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \frac{6 \cdot 2^{n+1} - 2^{n+4}}{2^{n+2} \cdot 7} &= \frac{(6 \cdot 2^n \cdot 2^1) - (2^n \cdot 2^4)}{2^n \cdot 2^2 \cdot 7} \\
 &= \frac{2^n(6 \cdot 2^1) - (2^4)}{2^n \cdot 2^2 \cdot 7} \\
 &= \frac{12 - 16}{4 \cdot 7} \\
 &= \frac{-4}{28} = -\frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

$$3) \frac{2^{-3} \cdot 3^{-5}}{3^{-5} \cdot 2^0}$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \frac{2^{-3} \cdot 3^{-5}}{3^{-5} \cdot 2^0} &= \frac{2^{-3} \cdot 3^{-5}}{3^{-5} \cdot 2^0} \\
 &= 2^{-3} = \frac{1}{8}
 \end{aligned}$$

$$4) \frac{28^3 \cdot 15^5}{20 \cdot 21^4}$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \frac{28^3 \cdot 15^5}{20 \cdot 21^4} &= \frac{(7 \cdot 2^2)^3 \cdot (5 \cdot 3)^5}{(5 \cdot 2^2)^4 \cdot (7 \cdot 3)^4} \\
 &= \frac{7^3 \cdot 2^{(2)(3)} \cdot 5^5 \cdot 3^5}{5^4 \cdot 2^{(2)(4)} \cdot 7^4 \cdot 3^4} \\
 &= \frac{7^3 \cdot 2^6 \cdot 5^5 \cdot 3^5}{5^4 \cdot 2^8 \cdot 7^4 \cdot 3^4} \\
 &= \frac{5^{5-4} \cdot 3^{5-4}}{2^{8-6} \cdot 7^{4-3}} \\
 &= \frac{5 \cdot 3}{2^2 \cdot 7} \\
 &= \frac{15}{28}
 \end{aligned}$$

7. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 2 ข้อ 2,3,6 ตัวอย่างที่ 3 ข้อ 3,4 ตัวอย่างที่ 4 ข้อ 2,4 ในเอกสารประกอบการเรียนโดยใช้เวลา 15 นาที แล้วให้นักเรียนมาเฉลยบนกระดาน

กิจกรรมรวบยอด

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับ สมบัติของเลขยกกำลัง
9. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ worksheet 1 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่องเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มเป็นการบ้าน และกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2251 จัดทำโดย สสวท.
2. เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง เลขยกกำลัง
3. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบัน PDCA Education

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
----------	---------	---------------	-----------------

สาระสำคัญ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	-แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet1) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	-แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet1) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในห้องเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความ	- แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet1) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet1) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

บันทึกหลังการสอน
ผลการสอน

.....
.....
.....
.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เลขยกกำลัง	เรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริง
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 4 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

มาตรฐานการเรียนรู้

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของจำนวนและการใช้
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และการใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
- ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 เข้าใจความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้**
นักเรียนสามารถ
 - 1.1 บอกสมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้
 - 1.2 เขียนและคำนวณการบวก ลบ คูณและหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้
- ด้านทักษะกระบวนการ**
นักเรียนสามารถ
 - 2.1 มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
 - 2.2 มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
 - 2.3 มีทักษะในการใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการประยุกต์ใช้ได้
- ด้านคุณลักษณะ**
นักเรียนต้องเป็นผู้ที่

- 3.1 มีความรับผิดชอบ
- 3.2 มีระเบียบวินัย
- 3.3 ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

การหารากที่สอง สามารถหารากที่สองได้ 3 วิธี

1. การแยกตัวประกอบ
2. การหารากที่สองโดยการประมาณ
3. การประมาณโดยวิธีการหารยาว
4. การหารากที่สองโดยใช้เครื่องคำนวณ

การหารากที่สาม สามารถหาโดยการหาค่าประมาณ

รากที่ n ของจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์

บทนิยาม ให้ a, b เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1
 b เป็นรากที่ n ของ a ก็ต่อเมื่อ $b^n = a$

ค่าหลักของรากที่ n

บทนิยาม ให้ a เป็นจำนวนจริงที่มีรากที่ n จะกล่าวว่าจำนวนจริง b เป็นค่าหลักของรากที่ n ของ a ก็ต่อเมื่อ

1. b เป็นรากที่ n ของ a
2. $a \cdot b \geq 0$

แทนค่าหลักของรากที่ n ของ a ด้วย $\sqrt[n]{a} = b$

กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียน

ครูสร้างความสนใจให้กับนักเรียนโดยการเริ่มจากการหาค่าประมาณของกรณฑ์แบบง่ายๆ โดยยกตัวอย่างที่นักเรียนสามารถเห็นได้ชัดเจนและทำได้หลายวิธี

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

1. ครูทบทวนการหารากที่สองของจำนวนต่างๆ
2. ครูยกตัวอย่างการหารากแบบต่างๆ บนกระดาน และใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ ดังนี้
 - 1) การแยกตัวประกอบ มีขั้นตอนดังนี้

- แยกตัวประกอบของจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง
- จัดให้ตัวประกอบอยู่ในรูปวงเล็บยกกำลังสอง หรือ $()^2$
- รากที่สอง คือ ผลคูณของจำนวนในวงเล็บ

ตัวอย่างที่ 1 จงหารากที่สองของ 225

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad 225 &= 5 \times 45 \\
 &= 5 \times 5 \times 3 \times 3 \\
 &= (5 \times 3)^2 \\
 &= 15^2
 \end{aligned}$$

ดังนั้น รากที่สองของ 225 คือ 15

ตัวอย่างที่ 2 จงหารากที่สองของ 1024

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad 1024 &= 512 \times 2 \\
 &= 128 \times 4 \times 2 \\
 &= 32 \times 4 \times 4 \times 2 \\
 &= 32 \times 32
 \end{aligned}$$

ดังนั้น รากที่สองของ 1024 คือ 32

ตัวอย่างที่ 3 จงหารากที่สองของ 324

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad 324 &= 162 \times 2 \\
 &= 54 \times 3 \times 2 \\
 &= 9 \times 6 \times 3 \times 2 \\
 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \\
 &= (3 \times 3 \times 2)^2 \\
 &= 18^2
 \end{aligned}$$

ดังนั้น รากที่สองของ 324 คือ 18

2) การหารากที่สองโดยวิธีการประมาณ

ในการหารากที่สองของจำนวนเต็มบวก แล้วรากที่สองของจำนวนเต็มบวกนั้นไม่เป็นจำนวนเต็ม ค่าที่ได้จะเป็นจำนวนอตรรกยะ เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้ จึงหาค่าประมาณของจำนวนอตรรกยะนั้น โดยการหารากที่สองใกล้เคียงกับจำนวนที่สามารถหารากที่สองได้ และประมาณรากที่สองของจำนวนนั้นด้วยรากที่สองของจำนวนที่ใกล้เคียงนั้น ดังตัวอย่าง เช่น

8 ใกล้เคียงกับ 9 และ $\sqrt{9} = 3$ ดังนั้น $\sqrt{8} \approx 3$

23 ใกล้เคียงกับ 25 และ $\sqrt{25} = 5$ ดังนั้น $\sqrt{23} \approx 5$

120 ใกล้เคียงกับ 121 และ $\sqrt{121} = 11$ ดังนั้น $\sqrt{120} \approx 11$

นอกจากการประมาณหารากที่สองที่เป็นจำนวนอตรรกยะ ด้วยจำนวนเต็มแล้ว เราสามารถประมาณเป็นทศนิยมได้

ตัวอย่าง จงหาค่าประมาณของ

ขั้นที่ 1 หาจำนวนเต็มบวกสองจำนวนเรียงกัน ที่กำลังสองของจำนวนเต็มบวกนั้นมีค่าน้อยกว่าและมากกว่าจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง เช่น ต้องการหารากที่สองของ 5 จำนวนเต็มสองจำนวนน่าจะเป็น 2 และ 3 โดยที่ $2^2 < 5 < 3^2$

$2 < \sqrt{5} < 3$ แสดงว่ารากที่สองของ 5 อยู่ระหว่าง 2 กับ 3

ขั้นที่ 2 นำจำนวนเต็มทั้งสองที่หาได้ในขั้นที่ 1 มาหาค่าเฉลี่ย จะได้ $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$

ขั้นที่ 3 นำค่าเฉลี่ยของขั้นที่ 2 ไปหารจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง แล้วพิจารณาว่า จำนวนที่ต้องการหารากที่สองอยู่ระหว่างสองจำนวนใด นั่นคือ $\frac{5}{2.5} = 2$ แสดงว่า $\sqrt{5}$ อยู่ระหว่าง 2 กับ 2.5

จะได้ $2^2 < (\sqrt{5})^2 < 2.5^2$

$2 < \sqrt{5} < 2.5$

ขั้นที่ 4 นำจำนวนทั้งสองที่หาได้จากขั้นที่ 3 มาหาค่าเฉลี่ยเช่นเดียวกับขั้นที่ 2 และ 3 ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะได้ค่า ของรากที่สองของจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง ตามตำแหน่งทศนิยมที่ต้องการ

จะได้ $\frac{2+2.5}{2} = 2.25$ (ขั้นที่ 2 หาค่าเฉลี่ย)

$\frac{5}{2.25} = 2.22$ (ขั้นที่ 3 นำไปหารจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง)

แสดงว่า $2.22 < \sqrt{5} < 2.25$

จะได้ $\frac{2.22+2.25}{2} = 2.235$ (ขั้นที่ 2 หาค่าเฉลี่ย)

$\frac{5}{2.235} = 2.237$ (ขั้นที่ 3 นำไปหารจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง)

แสดงว่า $2.235^2 < (\sqrt{5})^2 < 2.237^2$

$2.235 < \sqrt{5} < 2.237$

จะได้
$$\frac{2.235 + 2.237}{2} = 2.236 \quad (\text{ขั้นที่ 2 หาค่าเฉลี่ย})$$

$$\frac{5}{2.236} = 2.2361 \quad (\text{ขั้นที่ 3 นำไปหารจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง})$$

แสดงว่า
$$2.236^2 < (\sqrt{5})^2 < 2.2361^2$$

$$2.236 < \sqrt{5} < 2.2361$$

ดังนั้น ค่าโดยประมาณ $\sqrt{5}$ คือ 2.236 และ -2.236 (ทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

3. ครูให้คำแนะนำโดยวิธีการหารยาวเพิ่มเติม

3) **วิธีที่ 3 การหารากที่สองโดยวิธีการตั้งหาร** ดำเนินการดังนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งกลุ่มตัวเลขของจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง ในส่วนของจำนวนเต็มแบ่งจากขวาไปซ้าย ส่วนทศนิยมแบ่งจากซ้ายไปขวากลุ่มละ 2 ตัว เช่น ต้องการหารากที่สองของ 315.426 \rightarrow 3 15 . 42 60

ขั้นที่ 2 ตั้งหารยาว แล้วหาตัวเลข 2 ตัวที่เท่ากันคูณกันได้เท่ากับหรือน้อยกว่าตัวเลขที่อยู่กลุ่มซ้ายสุดหาเศษ เหลือแล้วดึงเลขสองหลักในกลุ่มถัดไปลงมา

ขั้นที่ 3 นำ 2 คูณ ผลลัพธ์ที่ได้นำมาเป็นตัวต้นของตัวหารครั้งต่อไปโดยหาเลข 0 ถึง 9 มาต่อท้าย ให้ผลคูณของตัวหารทั้งหมดกับตัวต่อท้ายมีค่าเท่ากับหรือน้อยกว่าเศษเหลือและเลขสองหลักที่ดึงลงมา

ขั้นที่ 4 ทำเช่นเดียวกันกับขั้นที่ 2,3 ไปเรื่อย จนได้จำนวนที่เป็นรากที่สองมีทศนิยมตามที่ต้องการ

4. ครูสรุปความรู้ที่ได้จากการหาค่าประมาณพร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนถามเพื่อเกิดความเข้าใจที่มากขึ้น

5. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการประมาณค่าของรากที่สาม

การหารากที่สาม

ตัวอย่าง หาค่าประมาณของ $\sqrt[3]{29}$ ทำได้ดังนี้

วิธีที่ 1 หาจำนวนจริง a ที่ a^3 มีค่าใกล้เคียงกับ 29

จาก $3^3 = 27$ และ $4^3 = 64$ ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 4

หาจำนวนจริงที่มากกว่า 3 แต่น้อยกว่า 4 ที่ยกกำลังสามแล้วมีค่าใกล้เคียง 29

พิจารณาจาก 3.1 , 3.2 , 3.3 , ..., 3.9 จะได้ว่า $(3.1)^2 = 29.791$

ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 3.1

หาจำนวนจริงที่มากกว่า 3 แต่น้อยกว่า 3.1 ที่ยกกำลังสามแล้วมีค่าใกล้เคียง 29

พิจารณาจาก 3.01, 3.02, 3.03, ..., 3.09 (เนื่องจาก $(3.05)^2 \approx 28.373$ ทำให้คาดเดาได้

ว่าจำนวนที่ควรทดลองยกกำลังสามควรมากกว่า 3.05)

เนื่องจาก $(3.08)^2 \approx 29.218$

$(3.07)^3 \approx 28.934$

$(3.06)^3 \approx 28.653$

ดังนั้น 3.07 เป็นค่าประมาณของ $\sqrt[3]{29}$

วิธีที่ 2 เนื่องจาก $3^3 = 27$ และ $4^3 = 64$

ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 4

เนื่องจาก $\left(\frac{3+4}{2}\right)^3 = (3.5)^3 \approx 42.875$

ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 3.5

เนื่องจาก $\left(\frac{3+3.5}{2}\right)^3 = (3.25)^3 \approx 34.328$

ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 3.25

เนื่องจาก $\left(\frac{3+3.25}{2}\right)^3 = (3.125)^3 \approx 30.518$

ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 3.125

เนื่องจาก $\left(\frac{3+3.125}{2}\right)^3 = (3.0625)^3 \approx 28.723$

ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3 แต่ไม่ถึง 3.25

เนื่องจาก $\left(\frac{3.0625+3.125}{2}\right)^3 = (3.094)^3 \approx 29.618$

ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.0625 แต่ไม่ถึง 3.094

เนื่องจาก $\left(\frac{3.0625+3.094}{2}\right)^3 = (3.078)^3 \approx 29.161$

ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณมากกว่า 3.0625 แต่ไม่ถึง 3.078

เนื่องจาก $\left(\frac{3.0625+3.078}{2}\right)^3 = (3.07)^3 \approx 28.934$
 ดังนั้น $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณของ $\sqrt[3]{29}$

วิธีที่ 3 ใช้เครื่องคิดเลขที่มีฟังก์ชัน $\sqrt[y]{x}$ จะได้ $\sqrt[3]{29}$ มีค่าประมาณ 3.072316826

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหน้า 12 ในเอกสารประกอบการเรียนเป็นการบ้านลงสมุด พร้อมกำหนดวันส่งงาน

7. ครูอธิบายเรื่อง รากที่ n ของจำนวนจริงและยกตัวอย่างการหารากที่ n เช่น

2 เป็นรากที่ 2 ของ 4 เพราะ $2^2 = 4$

3 เป็นรากที่ 3 ของ 27 เพราะ $3^2 = 27$

-5 เป็นรากที่ 3 ของ -125 เพราะ $(-5)^3 = -125$

โดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมในเอกสารประกอบการเรียน หน้า 13

8. ครูอธิบายเรื่อง ค่าหลักของรากที่ n โดยใช้ตัวอย่างจากการหารากที่ n และอธิบายถึงความแตกต่างของการหารากที่ n และค่าหลักของรากที่ n

9. ครูอธิบายถึงสมบัติของรากที่ n และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม หน้า 15 ในเอกสารประกอบการเรียนและให้นักเรียนทำ worksheet 2 ในเอกสารประกอบการเรียนเป็นการบ้าน พร้อมกำหนดวันส่ง

กิจกรรมรวบยอด

10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับ การหาค่าประมาณของรากที่สอง รากที่สาม รากที่ n ของจำนวนจริงและค่าหลักของรากที่ n

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2251 จัดทำโดย สสวท.
- เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง เลขยกกำลัง
- Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบัน PDCA Education

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ รากที่ n ของจำนวนจริง	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน (worksheet2)	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน (worksheet2)	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของ แบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

	-แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	-แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในห้องเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet2) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet2) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เลขยกกำลัง	เรื่อง การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของกรณฑ์
วิชาคณิตศาสตร์ 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 2 คาบ
ผู้สอน นายปิยชัย อาสาสอน		

มาตรฐานการเรียนรู้

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของจำนวนและการใช้
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และการใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
- ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 เข้าใจความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้

นักเรียนสามารถ

หาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของกรณฑ์ได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ

นักเรียนสามารถ

2.1 มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้

2.2 มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

2.3 มีทักษะในการใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการประยุกต์ใช้ได้

3. ด้านคุณลักษณะ

นักเรียนต้องเป็นผู้ที่

3.1 มีความรับผิดชอบ

3.2 มีระเบียบวินัย

3.3 ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของกรณฑ์

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูสร้างความสนใจให้กับนักเรียนโดยการยกตัวอย่างกรณฑ์หลายๆตัวแล้วให้นักเรียนหาค่าแต่ละตัว แล้วลองนำมา บวก ลบ คูณ หาร เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงและการหารากที่ n ของจำนวนจริงโดยการถามตอบนักเรียน และให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติม
2. ครูให้นักเรียนหาค่ารากในรูปของผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหาร โดยการบวกและการลบมีหลักการทำดังนี้

การบวกลบจำนวนที่อยู่ในกรณฑ์

หลักการ 1) กรณฑ์ที่จะนำมา บวก ลบ กันได้ ก็ต่อเมื่อ กรณฑ์ที่มีอันดับเดียวกันและจำนวนที่อยู่ใต้กรณฑ์เป็นจำนวนเดียวกัน

2) การที่ทำให้จำนวนที่อยู่ใต้กรณฑ์เท่ากัน ก็ให้ทำจำนวนใต้กรณฑ์เป็นจำนวนเฉพาะหรือจำนวนที่ต่ำที่สุด

3) การบวก ลบ กรณฑ์ที่เหมือนกัน ให้นำสัมประสิทธิ์หน้ากรณฑ์มา บวก ลบ กัน เช่น $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = (4+5-6)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ และครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่าง จงหาค่าของ

$$1) 2\sqrt{32} + \sqrt{8} - 6\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } 2\sqrt{32} + \sqrt{8} - 6\sqrt{2} &= 2\sqrt{2^5} + \sqrt{2^3} - 6\sqrt{2} \\ &= 8\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \\ &= (8+2-6)\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$2) \sqrt[3]{16} - 3\sqrt[3]{-54} - \sqrt[3]{250}$$

$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ } \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{-54} - \sqrt[3]{250} &= \sqrt[3]{2^3 \times 2} - \sqrt[3]{(-3)^3 \times 2} - \sqrt[3]{5^3 \times 2} \\ &= 2\sqrt[3]{2} - (3)(-3)\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{2} \\ &= 2\sqrt[3]{2} + 9\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{2}\end{aligned}$$

$$= (2+9-5)\sqrt[3]{2}$$

$$= 6\sqrt[3]{2}$$

$$3) 3\sqrt{8} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{32}$$

$$\text{วิธีทำ } 3\sqrt{8} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{32} = 3\sqrt{2^3} + 2\sqrt{5^2 \times 2} - 4\sqrt{2^5}$$

$$= 3(2)\sqrt{2} + 2(5)\sqrt{2} - 4(2^2)\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 16\sqrt{2}$$

$$= (6+10-16)\sqrt{2}$$

$$= 0$$

$$4) 2\sqrt{18} + \sqrt{200} - 2\sqrt[4]{64}$$

$$\text{วิธีทำ } 2\sqrt{18} + \sqrt{200} - 2\sqrt[4]{64} = 2\sqrt{3 \times 2^2} + \sqrt{5 \times 2^2} - 2\sqrt[4]{2^6}$$

$$= 2(2)\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 2(2)\sqrt[4]{2^2}$$

$$= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt[4]{2^2}$$

$$= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt[4]{4}$$

$$5) \sqrt[4]{25} - \sqrt{20} + \sqrt[6]{45^3}$$

$$\text{วิธีทำ } \sqrt[4]{25} - \sqrt{20} + \sqrt[6]{45^3} = \sqrt[4]{5^2} - \sqrt{5 \times 2^2} + \sqrt[6]{(3^2 \times 5)^3}$$

$$= (5^2)^{\frac{1}{4}} - (5 \times 2^2)^{\frac{1}{2}} + ((3^2 \times 5)^3)^{\frac{1}{6}}$$

$$= 5^{\frac{1}{2}} - (5^{\frac{1}{2}} \times 2) + 3 \times 5^{3 \times \frac{1}{6}}$$

$$= \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$$

$$= (1-2+3)\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

3. ครูอธิบายเกี่ยวกับวิธีการหาผลคูณและผลหารในรูปของกรณฑ์ ว่ามีหลักการทำดังนี้

หลักการ 1) กรณฑ์จะคูณเป็นจำนวนเดียวกันได้ ก็ต่อเมื่อ อันดับของกรณฑ์ต้องเหมือนกัน

2) เมื่ออันดับของกรณฑ์เหมือนกัน ก็นำจำนวนภายใต้กรณฑ์คูณกัน

4. ครุยกตัวอย่างการคูณและหารในรูปของกรณฑ์เพิ่มเติม ดังนี้

ตัวอย่าง จงหาผลคูณต่อไปนี้

$$1) \quad 3\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{28}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 3\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{28} &= (3 \times 2)\sqrt{7 \times 28} \\ &= 6\sqrt{196} \\ &= 6 \times 14 \\ &= 84 \end{aligned}$$

$$2) \quad \frac{3\sqrt[3]{2} \cdot 2\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{3\sqrt[3]{2} \cdot 2\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}} &= \frac{(3 \cdot 2)\sqrt[3]{2 \times 12}}{\sqrt[3]{3}} \\ &= 6\sqrt[3]{\frac{24}{3}} \\ &= 6\sqrt[3]{8} \\ &= 6 \times 2 = 12 \end{aligned}$$

$$3) \quad \frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{-4}}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{-4}} &= \sqrt[3]{\frac{32}{-4}} \\ &= \sqrt[3]{-8} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$4) \quad \frac{\sqrt[4]{12}\sqrt[4]{54}}{\sqrt[4]{20}\sqrt[4]{250}}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{\sqrt[4]{12}\sqrt[4]{54}}{\sqrt[4]{20}\sqrt[4]{250}} &= \sqrt[4]{\frac{12 \times 54}{20 \times 250}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{81}{625}} \end{aligned}$$

$$= \sqrt[4]{\frac{3^4}{5^4}}$$

$$= \frac{3}{5}$$

$$5) \sqrt[4]{81a^{12}b^8}$$

$$\text{วิธีทำ } \sqrt[4]{81a^{12}b^8} = \sqrt[4]{3^4 a^{12}b^8}$$

$$= 3a^3b^2$$

$$6) \sqrt{10a^3b} \times \sqrt{2ab^2}$$

$$\text{วิธีทำ } \sqrt{10a^3b} \times \sqrt{2ab^2} = \sqrt{10a^3b \times 2ab^2}$$

$$= \sqrt{20a^4b^3}$$

$$= 2ab\sqrt{5b}$$

5. ครูให้นักเรียนทำหน้า 17 – 19 และ 23 - 24 ในเอกสารประกอบการเรียนเป็นเวลา 20 นาที โดยครูคอยกำกับดูแล

6. ครูเรียกตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมกับคำอธิบายของนักเรียน

7. ครูสรุปความเข้าใจของนักเรียนในการทำตัวอย่าง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม

กิจกรรมรวบยอด

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับ การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของจำนวนในรูปกรณฑ์

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน worksheet3เป็นการบ้านพร้อมกำหนดวันส่ง
สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2251 จัดทำโดย สสวท.

2. เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง เลขยกกำลัง

3. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบัน PDCA Education

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ การหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของ กรณณ์	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน (worksheet3) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน (worksheet3) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของ แบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นใน การทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกัน ในชั้นเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้น ในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการ สื่อสาร การสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน (worksheet3) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน (worksheet3) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้องและ ความเข้าใจ - ความถูกต้องของ แบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เลขยกกำลัง	เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 1 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

มาตรฐานการเรียนรู้

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของจำนวนและการใช้
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และการใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
- ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 เข้าใจความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้**
นักเรียนสามารถ เขียนกรณฑ์ให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะได้
- ด้านทักษะกระบวนการ**
นักเรียนสามารถ
 - มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
 - มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
 - มีทักษะในการใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการประยุกต์ใช้ได้
- ด้านคุณลักษณะ**
นักเรียนต้องเป็นผู้ที่
 - มีความรับผิดชอบ
 - มีระเบียบวินัย
 - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูทบทวนสมบัติรากที่ n ของจำนวนจริง

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

1. ครูบอกบทนิยามในการเขียนเลขชี้กำลังเป็นตรรกยะ

บทนิยาม ให้ a เป็นจำนวนจริง m และ n เป็นจำนวนเต็มที่ $n > 1$ และ $\frac{m}{n}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

$$\text{จะได้ว่า} \quad \square \quad a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}} \right)^m = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\square \quad a^{\frac{m}{n}} = \left(a^m \right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อความเข้าใจที่มากขึ้น

$$\text{จากบทนิยาม} \quad 2^{\frac{2}{3}} = \left(2^{\frac{1}{3}} \right)^2 = (\sqrt[3]{2})^2 \quad \text{และ} \quad 2^{\frac{2}{3}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

หมายเหตุ จากบทนิยามของ $a^{\frac{m}{n}}$ ถ้า $m < 0$ แล้ว a ต้องไม่เป็น 0

เช่น $a = 0$, $m = -1$ และ $n = 2$

$$\text{จะได้} \quad a^{\frac{m}{n}} = 0^{\frac{-1}{2}} = (0^{\frac{1}{2}})^{-1} = 0^{-1} = \frac{1}{0} \quad \text{ซึ่ง} \quad \frac{1}{0} \quad \text{ไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์}$$

2. ครูยกตัวอย่างการหาค่าของเลขยกกำลังโดยใช้การเขียนให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

รายละเอียดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาโดยโพลยาและชอเอ็นเฟลด์ (Polya and Schoenfeld) ดังนี้

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (การอ่านและการวิเคราะห์) คือ ดูโจทย์ว่าเป็นโจทย์ประเภทไหนและโจทย์ต้องการอะไร

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (การสำรวจ) คือ การตรวจสอบบทนิยามและทฤษฎีบทจากที่ได้เคยเรียนมาก่อน

หน้า ว่าสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ และลองวางแผนว่าจะแก้ปัญหามาจากสิ่งที่มีได้อย่างไร

3) ขั้นตอนดำเนินการตามแผน (การนำไปใช้) คือ เมื่อนักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาและทราบถึงวิธีการแก้ปัญหาแล้ว ลองลงมือแก้ปัญหามาตามแผนที่ดำเนินการไว้

4) ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์ คือ เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้วสามารถนำคำตอบไปแทนในสมการ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบนั้นถูกต้องหรือไม่

ตัวอย่าง $\left(\frac{25}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$

วิธีทำ $\left(\frac{25}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{5^2}{2^2}\right)^{\frac{3}{2}}$
 $= \left(\frac{5^{2 \times \frac{3}{2}}}{2^{2 \times \frac{3}{2}}}\right)$
 $= \left(\frac{5^3}{2^3}\right)$

ตัวอย่าง $5^0 + (0.25)^{\frac{1}{2}} + (8^{\frac{2}{3}})(2^{-2}) - \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$

วิธีทำ $= 1 + \left(\frac{25}{100}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(2^{\frac{3 \times 2}{3}}\right)(2^{-2}) - (3^{-3})^{-\frac{2}{3}}$
 $= 1 + \left(\frac{5^2}{10^2}\right)^{\frac{1}{2}} + (2^2)(2^{-2}) - \left(3^{-3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)}\right)$
 $= 1 + \left(\frac{5}{10}\right) + (2^{2+(-2)}) - (3^2)$
 $= 1 + \frac{5}{10} + 1 - 9$
 $= \frac{75}{10}$

ตัวอย่าง $\left(\frac{8^{\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{6}} b^2 c^{\frac{1}{3}}}{2 a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{6}} c^{\frac{2}{3}}}\right)^3$

$$\begin{aligned}
\text{วิธีทำ} &= \left(\frac{8^{\frac{1}{3} \times 3} a^{\frac{1}{6} \times 3} b^{2 \times 3} c^{\frac{1}{3} \times 3}}{2^3 a^{3 \times \frac{1}{2}} b^{\frac{1}{6} \times 3} c^{\frac{2}{3} \times 3}} \right) \\
&= \left(\frac{8a^{\frac{1}{2}}b^6c}{8a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}}c^2} \right) \\
&= a^{\frac{1}{2}-\frac{3}{2}} b^{6-\frac{1}{2}} c^{1-2} \\
&= a^{-\frac{2}{2}} b^{\frac{11}{2}} c^{-1} \\
&= \frac{b^{\frac{11}{2}}}{c \cdot a}
\end{aligned}$$

3. ครูให้นักเรียนทำข้อที่เหลือเอง โดยครูจะคอยกำกับดูแล
4. ครูสอนเรื่องต่อไป เรื่องรูปแบบรากที่ควรทราบ

ทฤษฎีบท ให้ $x=a+b$, $y=ab$

$$\begin{aligned}
\text{ดังนั้น รากที่สองของ } x \pm 2\sqrt{y} &= \text{รากที่สองของ } (\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 \\
&= \pm(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})
\end{aligned}$$

$$\text{และ } \sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}} \text{ หรือ } \sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$$

โจทย์	หา a, b โดย $x=a+b$, $y=a \cdot b$	จะได้ $\sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{a \cdot b}}$	คำตอบ = $\pm(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})$
1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$	$a+b=4$ และ $ab=3$ $a=3$, $b=1$	$=\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3 \cdot 1}}$	$=\pm(\sqrt{3}+\sqrt{1}) = \sqrt{3}+\sqrt{1}$
2) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$	$a+b=8$ และ $ab=15$ $a=5$, $b=3$	$=\sqrt{(5+3)+2\sqrt{5 \cdot 3}}$	$=\pm(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = \sqrt{5}+\sqrt{3}$
3) $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$	$a+b=12$ และ $ab=35$ $a=7$, $b=5$	$=\sqrt{(7+5)+2\sqrt{7 \cdot 5}}$	$=\pm(\sqrt{7}+\sqrt{5}) = \sqrt{7}+\sqrt{5}$
4) $\sqrt{13-2\sqrt{22}}$	$a+b=13$ และ $ab=22$ $a=11$, $b=2$	$=\sqrt{(11+2)+2\sqrt{11 \cdot 2}}$	$=\pm(\sqrt{11}+\sqrt{2}) = \sqrt{11}+\sqrt{2}$

5) $\sqrt{16-2\sqrt{39}}$	$a+b = 16$ และ $ab = 39$ $a = 13$, $b = 3$	$= \sqrt{(13+3)+2\sqrt{13\cdot 3}}$	$= \pm(\sqrt{13}+\sqrt{3}) = \sqrt{13}+\sqrt{3}$
6) $\sqrt{11+2\sqrt{24}}$	$a+b = 11$ และ $ab = 24$ $a = 8$, $b = 3$	$= \sqrt{(8+3)+2\sqrt{8\cdot 3}}$	$= \pm(\sqrt{8}+\sqrt{3}) = \sqrt{8}+\sqrt{3}$

5. ครูสอนถึงเรื่องรูปแบบรากเพิ่มเติม ในกรณีที่ไม่เข้าฟอร์ม

แบบที่ 1 หน้า \sqrt{ab} มีตัวเลขมากกว่า 2 สามารถกระจายตัวที่เกินเข้าไปข้างใน \sqrt{ab} ได้ เช่น

$$\begin{aligned}
 \sqrt{18+8\sqrt{5}} &= \sqrt{18+2\cdot 4\sqrt{5}} \\
 &= \sqrt{18+2\sqrt{4^2\cdot 5}} \\
 &= \sqrt{18+2\sqrt{16\cdot 5}} \\
 &= \sqrt{18+2\sqrt{80}} \\
 &= \sqrt{(10+8)+2\sqrt{8\cdot 10}} \\
 &= \sqrt{8}+\sqrt{10} \\
 &= 2\sqrt{2}+\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

แบบที่ 2 หน้า \sqrt{ab} มีค่า 1 และ \sqrt{ab} มีตัวร่วมสามารถดึงออกนอกกรากได้ เช่น

$$\begin{aligned}
 \sqrt{9-\sqrt{80}} &= \sqrt{9-\sqrt{2^2\cdot 20}} \\
 &= \sqrt{9-2\sqrt{20}} \\
 &= \sqrt{(5+4)-2\sqrt{5\cdot 4}} \\
 &= \sqrt{5}+\sqrt{4} \\
 &= \sqrt{5}+2
 \end{aligned}$$

แบบที่ 3 หน้า \sqrt{ab} มีค่า 1 และ \sqrt{ab} ไม่สามารถดึงตัวร่วมออกมาได้ จัดการโดยคูณ 2 เข้าไปทั้งเศษ

และส่วน เช่น

$$\sqrt{4-\sqrt{15}} = \sqrt{\frac{2}{2}(4-\sqrt{15})}$$

$$= \frac{\sqrt{(8-2\sqrt{15})}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{(8-2\sqrt{15})}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{(5+3)-2\sqrt{5\cdot 3}}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$$

6. ครูให้นักเรียนทำหน้า 41 ในเอกสารประกอบการเรียนเป็นเวลา 20 นาที โดยครูคอยกำกับ

ดูแล

7. ครูเรียกตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมกับคำอธิบายของนักเรียน

8. ครูสรุปความเข้าใจของนักเรียนในการทำตัวอย่าง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม

กิจกรรมรวบยอด

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับการเขียนรากในรูปของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและรูปแบบรากของรากที่ติดราก

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน worksheet 4 และ worksheet 5 เป็นการบ้านพร้อมกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2251 จัดทำโดย สสวท.
2. เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง เลขยกกำลัง
3. Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบัน PDCA Education

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet4และ5) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet4และ5) -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในห้องเรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการเรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet4และ5) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน (worksheet4และ5) - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจ - ความถูกต้องของแบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เลขยกกำลัง	เรื่อง การแก้สมการเครื่องหมายกรณฑ์
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 2 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

มาตรฐานการเรียนรู้

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของจำนวนและการใช้
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และการใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
- ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 เข้าใจความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้**
นักเรียนสามารถ แก้สมการในรูปของเครื่องหมายกรณฑ์ได้
- ด้านทักษะกระบวนการ**
นักเรียนสามารถ
 - มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
 - มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
 - มีทักษะในการใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการประยุกต์ใช้ได้
- ด้านคุณลักษณะ**
นักเรียนต้องเป็นผู้ที่
 - มีความรับผิดชอบ
 - มีระเบียบวินัย
 - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

การแก้สมการเครื่องหมายกรณฑ์และการแก้สมการที่อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูพูดถึงการแก้สมการในปกติ ว่าเรามีการแก้อย่างไรเพื่อที่จะนำมาช่วยในการแก้สมการในรูปของกรณฑ์

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

1. ครูบอกถึงหลักการวิธีการแก้สมการหาคำตอบของสมการในรูปเครื่องหมายกรณฑ์ จะมีหลักในการแก้ดังนี้

หลักการ 1) ถ้ากรณฑ์เป็นรากที่สอง จะใช้วิธียกกำลังสองทั้งสองข้างเพื่อทำลาย " $\sqrt{\quad}$ " เช่น $(\sqrt{a})^2 = a$

2) ถ้าเป็นรากที่มากกว่า 2 ให้ใช้วิธีการยกกำลังตามลำดับของราก เพื่อทำลายราก

เช่น $(\sqrt[4]{a})^4 = a$, $(\sqrt[10]{a})^{10} = a$ เป็นต้น

3) เมื่อกำจัดรากแล้ว ก็แก้สมการหาคำตัวแปร โดยวิธีการต่างๆไป

2. รายละเอียดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาโดยโพลยาและชอเอ็นเฟลด์ (Polya and Schoenfeld) ดังนี้

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (การอ่านและการวิเคราะห์) คือ ดูโจทย์ว่าเป็นโจทย์ประเภทไหนและโจทย์ต้องการอะไร

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (การสำรวจ) คือ การตรวจสอบบทนิยามและทฤษฎีบทจากที่ได้เคยเรียนมาก่อนหน้า ว่าสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ และลองวางแผนว่าจะแก้ปัญหากจากสิ่งที่มีได้อย่างไร

3) ขั้นดำเนินการตามแผน (การนำไปใช้) คือ เมื่อนักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาและทราบถึงวิธีการแก้ปัญหาลงมือแก้ปัญหากตามแผนที่ดำเนินการไว้

4) ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์ คือ เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้วสามารถนำคำตอบไปแทนในสมการ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบนั้นถูกต้องหรือไม่

ตัวอย่าง จงหาค่า x จากสมการ $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = -2$

วิธีทำ $\sqrt{x+1} = \sqrt{x} - 2$

$$(\sqrt{x+1})^2 = (\sqrt{x} - 2)^2$$

$$\begin{aligned}x+1 &= x^2 - 4\sqrt{x} + 4 \\4\sqrt{x} &= 3 \\\sqrt{x} &= \frac{3}{4} \\x &= \frac{9}{16}\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = \frac{9}{16}$ ในสมการ $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = -2$ เป็นเท็จ

ดังนั้น สมการนี้ไม่มีคำตอบ

ตัวอย่างที่ จงหาค่า x จากสมการ $\sqrt{3x+7} = x+1$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\sqrt{3x+7} &= x+1 \\(\sqrt{3x+7})^2 &= (x+1)^2 \\3x+7 &= x^2 + 2x + 1 \\x^2 - x - 6 &= 0 \\(x-3)(x+2) &= 0 \\x &= 3, -2\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า -2 ในสมการ $\sqrt{3x+7} = x+1$ จะได้ $1 = -1$ เป็นเท็จ

$$\therefore x = 3$$

ตัวอย่างที่ จงหาค่า x จากสมการ $\sqrt{\frac{2x}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{2x}} = 2$

วิธีทำ กำหนดให้ $a = \frac{2x}{x+1}$ จะได้

$$\begin{aligned}\sqrt{a} + \sqrt{\frac{1}{a}} &= 2 \\(\sqrt{a} + \sqrt{\frac{1}{a}})^2 &= 2^2 \\a - 2\sqrt{a} + 1 &= 0\end{aligned}$$

$$(a^{\frac{1}{2}}-1)(a^{\frac{1}{2}}-1) = 0$$

$$a^{\frac{1}{2}} = 1$$

จะได้ $a = 1$

เนื่องจาก $a = \frac{2x}{x+1}$ แทนค่า $a = 1$ จะได้ $\frac{2x}{x+1} = 1$

$$2x - x = 1$$

$$x = 1$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า 1 ในสมการ $\sqrt{\frac{2x}{x+1}} + \sqrt{\frac{x+1}{2x}} = 2$ จะทำให้สมการเป็นจริง

$$\therefore x = 1$$

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหน้า 45 ในเอกสารประกอบการเรียนเป็นเวลา 20 นาที โดยครูคอยกำกับดูแล

4. ครูเรียกตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมกับคำอธิบายของนักเรียน

5. ครูสรุปความเข้าใจของนักเรียนในการทำตัวอย่าง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม

6. ครูสอนเรื่องการแก้สมการที่อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง โดยอธิบายดังต่อไปนี้

การแก้สมการที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง สามารถทำได้โดยการปรับฐานของเลขยกกำลังให้เท่ากัน หรือการปรับเลขชี้กำลังของเลขยกกำลังให้เท่ากัน โดยใช้สมบัติต่างๆ ของเลขยกกำลังมาช่วยในการปรับให้เท่ากัน

ซึ่งหลักที่สำคัญคือ **ต้องทำให้ฐานของเลขยกกำลัง ของทั้งสองข้างให้เท่ากันจากนั้นจับกำลังให้เท่ากัน**

ดังสมบัติต่อไปนี้ สมบัติของเลขยกกำลัง เมื่อ $a, b > 0$ และ $a \neq 1, b \neq 1$

$$\text{ถ้า } a^x = a^y \text{ แล้ว } x = y$$

7. ครูให้ตัวอย่างเพื่อเพิ่มความเข้าใจที่มากขึ้น

ตัวอย่าง จงหาค่า x จากสมการต่อไปนี้

1) $2^x = 4$

วิธีทำ $2^x = 2^2$

$$\therefore x = 2$$

3) $2^x = 1$

วิธีทำ $2^x = 2^0$

$$\therefore x = 0$$

2) $2^x = \frac{1}{8}$

วิธีทำ $2^x = 2^{-3}$

$$\therefore x = -3$$

4) $2^x = -4$

วิธีทำ ไม่สามารถจัดให้อยู่ในรูป $2^?$ ได้

$$\therefore x = \emptyset$$

$$5) 3^x = \frac{1}{81}$$

$$\text{วิธีทำ } 3^x = 3^{-4}$$

$$\therefore x = -4$$

$$6) 5^x = 125$$

$$\text{วิธีทำ } 5^x = 5^3$$

$$\therefore x = 3$$

$$\text{ตัวอย่าง จงหาค่า } x \text{ จากสมการ } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{3}{2}$$

$$\text{วิธีทำ } \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

$$\therefore x = -1$$

$$\text{ตัวอย่าง จงหาค่า } x \text{ จากสมการ } 10^{2x} = 0.0001$$

$$\text{วิธีทำ } 10^{2x} = 10^{-5}$$

$$\text{ดังนั้น } 2x = -5$$

$$\therefore x = \frac{-5}{2}$$

$$\text{ตัวอย่าง จงหาค่า } x \text{ จากสมการ } 81^x = 729$$

$$\text{วิธีทำ } 81^x = 729$$

$$9^{2x} = 3^6$$

$$9^{2x} = 3^6$$

$$3^{4x} = 3^6$$

$$\text{ดังนั้น } 4x = 6$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

$$\text{ตัวอย่าง จงหาค่า } x \text{ จากสมการ } \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{256}\right)^{-2}$$

$$\text{วิธีทำ } \left(\frac{1}{2^2}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{2^8}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{8(-2)}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-16}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 4x &= -16 \\ \therefore x &= \frac{-16}{4} = -4 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง จงหาค่า x จากสมการ $(3)^{2x-x^2} = \frac{1}{27}$

วิธีทำ จากโจทย์เราสามารถจัดรูปใหม่ได้

$$(3)^{2x-x^2} = \frac{1}{3^3}$$

$$(3)^{2x-x^2} = 3^{-3}$$

เพราะฉะนั้น $2x - x^2 = -3$

$$2x - x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

แยกตัวประกอบ $(x-3)(x+1) = 0$

ดังนั้น $x = 3, -1$

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในข้อที่เหลือ ในเอกสารประกอบการเรียนเป็นเวลา 20 นาที โดยครูคอยกำกับดูแล

9. ครูเรียกตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลย พร้อมกับคำอธิบายของนักเรียน

10. ครูสรุปความเข้าใจของนักเรียนในการทำตัวอย่าง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม

กิจกรรมรวบยอด

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นเกี่ยวกับการแก้สมการในรูปของรากและในรูปของเลขยกกำลัง

12. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในเอกสารประกอบการเรียน เป็นการบ้านพร้อมกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2251 จัดทำโดย สสวท.
- เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง เลขยกกำลัง
- Workbook discovering mathematics เล่ม 5 จัดทำโดย สถาบัน PDCA Education

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ การแก้สมการ เครื่องหมายกรณฑ์ และเลขยกกำลัง	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของ แบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นใน การทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในห้อง เรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการ เรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการ สื่อสาร การสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้องและ ความเข้าใจ - ความถูกต้องของ แบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เลขยกกำลัง	เรื่อง การประยุกต์ของเลขยกกำลัง
วิชาคณิตศาสตร์ 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 2 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

มาตรฐานการเรียนรู้

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของจำนวนและการใช้
มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง
การดำเนินการต่างๆ และการใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้
กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์
- ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 เข้าใจความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ
การหารจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูป
กรณฑ์

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้
นักเรียนสามารถ แก่สมการในรูปของเครื่องหมายกรณฑ์ได้
2. ด้านทักษะกระบวนการ
นักเรียนสามารถ
 - 2.1 มีทักษะในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้
 - 2.2 มีการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
 - 2.3 มีทักษะในการใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการประยุกต์ใช้ได้
3. ด้านคุณลักษณะ
นักเรียนต้องเป็นผู้ที่
 - 3.1 มีความรับผิดชอบ
 - 3.2 มีระเบียบวินัย
 - 3.3 ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

การประยุกต์ของเลขยกกำลัง

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูพูดถึงการแก้สมการในปกติ ว่าเรามีการแก้อย่างไรเพื่อที่จะนำมาช่วยในการแก้สมการในรูปของกรณฑ์

กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน

1. ครูบอกถึงหลักการวิธีการแก้สมการหาคำตอบของสมการในรูปเครื่องหมายกรณฑ์ จะมีหลักในการแก้ดังนี้

หลักการ 1) ถ้ากรณฑ์เป็นรากที่สอง จะใช้วิธียกกำลังสองทั้งสองข้างเพื่อทำลาย " $\sqrt{\quad}$ " เช่น $(\sqrt{a})^2 = a$

2) ถ้าเป็นรากที่มากกว่า 2 ให้ใช้วิธีการยกกำลังตามลำดับของราก เพื่อทำลายราก

เช่น $(\sqrt[4]{a})^4 = a$, $(\sqrt[10]{a})^{10} = a$ เป็นต้น

3) เมื่อกำจัดรากแล้ว ก็แก้สมการหาคำตัวแปร โดยวิธีการทั่วไป

2. รายละเอียดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาโดยโพลยาและชอเอ็นเฟลด์ (Polya and Schoenfeld) ดังนี้

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (การอ่านและการวิเคราะห์) คือ ดูโจทย์ว่าเป็นโจทย์ประเภทไหน และโจทย์ต้องการอะไร

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (การสำรวจ) คือ การตรวจสอบบทนิยามและทฤษฎีบทจากที่ได้เคยเรียนมาก่อนหน้า ว่าสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ และลองวางแผนว่าจะแก้ปัญหามาจากสิ่งที่มีได้อย่างไร

3) ขั้นดำเนินการตามแผน (การนำไปใช้) คือ เมื่อนักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาและทราบถึงวิธีการแก้ปัญหาแล้ว ลองลงมือแก้ปัญหามาตามแผนที่ดำเนินการไว้

4) ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์ คือ เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้วสามารถนำคำตอบไปแทนในสมการ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบนั้นถูกต้องหรือไม่

3. ครูจะบอกถึงความสำคัญกับนักเรียนเกี่ยวกับการนำความรู้เรื่องเลขยกกำลังไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างไรบ้าง เช่น การคำนวณหาอัตราเงินเฟ้อ การคำนวณอัตราดอกเบี้ยและอื่นๆ

อัตราเงินเฟ้อคือ ภาวะที่ราคาสินค้าและบริการโดยทั่วไปในระบบเศรษฐกิจสูงขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งก็จะมีผลทำให้ค่าของเงินที่เราถืออยู่ลดลง

การคำนวณหาอัตราเงินเฟ้อ

โดยใช้สูตร
$$r = \left(\frac{q}{p} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

เมื่อ r แทน อัตราเงินเฟ้อ
p แทน ราคาสินค้าเมื่อ n ปีที่แล้ว
q แทน ราคาชนิดเดียวกันในเวลาปัจจุบัน
n แทน จำนวนปี

ตัวอย่าง จงหาอัตราเงินเฟ้อจากราคาที่ดินแปลงหนึ่ง ซึ่งปัจจุบันราคา 500,000 บาท
โดยเมื่อ 12 ปีที่แล้วที่ดินแปลงนี้ราคา 80,000 บาท

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดสมการการคำนวณหาอัตราเงินเฟ้อ ดังนี้
$$r = \left(\frac{q}{p} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

โดยโจทย์ต้องการหาอัตราเงินเฟ้อ นั่นคือ r

และจากโจทย์จะทราบว่า p แทน ราคาสินค้าเมื่อ 12 ปีที่แล้ว คือ 80,000
q แทน ราคาชนิดเดียวกันในเวลาปัจจุบันคือ 500,000
n แทน จำนวนปี คือ 12 ปี

จากสูตรจะได้
$$\begin{aligned} r &= \left(\frac{500,000}{80,000} \right)^{\frac{1}{12}} - 1 \\ &= \left(\frac{50}{8} \right)^{\frac{1}{12}} - 1 \\ &= 1.165 - 1 \\ &= 0.165 \end{aligned}$$

สรุปได้ว่า อัตราเงินเฟ้อซึ่งประมาณจากราคาที่ดินปัจจุบันเท่ากับ 0.165 หรือ 16.5%

การคำนวณอัตราดอกเบี้ยเงินกู้

โดยใช้สูตร
$$A = P(1+r)^t$$

เมื่อ A แทน จำนวนเงินต้นพร้อมดอกเบี้ย

P แทน เงินต้น
 r แทน อัตราดอกเบี้ยเงินกู้ต่อปี
 t แทน จำนวนปีที่

ตัวอย่าง บริษัทกู้เงินจากธนาคารจำนวน 900,000 บาท โดยจะต้องจ่ายดอกเบี้ยเงินกู้ 8.5% ต่อปี ถ้าธนาคารยอมให้บริษัทยังไม่ต้องจ่ายดอกเบี้ย โดยให้ผ่อนชำระเงินต้นอย่างเดียว แต่ต้องจ่ายดอกเบี้ยดังกล่าวเมื่อครบ 2 ปี 6 เดือน **อยากทราบว่า บริษัทแห่งนี้จะต้องจ่ายดอกเบี้ยเงินกู้เท่าใด เมื่อครบกำหนด**

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดสมการการคำนวณอัตราดอกเบี้ยเงินกู้ ดังนี้ $A = P(1+r)^t$

โดยโจทย์ต้องการหาดอกเบี้ยเงินกู้ นั่นคือ A

และจากโจทย์จะทราบว่า P แทน เงินต้น คือ 900,000

r แทน อัตราดอกเบี้ยเงินกู้ต่อปี นั่นคือ $\frac{85}{100} = 0.85$

t แทน จำนวนปีนั่นคือ $2.5 = \frac{5}{2}$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตรจะได้ } A &= 900,000(1+0.085)^{\frac{5}{2}} \\ &= 900,000(1.085)^{\frac{5}{2}} \\ &= 900,000\sqrt{(1.085)^5} \\ &= 1,103,400 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนดอกเบี้ยที่ต้องจ่ายกับธนาคารเมื่อครบ 2 ปี 6 เดือน คือ 1,103,400 – 900,000 หรือ 203,400 บาท

4. ครูสรุปความเข้าใจของนักเรียนในการทำตัวอย่าง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม
5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน สสวท. เพื่อทบทวนความเข้าใจที่เรียนผ่านมา
6. ครูสั่งทำการบ้านแบบฝึกหัด 1.2 พร้อมกำหนดวันส่ง

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2251 จัดทำโดย สสวท.
2. เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ 3 เรื่อง เลขยกกำลัง

การวัดและประเมินผล

เป้าหมาย	หลักฐาน	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
สาระสำคัญ การประยุกต์ของเลข ยกกำลัง	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด -แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน -แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้อง และความเข้าใจ - ความถูกต้องของ แบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%
คุณลักษณะอันพึง ประสงค์ - ใฝ่เรียนรู้และมุ่งมั่นใน การทำงาน - ตรงต่อเวลา	- การเข้าเรียน - การส่งงาน - บันทึกหลังการสอน	- การเข้าเรียน - การมีส่วนร่วมกันในระดับ เรียน	- เข้าเรียนตรงต่อเวลา - มีความกระตือรือร้นในการ เรียน
สมรรถนะ - การแก้ปัญหา - การให้เหตุผล - ความสามารถในการ สื่อสาร การสื่อความ	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- สมุด - แบบฝึกหัดในเอกสาร ประกอบการเรียน - แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน และแบบฝึกหัดใน Workbook	- ตรวจสอบความถูกต้องและ ความเข้าใจ - ความถูกต้องของ แบบฝึกหัดไม่ต่ำกว่า 70%

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	ฟังก์ชัน	เรื่อง การหาโดเมนและเรนจ์
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 4 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้
ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้
- 2) เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้

2. สาระสำคัญ

2.1 สาระการเรียนรู้

- 1) โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
- 2) วิธีหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
- 3) กราฟของความสัมพันธ์

2.2 ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการให้เหตุผล
- 2) ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา

2.3 ทักษะการคิด

การคิดแปลความ การคิดวิเคราะห์

3. ร่องรอยการเรียนรู้

3.1 ผลงาน/ชิ้นงาน

- 1) ผลงานจากการทำใบงานที่ 2 และแบบฝึกหัด 2
- 2) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3.2 กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน

- 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน
- 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
- 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
- 4) ร่วมกันทำใบงานที่ 2
- 5) ส่งงาน

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) ให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) มีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

- 1) นักเรียนรู้วิธีการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
- 2) นักเรียนรู้วิธีเขียนกราฟของความสัมพันธ์

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ผ่านขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อการเรียนรู้

5.1 ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องการหาความสัมพันธ์โดยกำหนดความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไข แล้วให้นักเรียนหาความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก 2-3 ตัวอย่าง เช่น

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 7\}$

$$r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x\}$$

$$r_2 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$$

จงเขียน r_1 และ r_2 แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ $r_1 = \{(1, 2), (2, 4)\}$

$$r_2 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$$

ตัวอย่างที่ 2 $r = \{(x, y) \in I^+ \times I^+ \mid y = 2x + 1\}$

เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้เป็น $r = \{(1, 3), (2, 5), (3, 7), \dots\}$

ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างของความสัมพันธ์ที่เขียนในรูปแบบการแจกแจงสมาชิกหลายๆ ตัวอย่าง แล้วให้นำมาเขียนเซตใหม่ โดยเซตแรกเป็นสมาชิกตัวหน้า และอีกเซตหนึ่งเป็นสมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับ

5.2 ขั้นสอน

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูให้นักเรียนพิจารณาเซตที่เป็นสมาชิกตัวหน้า และเซตที่เป็นสมาชิกตัวหลังที่แยกไว้ในขั้นนำ แล้วบอกนักเรียนว่าเซตที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเรียกว่า โดเมน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ของความสัมพันธ์ และเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเรียกว่า เรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยมีนิยาม ดังนี้

“โดเมนของความสัมพันธ์ r คือเซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย D_r นั่นคือ $D_r = \{x \mid (x,y) \in r\}$ ”

“เรนจ์ของความสัมพันธ์ r คือเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย R_r นั่นคือ $R_r = \{y \mid (x,y) \in r\}$ ”

2. ครูให้ความรู้เรื่องวิธีการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยยกตัวอย่างที่ชัดเจนวิธีละ 1-2 ตัวอย่าง

วิธีที่ 1 ถ้าความสัมพันธ์ r เป็นเซตที่เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้ จะหาโดเมนและเรนจ์ได้โดยวิธีแจกแจงสมาชิก

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(a,b) \in A \times B \mid b = 2a + 1\}$

วิธีทำ เนื่องจาก $(a, b) \in A \times B$ จึงได้ว่า $a \in A$, $b \in B$ และ a กับ b จับคู่กันโดยมีเงื่อนไขว่า $b = 2a + 1$

เมื่อ $a = 1$ จะได้ $b = 2(1) + 1 = 3$ โดยที่ $1 \in A$, $3 \in B$ ดังนั้น $(1, 3) \in r$

เมื่อ $a = 2$ จะได้ $b = 2(2) + 1 = 5$ โดยที่ $2 \in A$, $5 \in B$ ดังนั้น $(2, 5) \in r$

เมื่อ $a = 3$ จะได้ $b = 2(3) + 1 = 7$ โดยที่ $3 \in A$, $7 \in B$ ดังนั้น $(3, 7) \in r$

เมื่อ $a = 4$ จะได้ $b = 2(4) + 1 = 9$ โดยที่ $4 \in A$, $9 \notin B$ ดังนั้น $(4, 9) \notin r$

นั่นคือ $r = \{(1, 3), (2, 5), (3, 7)\}$

ดังนั้น $D_r = \{1, 2, 3\}$ $R_r = \{3, 5, 7\}$

วิธีที่ 2 ถ้า $r \subset R \times R$ ให้พิจารณาจากเงื่อนไขของความสัมพันธ์ ดังนี้

การหาโดเมน

1) ให้เขียนค่า y อยู่ในเทอมของ x

2) หาค่าของ x ที่ทำให้ $y \in R$ ค่าของ x ที่หาได้เป็นสมาชิกในโดเมนของ r

กรณีนี้อาจจะให้ C เป็นเซตของค่า x ที่ทำให้ $y \notin R$ แล้วสรุปว่า

$$D_r = R - C$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

การหาเรนจ์

- 1) ให้เขียนค่า x อยู่ในเทอมของ y
 - 2) หาค่าของ y ที่ทำให้ $x \in \mathbb{R}$ ค่าของ y ที่หาได้เป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r
- กรณีนี้อาจจะให้ D เป็นเซตของค่า y ที่ทำให้ $x \notin \mathbb{R}$ แล้วสรุปว่า

$$R_r = \mathbb{R} - D$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

$$r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - 3y = 2\}$$

วิธีทำ หาโดเมน จาก $x - 3y = 2$

$$-3y = 2 - x$$

$$y = \frac{2 - x}{-3}$$

จะเห็นว่า ไม่มีค่า x ตัวใดที่ทำให้ $y \notin \mathbb{R}$

ดังนั้น $D_r = \mathbb{R}$

หาเรนจ์ จาก $x - 3y = 2$

$$x = 2 + 3y$$

จะเห็นว่า ไม่มีค่า y ตัวใดที่ทำให้ $x \notin \mathbb{R}$

ดังนั้น $R_r = \mathbb{R}$

วิธีที่ 3 ถ้า $r \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ และเขียนกราฟได้ง่าย จะหาโดเมนและเรนจ์โดยดูจากกราฟ

โดเมน เท่ากับเซตของ x ที่ (x, y) เป็นจุดบนกราฟ

เรนจ์ เท่ากับเซตของ y ที่ (x, y) เป็นจุดบนกราฟ

วิธีที่ 4 ถ้า $r \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ และ หา D_r และ R_r โดยวิธีที่ 1 ถึง 3 ได้ยาก อาจจะหาโดยวิธีพิจารณาเงื่อนไขของเซต r

ตัวอย่างที่ 3 จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

$$r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{4 - x}\}$$

วิธีทำ พิจารณาสมการ $y = \sqrt{4 - x}$

จะต้องมีเงื่อนไขว่า $4 - x \geq 0$

$$x \leq 4$$

ดังนั้น $D_r = (-\infty, 4]$

สำหรับการหา R_r จะพิจารณาดังนี้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

เนื่องจาก $4 - x \geq 0$ และ $y = \sqrt{4 - x}$

จึงได้ว่า $y \geq 0$ และทุกค่า x ที่ $x \leq 4$

เมื่อ x มีค่าลดลงจะทำให้ y มีค่าเพิ่มขึ้น เช่น

เมื่อแทนค่า $x = 4$ จะได้ $y = 0$

เมื่อแทนค่า $x = 3$ จะได้ $y = 1$

⋮

เมื่อแทนค่า x ลดลงเรื่อยๆ ค่าของ y ก็จะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ไปถึง

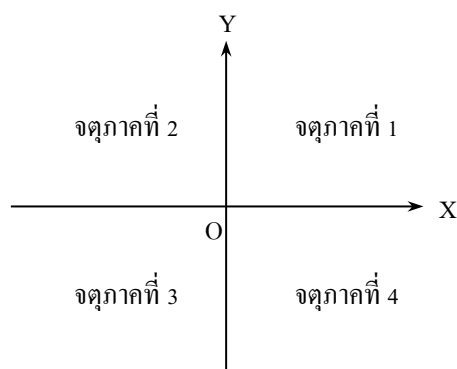
อนันต์

ดังนั้น $R_f = [0, \infty)$

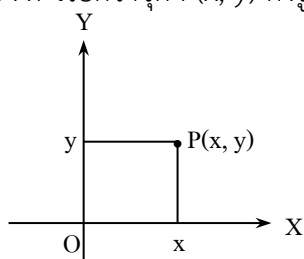
3. ครูยกตัวอย่างโจทย์การหาโดเมนและเรนจ์อีก 2 ข้อบนกระดานให้นักเรียนทุกคนช่วยกันทำ โดยใช้เวลา 10 นาที จากนั้นครูมอบหมายให้นักเรียนที่ทำถูกต้องมาเฉลยหน้าชั้นเรียน

4. ก่อนนำเข้าสู่ความรู้เรื่องกราฟของความสัมพันธ์ ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับระบบพิกัดฉากดังนี้

ระบบพิกัดฉากเป็นระบบที่เป็นระนาบและประกอบด้วยเส้นจำนวน 2 เส้น ตั้งฉากซึ่งกันและกัน เรียกเส้นจำนวนที่อยู่ในแนวอนว่า แกน X และเรียกเส้นจำนวนที่อยู่ในแนวตั้งว่า แกน Y โดยแกน X และแกน Y ตัดกันที่จุดกำเนิด ($x = 0, y = 0$) ระนาบที่แกนทั้งสองอยู่นี้เรียกว่าระนาบ XY ระบบพิกัดฉากจะแบ่งระนาบ XY ออกเป็น 4 ส่วน เรียกแต่ละส่วนว่า **จุดภาค** ดังรูป



และจุดที่อยู่บนระนาบ XY เรียกว่าจุด $P(x, y)$ ดังรูป



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

5. ครูให้ความรู้เพิ่มเติมเรื่องการเขียนกราฟของความสัมพันธ์ โดยยกตัวอย่างประกอบ

2-3 ตัวอย่าง เช่น

บทนิยาม ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่เป็นสับเซตของ $R \times R$ แล้ว กราฟของความสัมพันธ์ r ก็คือเซตของจุดในระนาบที่แต่ละจุดใช้แทนสมาชิกของ r แต่ละสมาชิก

ตัวอย่าง จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$1) r_1 = \{(1,4), (2,5), (3,7)\}$$

$$2) r_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3), \dots, (100,100)\}$$

ครูเขียนแกนของกราฟ (แกน X และแกน Y) แล้วแนะนำให้นักเรียนช่วยกันออกมาเขียนคู่อันดับต่างๆ บนแกนของกราฟ

6. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำใบงานที่ 2 ภายในชั่วโมงเรียน แล้วเฉลยคำตอบว่าข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ พร้อมทั้งเฉลยละเอียดสำหรับข้อที่ยากและมีบางกลุ่มทำผิด

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2 เป็นการบ้าน

5.3 ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความคิดรวบยอดเกี่ยวกับโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์และกราฟของความสัมพันธ์ในประเด็นต่อไปนี้

1. โดเมนของความสัมพันธ์ r คือเซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย D_r
2. เรนจ์ของความสัมพันธ์ r คือเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย R_r
3. วิธีการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ที่มักจะพบบ่อยๆ มี 4 วิธี คือ

วิธีที่ 1 การหาโดเมนและเรนจ์โดยการแจกแจงสมาชิก สามารถพิจารณาจากสมาชิกของคู่อันดับได้เลย โดยโดเมนคือสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ และเรนจ์คือสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ

วิธีที่ 2 ถ้า r มีโดเมนและเรนจ์เป็นช่วงของจำนวนจริง ($r \subset R \times R$)

- หาโดเมน**
1. เขียนค่า y ในเทอมของ x
 2. หาช่วงของค่า x ที่ทำให้ $y \in R$ ช่วงของค่า x ที่หาได้คือ D_r
 3. กรณีนี้อาจจะให้ C เป็นเซตของค่า x ที่ทำให้ $y \notin R$ และสรุปว่า

$$D_r = R - C$$

- หาเรนจ์**
1. เขียนค่า x ในเทอมของ y
 2. หาช่วงของค่า y ที่ทำให้ $x \in R$ ช่วงของค่า y ที่หาได้คือ R_r
 3. กรณีนี้อาจจะให้ D เป็นเซตของค่า y ที่ทำให้ $x \notin R$ และสรุปว่า

$$R_r = R - D$$

วิธีที่ 3 ถ้า $r \subset R \times R$ และเขียนกราฟได้ง่าย จะหาโดเมนและเรนจ์ได้โดยการดูจากกราฟ ซึ่งจะได้ว่า

D_r เท่ากับเซตของ x ที่ (x, y) เป็นจุดบนกราฟ

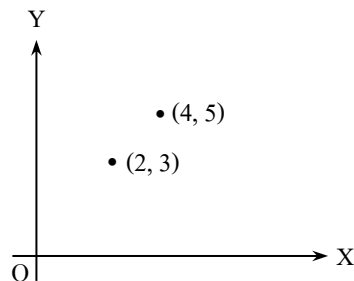
R_r เท่ากับเซตของ y ที่ (x, y) เป็นจุดบนกราฟ

วิธีที่ 4 ถ้า $r \subset R \times R$ และหาโดเมนและเรนจ์ด้วยวิธีที่ 1 ถึง 3 ยาก จะสามารถหาโดเมนและเรนจ์ได้โดยพิจารณาเงื่อนไขของเซต r

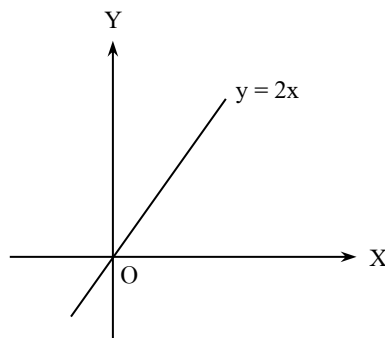
4. การเขียนกราฟของความสัมพันธ์

ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ที่เป็นสับเซตของเซต $R \times R$ แล้วกราฟของความสัมพันธ์ r ก็คือเซตของจุดในระนาบที่แต่ละจุดใช้แทนสมาชิกของ r แต่ละสมาชิก เช่น

ถ้า $r = \{(2,3), (4,5)\}$ จะมีกราฟเป็นจุด 2 จุด ดังรูป



ถ้า $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2x\}$ จะมีกราฟเป็นจุดมากมายที่เรียงต่อเนื่องกันจนมองเห็นเป็นเส้นตรงโดยค่าของพิกัดหลังมีค่าเป็นสองเท่าของพิกัดหน้า ดังรูป



6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 ภาคเรียนที่ 1
- ใบงานที่ 2
- แบบฝึกหัด 2

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

7.1 กิจกรรมส่งเสริมการคิดเชิงวิเคราะห์

ขั้นรวบรวมข้อมูล

ให้นักเรียนสร้างโจทย์เกี่ยวกับเรื่องการทำโดเมนและเรนจ์ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน สร้าง

โจทย์กลุ่มละ 3 ข้อ

ขั้นวิเคราะห์

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

ขั้นสรุป

ให้แต่ละกลุ่มจัดทำเป็นรายงานแล้วนำรายงานมาแลกเปลี่ยนกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นประยุกต์ใช้

ครูเลือกโจทย์ที่น่าสนใจนำมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7.2 กิจกรรมบูรณาการ

-

8.บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

9. ใบความรู้ ใบงาน และเครื่องมือวัดผล

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่ เดือน ปี
 ครั้งที่ ผู้สังเกต

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน			
	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ความสนใจ				
การตอบคำถาม				
การทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน				
การใช้ความรู้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ				
ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย				

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ระดับชั้น..... ประจำวันที่ กลุ่มที่

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	น้อย	น้อยมาก
การวางแผนการทำงาน					
การกำหนดการปฏิบัติงานมีขั้นตอนชัดเจน					
การปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด					
ความคิดสร้างสรรค์					
ผลการทำงาน					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	ฟังก์ชัน	เรื่อง ฟังก์ชัน
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 4 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

- 1.1 **มาตรฐานการเรียนรู้**
มาตรฐาน ค.1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้
ตัวชี้วัด ค.1.2 ม.4-6/1 .ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
- 1.2 **จุดประสงค์การเรียนรู้**
 - 1) นักเรียนสามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
 - 2) นักเรียนสามารถเขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่างๆ เช่น ตาราง สมการ และกราฟได้
2. **สาระการเรียนรู้**
 - 2.1 **สาระการเรียนรู้**
 - 1) ความหมายของฟังก์ชัน
 - 2) วิธีตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
 - 3) รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน
 - 2.2 **ทักษะ/กระบวนการ**
 - 1) ทักษะการให้เหตุผล
 - 2) ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย
 - 3) ทักษะการแก้ปัญหา
 - 2.3 **ทักษะการคิด**
การคิดแปลความ การคิดวิเคราะห์
3. **ร่องรอยการเรียนรู้**
 - 3.1 **ผลงาน/ชิ้นงาน**
 - 1) ผลงานจากการทำใบงานที่ 3 และแบบฝึกหัด 3
 - 2) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม
 - 3.2 **กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน**
 - 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน
 - 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
 - 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
 - 4) นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
 - 5) ร่วมกันทำใบงานที่ 3
 - 6) ส่งงาน

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) ให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) มีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

นักเรียนเข้าใจความหมายของฟังก์ชันและรู้วิธีเขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่างๆ

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ผ่านขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อการเรียนรู้

5.1 ขั้นนำ

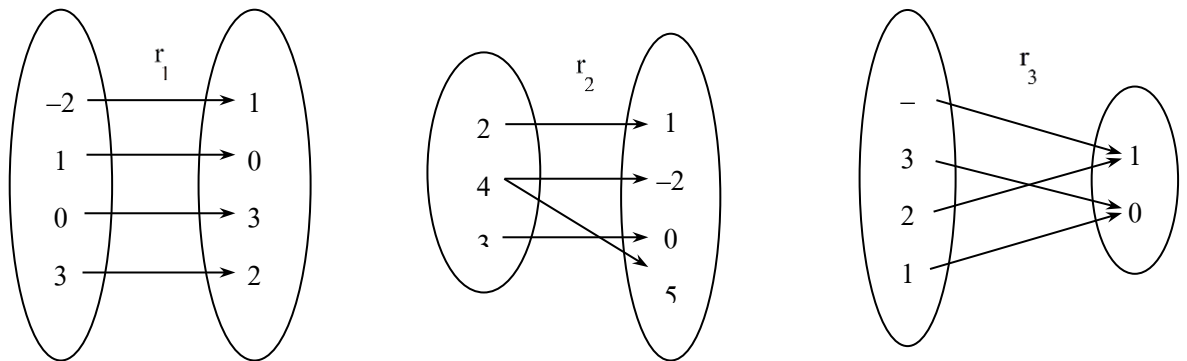
ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก ทั้งความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน เช่น

$$r_1 = \{(-2,1), (1,0), (0,3), (3,2)\}$$

$$r_2 = \{(2,1), (4,-2), (3,0), (4,5)\}$$

$$r_3 = \{(-3,1), (2,0), (1,1), (5,0)\}$$

และอาจแสดงเป็นแผนภาพการจับคู่ระหว่างโดเมนและเรนจ์ของ r_1 , r_2 และ r_3 ดังนี้



หลังจากนั้นให้นักเรียนพิจารณาคู่อันดับในความสัมพันธ์ที่กำหนดให้และใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนสรุปได้ว่า

1. ความสัมพันธ์ r_1 ทุกคู่อันดับมีสมาชิกตัวหน้าไม่ซ้ำกัน
2. ความสัมพันธ์ r_2 มีบางคู่อันดับที่สมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน
3. ความสัมพันธ์ r_3 ทุกคู่อันดับมีสมาชิกตัวหน้าไม่ซ้ำกัน แต่สมาชิกตัวหลังบางตัวซ้ำกัน

5.2 ชั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

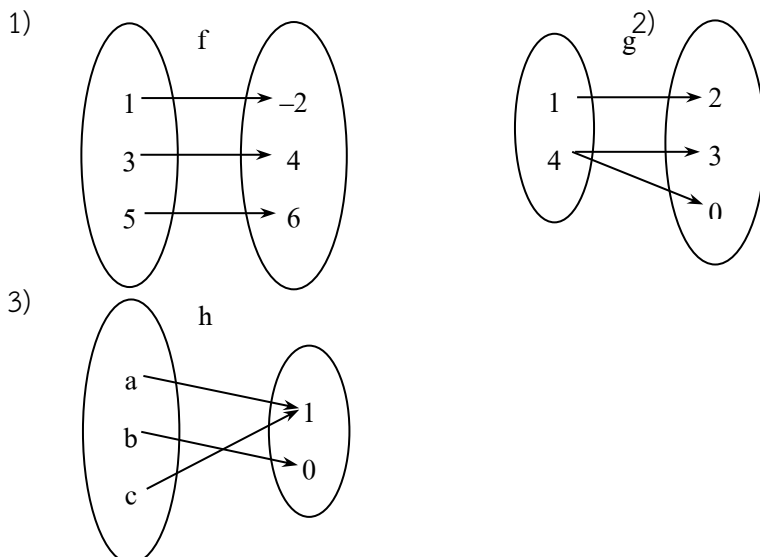
1. ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์เพิ่มอีก 1 ตัวอย่าง ซึ่งมีลักษณะเหมือนกับความสัมพันธ์ในชั้นนำ แล้วครูจึงสรุปว่า ความสัมพันธ์ที่มีการจับคู่ระหว่างสมาชิกในโดเมนกับสมาชิกในเรนจ์ เช่นเดียวกับ r_1 และ r_3 เป็นฟังก์ชัน ส่วนความสัมพันธ์ที่มีการจับคู่เหมือน r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน
2. ครูให้ความรู้เรื่องความหมายของฟังก์ชัน ดังนี้

บทนิยาม ฟังก์ชัน คือความสัมพันธ์ซึ่งสมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

พร้อมทั้งยกตัวอย่าง 1-2 ตัวอย่างให้นักเรียนเห็นอย่างชัดเจน เช่น

ตัวอย่างที่ 1 จากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ตามแผนภาพต่อไปนี้ จงตรวจสอบว่า

ความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน



วิธีทำ 1) จากแผนภาพจะพบว่า ไม่มีสมาชิกใดในโดเมนของ f จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของ f มากกว่า 1 ตัว

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชัน

2) จากแผนภาพจะพบว่า 4 อยู่ในโดเมนของ g จับคู่กับ 3 และ 0 ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ g นั่นคือมีสมาชิกบางตัวในโดเมนของ g จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของ g มากกว่า 1 ตัว

ดังนั้น g ไม่เป็นฟังก์ชัน

3) จากแผนภาพจะพบว่า ไม่มีสมาชิกใดในโดเมนของ h จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของ h มากกว่า 1 ตัว

ดังนั้น h เป็นฟังก์ชัน

จากตัวอย่างข้างต้น ครูควรชี้แนะให้นักเรียนสังเกตว่าข้อที่ 3 h เป็นฟังก์ชัน เพราะว่าไม่มีสมาชิกตัวใดในโดเมนของ h จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของ h มากกว่า 1 ตัว แม้ว่าจะมี 1 ซึ่ง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

เป็นสมาชิกในเรนจ์ของ h จับคู่ 2 ครั้ง คือ จับคู่กับ a และ c ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ h แต่บทนิยามกล่าวไว้ว่า ฟังก์ชันคือความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียว โดยไม่ได้บอกว่าสมาชิกแต่ละตัวในเรนจ์จะต้องจับคู่กับสมาชิกในโดเมนได้ไม่เกินกี่ตัว ซึ่งแปลความหมายได้ว่าสมาชิกแต่ละตัวในเรนจ์จะจับคู่กับสมาชิกในโดเมนกี่ตัวก็ได้ ดังนั้น ความสัมพันธ์ h ที่สมาชิกแต่ละตัวในโดเมนจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียว แม้จะมีสมาชิกบางตัวในเรนจ์จับคู่กับสมาชิกในโดเมนมากกว่า 1 ตัว ความสัมพันธ์ h ก็ยังคงเป็นฟังก์ชัน

3. ครูให้ความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับวิธีตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ใน 2 กรณี คือ

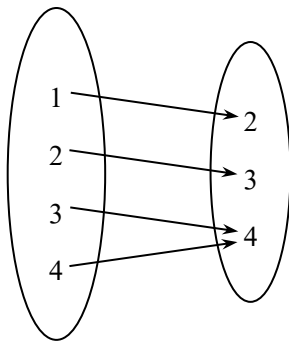
กรณีที่ 1 ความสัมพันธ์นั้นเป็นเซตที่แจกแจงสมาชิกได้

กรณีที่ 2 ความสัมพันธ์นั้นมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง ที่ไม่สามารถแจกแจงสมาชิกได้

ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ทั้งแบบแจกแจงสมาชิก แบบบอกเงื่อนไข และกราฟ ประมาณ 2-3 ตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบให้นักเรียนพิจารณาว่า ความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ใดไม่เป็นฟังก์ชัน เช่น

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 4)\}$

จากคู่อันดับ f เขียนเป็นแผนภาพได้เป็น



พบว่าสมาชิกแต่ละตัวในโดเมน f จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของ f เพียงตัวเดียว

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 3 จงตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ พิจารณาสมการ $y = 2x$

จะได้ว่าทุกครั้งที่แทนค่า x ลงในสมการ 1 ค่า ทำให้ได้ค่า y เพียงค่าเดียวเสมอ เช่น

เมื่อแทนค่า $x = 1$ ทำให้ได้ค่า $y = 2$ เพียงค่าเดียว

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

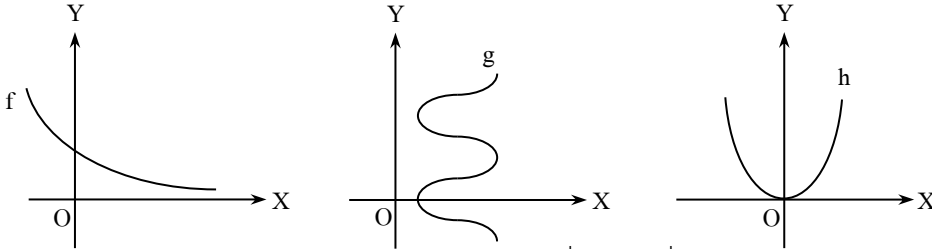
เมื่อแทนค่า $x = 2$ ทำให้ได้ค่า $y = 4$ เพียงค่าเดียว

เมื่อแทนค่า $x = 3$ ทำให้ได้ค่า $y = 6$ เพียงค่าเดียว

⋮ ⋮

ดังนั้น สรุปได้ว่า f เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่ากราฟของความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน



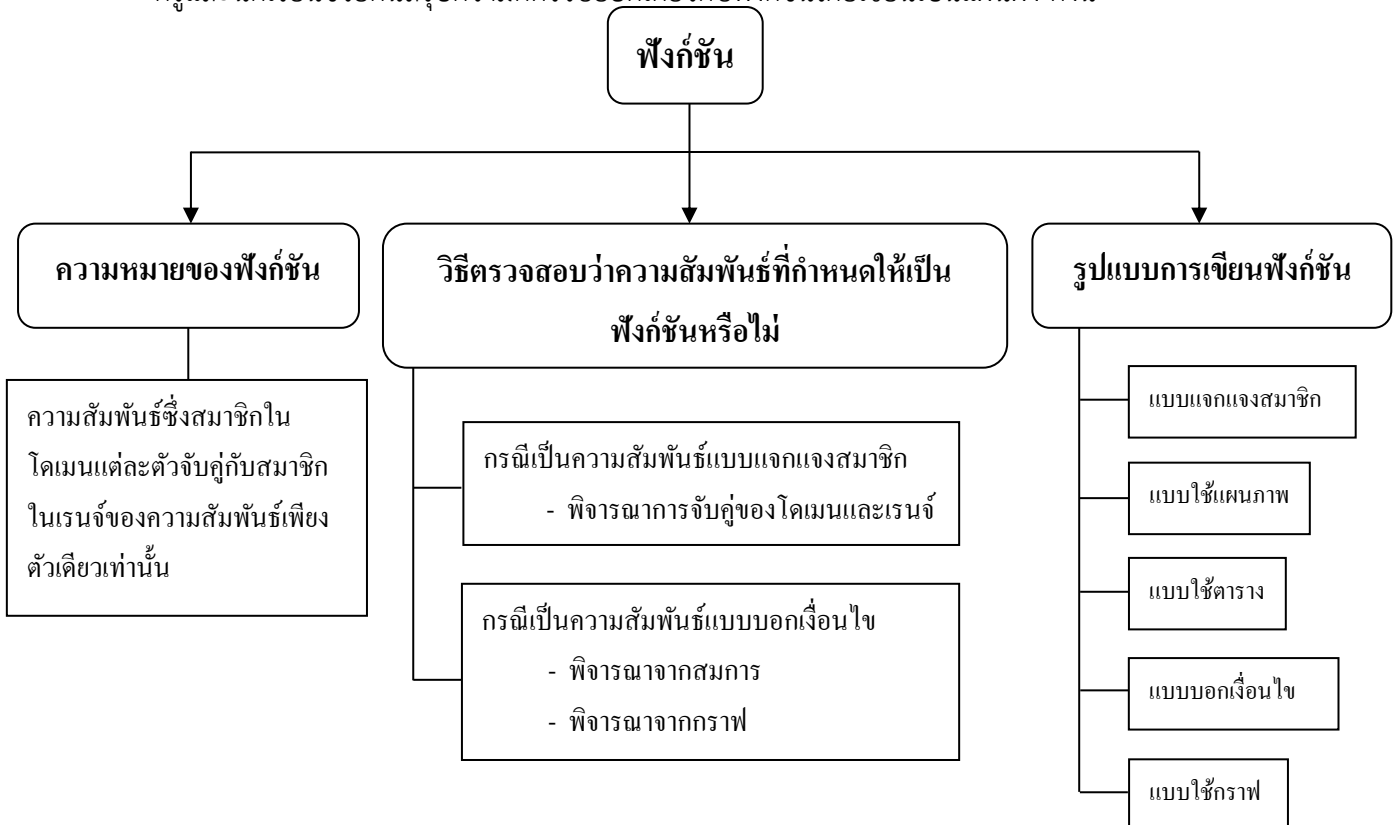
จะได้ว่ากราฟ f และ h เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากเมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน

Y แล้วตัดกราฟของ f และ h ไม่เกินหนึ่งจุดเสมอ

- ครูแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม แล้วกำหนดความสัมพันธ์บนกระดาน 3 ข้อ (โดยมีทั้งแบบแจกแจงสมาชิก แบบบอกเงื่อนไข และกราฟ) แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันพิจารณาตามวิธีที่ครูแนะนำข้างต้น
- ครูให้ความรู้เรื่องรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน โดยยกตัวอย่างประกอบรูปแบบละ 2 ตัวอย่าง
- ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันทำใบงานที่ 3 ภายในชั่วโมงเรียนแล้วร่วมกันเฉลยคำตอบว่า ข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ พร้อมทั้งเฉลยละเอียดสำหรับข้อที่ยากและมีบางกลุ่มทำผิด
- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3 เป็นการบ้าน

5.3 ชั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันโดยเขียนเป็นแผนผัง ดังนี้



6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.4 ภาคเรียนที่ 2
- ใบงานที่ 3
- แบบฝึกหัด 3

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

7.1 กิจกรรมส่งเสริมการคิดเชิงวิเคราะห์

ขั้นรวบรวมข้อมูล

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันสร้างความสัมพันธ์กลุ่มละ 3 ตัวอย่าง

ขั้นวิเคราะห์

ให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนความสัมพันธ์โดยแสดงในรูปแบบต่างๆ เช่น ตาราง แผนภาพ

แบบบอกเงื่อนไข กราฟ

ขั้นสรุป

ให้แต่ละกลุ่มจัดทำเป็นรายงานแล้วนำรายงานมาแลกเปลี่ยนกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นประยุกต์ใช้

ครูเลือกโจทย์ที่น่าสนใจนำมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7.2 กิจกรรมบูรณาการ

-

8.บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

9. ไบความรู้ ใงาน และเครื่องมือวัดผล

แบบสังเกตพฤติกรรมกรเรียน

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมกรเรียนรายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่ เดือน ปี

ครั้งที่ ผู้สังเกต

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน			
	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ความสนใจ				
การตอบคำถาม				
การทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน				
การใช้ความรู้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ				
ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย				

แบบประเมินพฤติกรรมกรทำงานกลุ่ม

ระดับชั้น..... ประจำวันที่ กลุ่มที่

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	น้อย	น้อยมาก
การวางแผนกรทำงาน					
การกำหนดกรปฏิบัติงานมีขั้นตอนชัดเจน					
กรปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด					
ความคิดสร้างสรรค์					
ผลกรทำงาน					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	ฟังก์ชัน	เรื่อง ฟังก์ชัน
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 4 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

-
- 1.1 **มาตรฐานการเรียนรู้**
มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้
ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 .ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด
 - 1.2 **จุดประสงค์การเรียนรู้**
หาค่าของฟังก์ชัน ณ จุดใด ๆ ในโดเมนได้
 2. **สาระสำคัญ**
 - 2.1 **สาระการเรียนรู้**
การหาค่าของฟังก์ชัน
 - 2.2 **ทักษะ/กระบวนการ**
 - 1) ทักษะการให้เหตุผล
 - 2) ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย
 - 3) ทักษะการแก้ปัญหา
 - 2.3 **ทักษะการคิด**
การคิดแปลความ การคิดวิเคราะห์
 3. **ร่องรอยการเรียนรู้**
 - 3.1 **ผลงาน/ชิ้นงาน**
 - 1) ผลงานจากการทำบัตรกิจกรรม
 - 2) ผลงานจากการทำใบงานที่ 4 และแบบฝึกหัด 4
 - 3) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม
 - 3.2 **กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน**
 - 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน
 - 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
 - 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
 - 4) ร่วมกันทำบัตรกิจกรรม
 - 5) นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
 - 6) ร่วมกันทำใบงานที่ 4
 - 7) ส่งงาน

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) ให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) มีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

นักเรียนรู้วิธีการหาค่าของฟังก์ชัน ณ จุดใดๆ ในโดเมนของ f

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ผ่านขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อการเรียนรู้

5.1 ขั้นนำ

ครูทบทวนการหาโดเมนและเรนจ์ โดยให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

$$1) r_1 = \{(x, y) \mid y = 4x + 5\}$$

$$2) r_2 = \left\{ (x, y) \mid y = \sqrt{x^2 - 36} \right\}$$

นักเรียนควรแสดงวิธีทำได้ดังนี้

- 1) เราสามารถหาค่า y หรือ $4x+5$ ได้ทุกจำนวนจริงใดๆ เสมอ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

$$\therefore D_{r_1} = R \text{ และ } R_{r_1} = R$$

- 2) จาก $\sqrt{x^2 - 36}$ จะได้ว่า

$$x^2 - 36 \geq 0$$

$$(x+6)(x-6) \geq 0$$

ดังนั้น $x \leq -6$ หรือ $x \geq 6$

$$\therefore D_{r_2} = (-\infty, -6] \cup [6, \infty)$$

ถ้าแทนค่า $x = \pm 6$ จะได้ $y = 0$

ถ้าแทนค่า $x < -6$ หรือ $x > 6$ จะได้ $y > 0$ เสมอ

$$\text{ดังนั้น } R_{r_2} = [0, \infty)$$

5.2 ชั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูให้ความรู้เรื่องการหาค่าของฟังก์ชันในแบบต่างๆ พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ชัดเจนในแต่ละเรื่องประมาณ 2-3 ตัวอย่าง เช่น

แบบที่ 1 การหาค่าฟังก์ชันอย่างง่าย สามารถหาได้โดยใช้วิธีแทนค่า $x = a$ ลงในสมการของฟังก์ชัน ก็จะได้ค่าของฟังก์ชัน f ที่ a ตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x - 1\}$ จงหาค่าของ $f(2)$, $f(3)$, $f(a)$, $f(x+1)$

วิธีทำ เนื่องจาก $(x, y) \in f$ จึงได้ว่า $y = f(x)$

$$\text{แต่ } y = 3x - 1$$

$$\text{ดังนั้น } f(x) = 3x - 1$$

$$\text{หา } f(2) = 3(2) - 1 = 5$$

$$f(3) = 3(3) - 1 = 8$$

$$f(a) = 3(a) - 1 = 3a - 1$$

$$f(x+1) = 3(x+1) - 1$$

$$= 3x + 3 - 1$$

$$= 3x + 2$$

แบบที่ 2 การหาค่าของฟังก์ชันโดยวิธีเปลี่ยนตัวแปร

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $f(a-3) = 4a + 7$ จงหา

$$1) f(x) \qquad 2) f(2)$$

วิธีทำ 1) จาก $f(a-3) = 4a + 7$ (1)

$$\text{กำหนดให้ } a - 3 = x$$

$$\text{ดังนั้น } a = x + 3$$

จาก (1) จะได้ว่า

$$f(x) = 4(x+3) + 7$$

$$= 4x + 12 + 7$$

$$= 4x + 19$$

$$2) \text{ จาก } f(x) = 4x + 19$$

$$\text{แทนค่า } x = 2 \text{ จะได้ } f(2) = 4(2) + 19$$

$$= 27$$

จากตัวอย่างครูชี้ให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้าไม่สร้างฟังก์ชันใหม่ สามารถหาค่า $f(2)$ ได้หรือไม่ แล้วแสดงให้นักเรียนดูว่าสามารถหาค่าได้ โดยแทนค่า a ที่ทำให้ $a-3=2$ ซึ่งก็จะแทนค่า a ด้วย 5

ดังนั้น จะได้ $f(2) = 4(5) + 7 = 27$

- ครูให้นักเรียนจับคู่ แล้วแจกบัตรกิจกรรมซึ่งเป็นโจทย์การหาค่าของฟังก์ชัน โดยให้เวลา 15 นาที ช่วยกันแสดงวิธีทำ หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ
- ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันทำใบงานที่ 4 ภายในชั่วโมงเรียนแล้วร่วมกันเฉลยคำตอบว่าข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ พร้อมทั้งเฉลยละเอียดสำหรับข้อที่ยากและมีบางกลุ่มทำผิด
- ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัด 4 เป็นการบ้าน

5.3 ชั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการหาค่าของฟังก์ชันในประเด็นต่อไปนี้

“ถ้า $(a, b) \in f$ แล้ว จะเรียก b เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ a ” ซึ่งข้อความนี้จะเขียนแทนด้วย “ $b = f(a)$ ”
ดังนั้น การหาค่าของฟังก์ชัน f ที่ a จึงเป็นการหาค่าของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน f ที่มี a เป็นสมาชิกตัวหน้า ซึ่งจะหาได้ง่ายๆ โดยการแทนค่า $x = a$ ลงในสมการของฟังก์ชัน f ก็จะได้ค่าของฟังก์ชัน f ที่ a ตามต้องการ

6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.4 ภาคเรียนที่ 2
- บัตรกิจกรรม
- ใบงานที่ 4
- แบบฝึกหัด 4

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

7.1 กิจกรรมส่งเสริมการคิดเชิงวิเคราะห์

ขั้นรวบรวมข้อมูล

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มสร้างฟังก์ชันแบบบอกเงื่อนไข กลุ่มละ 3 ฟังก์ชัน

ขั้นวิเคราะห์

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งโจทย์คำถามจากฟังก์ชันที่สร้าง พร้อมทั้งแสดงวิธีทำทุกข้อ

ขั้นสรุป

ให้แต่ละกลุ่มจัดทำเป็นรายงานแล้วนำรายงานมาแลกเปลี่ยนกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นประยุกต์ใช้

ครูเลือกโจทย์ที่น่าสนใจนำมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7.2 กิจกรรมบูรณาการ

-

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

9. ใ้ความรู้ ใ้งาน และ เครื่องมือวัดผล

บ้ตรกัการรรม

1. ก้หนดใ้ $f = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 1 \right\}$ จงหา

1) $f(0)$ 2) $f(-2)$ 3) $f(2a)$

2. ก้หนดใ้ $f(x+2) = x - 3$ จงหาค้ $f(3), f(5), f(7)$

3. ก้หนดใ้ $f(x+1) = 2x + 3$ จงหาค้ $f(3x+5)$ และ $f(x-1)$

เฉลยบ้ตรกัการรรม

1) ว้ร้ทำ จาก $f = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 1 \right\}$

เน้องจาก $(x, y) \in f$ จ้งใ้ว่า $y = f(x)$

แต่ $y = x^2 + 1$

ด้งน้ัน $f(x) = x^2 + 1$

$f(0) = 0^2 + 1 = 1$

$f(-2) = (-2)^2 + 1 = 5$

$f(2a) = (2a)^2 + 1 = 4a^2 + 1$

2) ว้ร้ทำ จาก $f(x+2) = x - 3$

แทนค้ $x = 1$ จ้ะใ้ $f(1+2) = 1 - 3$

$f(3) = -2$

แทนค้ $x = 3$ จ้ะใ้ $f(3+2) = 3 - 3$

$f(5) = 0$

แทนค้ $x = 5$ จ้ะใ้ $f(5+2) = 5 - 3$

$f(7) = 2$

3) วิธีทำ จาก $f(x+1) = 2x + 3$ (1)

กำหนดให้ $x+1 = t$

ดังนั้น $x = t - 1$

จาก (1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} f(t) &= 2(t-1) + 3 \\ &= 2t - 2 + 3 \\ &= 2t + 1 \end{aligned} \quad \text{.....(2)}$$

จาก (2) แทนค่า $t = 3x + 5$ จะได้

$$\begin{aligned} f(3x+5) &= 2(3x+5) + 1 \\ &= 6x + 10 + 1 \\ &= 6x + 11 \end{aligned}$$

จาก (2) แทนค่า $t = x - 1$ จะได้

$$\begin{aligned} f(x-1) &= 2(x-1) + 1 \\ &= 2x - 2 + 1 \\ &= 2x - 1 \end{aligned}$$

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่ เดือน ปี
 ครั้งที่ ผู้สังเกต

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน			
	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ความสนใจ				
การตอบคำถาม				
การทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน				
การใช้ความรู้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ				
ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย				

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ระดับชั้น..... ประจำวันที่ กลุ่มที่

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	น้อย	น้อยมาก
การวางแผนการทำงาน					
การกำหนดการปฏิบัติงานมีขั้นตอนชัดเจน					
การปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด					
ความคิดสร้างสรรค์					
ผลการทำงาน					

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) ให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) มีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

- 1) นักเรียนรู้วิธีเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น
- 2) นักเรียนรู้วิธีการหาจุดตัดของกราฟ

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ผ่านขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อการเรียนรู้

5.1 ขั้นนำ

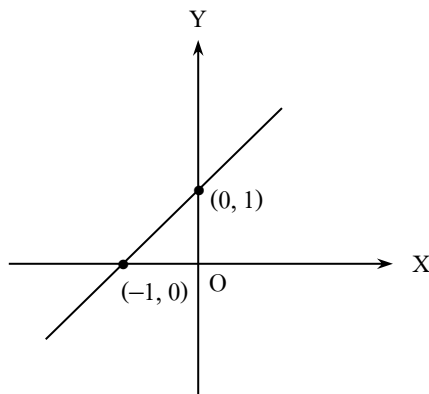
ครูทบทวนวิธีการเขียนกราฟของความสัมพันธ์ โดยยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน 2-3 ฟังก์ชัน เช่น

ตัวอย่าง กำหนด $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 1\}$ และ $g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x\}$

วิธีทำ จากฟังก์ชัน $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 1\}$ สามารถเขียนคู่อันดับได้ดังนี้

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-1	0	1	2	3	...

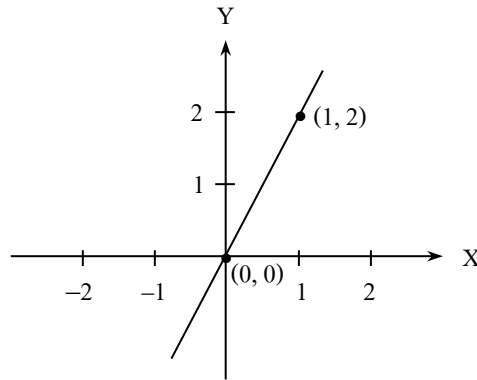
จะได้กราฟดังนี้



จากฟังก์ชัน $g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x\}$ สามารถเขียนคู่อันดับได้ดังนี้

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-4	-2	0	2	4	...

จะได้กราฟดังนี้



5.2 ชั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูให้นักเรียนพิจารณากราฟจากตัวอย่างในขั้นนำแล้วอธิบายให้นักเรียนทราบว่าฟังก์ชันที่เป็นเส้นตรง เรียกว่า **ฟังก์ชันเชิงเส้น** และโดยทั่วไปจะเขียนอยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

2. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชัน 2-3 ตัวอย่างให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นหรือไม่ โดยชี้ให้นักเรียนพิจารณาเทียบกับลักษณะทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น เช่น

$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 3\}$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น เนื่องจากสมการของฟังก์ชัน f อยู่ในรูป $y = ax + b$ โดย $a = 2$ และ $b = 3$

$g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 1\}$ ไม่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น เนื่องจากสมการของฟังก์ชัน g ไม่อยู่ในรูป $y = ax + b$

$h = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{x}{2}\}$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น เนื่องจากสมการของฟังก์ชัน

h อยู่ในรูป $y = ax + b$ โดย $a = \frac{1}{2}$ และ $b = 0$

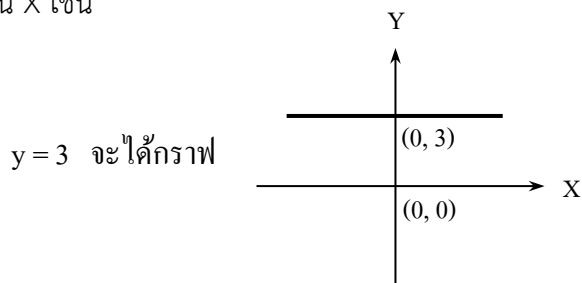
3. จากตัวอย่างในข้อ 2 ครูสุ่มนักเรียนออกมาเขียนกราฟสำหรับฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

4. ครูใช้การถามตอบเพื่อสรุปให้ได้ข้อสังเกตของฟังก์ชันเชิงเส้นดังนี้

- กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะเป็นเส้นตรงเสมอ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- จากฟังก์ชัน $y = ax + b$ ถ้า $a = 0$ จะได้ฟังก์ชันอยู่ในรูป $y = b$ ซึ่งเรียกฟังก์ชันแบบนี้ว่า ฟังก์ชันคงตัว และกราฟของฟังก์ชันคงตัวจะเป็นเส้นตรงขนานกับแกน X เช่น



ครูให้นักเรียนออกมาเขียนกราฟ $y = -1$, $y = 5$, $y = 11$ บนกระดาน

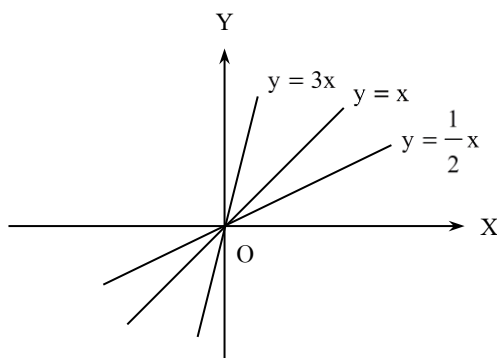
5. ครูแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม แล้วกำหนดฟังก์ชันบนกระดาน 3 ข้อ โดยแต่ละกลุ่มให้ทำ 1 ข้อ และในแต่ละข้อจะมีฟังก์ชัน 3 ฟังก์ชัน ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟของฟังก์ชันต่างๆ บนระนาบเดียวกัน หลังจากนั้นให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาเขียนกราฟบนกระดาน เช่น

(1) $y = \frac{1}{2}x$, $y = x$, $y = 3x$

(2) $y = -\frac{1}{2}x$, $y = -x$, $y = -3x$

(3) $y = x$, $y = x + 2$, $y = x - 2$

เช่น จากฟังก์ชันในข้อ (1) จะได้กราฟ



เมื่อทุกกลุ่มทำเสร็จแล้วร่วมกันอภิปรายลักษณะของกราฟ โดยสังเกตจากสัมประสิทธิ์ของ x

6. ครูให้ข้อสังเกตเรื่องการหาจุดที่กราฟตัดแกน X แกน Y จุด (x_1, y_1) ที่อยู่บนเส้นกราฟ และการหาจุดที่กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นสองฟังก์ชันตัดกัน ดังนี้ (โดยยกตัวอย่างให้เห็นอย่างชัดเจน เรื่องละ 2-3 ตัวอย่าง)

1) จุดที่กราฟตัดแกน Y ณ จุดนั้น x จะมีค่าเท่ากับศูนย์ เช่น

กราฟของเส้นตรง $y = x + 2$ ตัดแกน Y ที่จุด $(0, 2)$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

การหาจุดที่กราฟของเส้นตรง $y = x + 2$ ตัดแกน Y จะหาได้โดยการแทน $x = 0$ ลงในสมการ $y = x + 2$ จะได้ $y = 0 + 2$ นั่นคือ $y = 2$ ซึ่งจะได้จุดตัดแกน Y คือ $(0, 2)$

2) จุดที่กราฟตัดแกน X ณ จุดนั้น y จะมีค่าเป็นศูนย์ เช่น

กราฟของเส้นตรง $y = x - 2$ ตัดแกน X ที่จุด $(2, 0)$

การหาจุดที่กราฟของเส้นตรง $y = x - 2$ ตัดแกน X จะหาได้โดยการแทน $y = 0$ ลงในสมการ $y = x - 2$ จะได้ $0 = x - 2$ นั่นคือ $x = 2$ ซึ่งจะได้จุดตัดแกน X คือ $(2, 0)$

3) จุด (x_1, y_1) จะอยู่บนกราฟของเส้นตรง $y = ax + b$ ก็ต่อเมื่อ x_1 และ y_1 จับคู่กันภายใต้เงื่อนไขว่า $y_1 = ax_1 + b$ นั่นคือ เมื่อแทนค่า $x = x_1$ และ $y = y_1$ ลงในสมการ $y = ax + b$ แล้วทำให้สมการ $y_1 = ax_1 + b$ เป็นจริง

4) การหาจุดที่กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นสองฟังก์ชันตัดกัน จุด (x_1, y_1) จะเป็นจุดตัดของฟังก์ชันเชิงเส้นสองฟังก์ชันก็ต่อเมื่อจุด (x_1, y_1) อยู่บนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นทั้งสองฟังก์ชัน นั่นคือ เมื่อแทนค่า $x = x_1$ และ $y = y_1$ ในฟังก์ชันเชิงเส้นทั้งสองฟังก์ชันแล้วทำให้ฟังก์ชันเป็นจริงทั้งคู่

ดังนั้น การหาจุด (x_1, y_1) ซึ่งเป็นจุดตัดของกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นสองฟังก์ชันทำได้โดยการแก้สมการของฟังก์ชันเชิงเส้นทั้งสองฟังก์ชัน

7. ครูยกตัวอย่าง 2-3 ตัวอย่าง เกี่ยวกับการหาจุดตัดแบบต่างๆ แล้วให้นักเรียนช่วยกันทำ โดยครูใช้การถามตอบเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง เช่น

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาจุดที่กราฟตัดแกน X และแกน Y

$$(1) y = 2x - 4$$

$$(2) y = 3 - x$$

ตัวอย่างที่ 2 จงตรวจสอบว่า จุด $(3, 5)$ อยู่บนกราฟ $y = 3x - 4$ หรือไม่

ตัวอย่างที่ 3 จงหาจุดตัดของกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้

$$(1) y = 5x - 3 \text{ และ } y = 3 - x$$

$$(2) y = x + 7 \text{ และ } y = 5x + 19$$

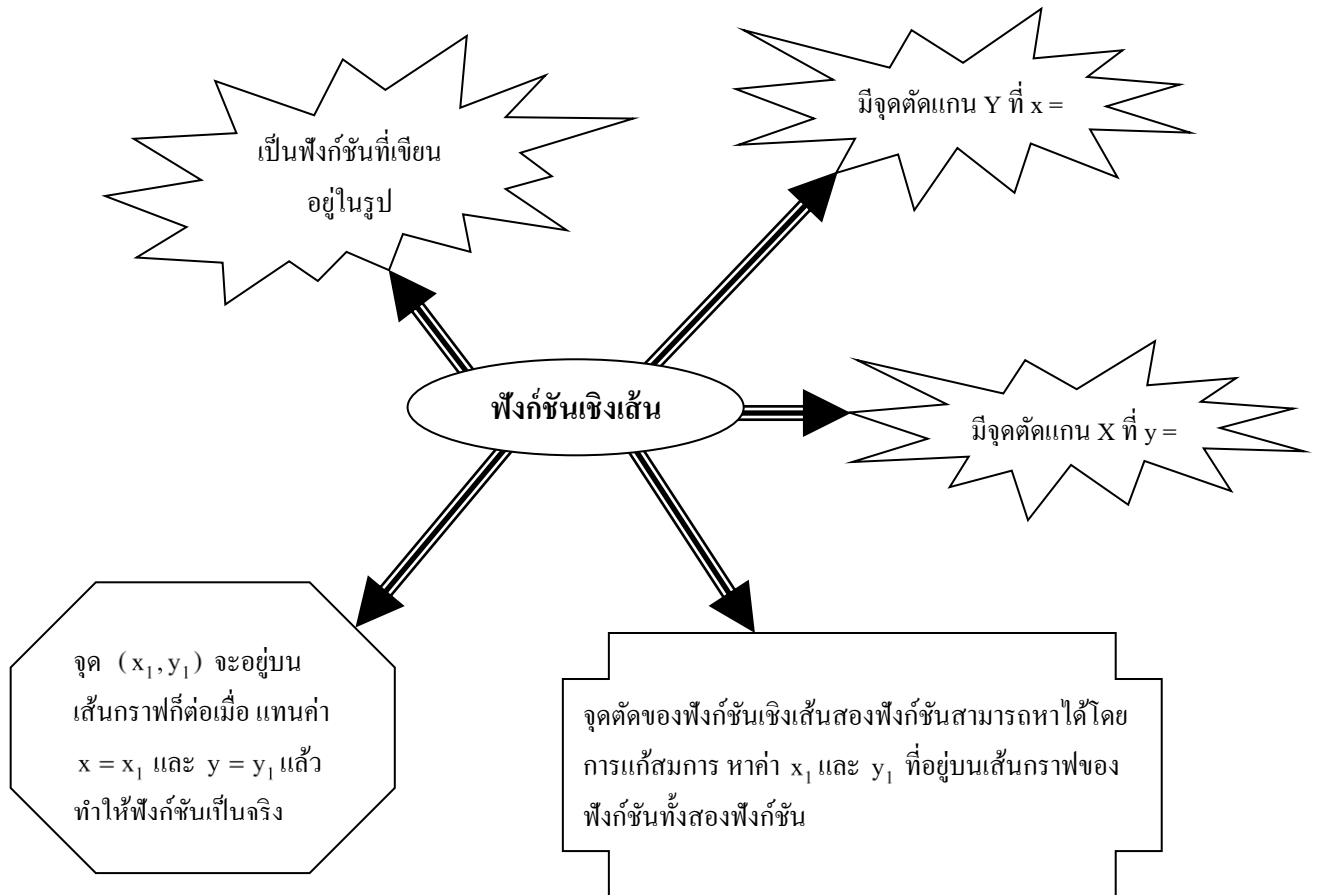
8. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันทำใบงานที่ 5 ภายในชั่วโมงเรียน แล้วร่วมกันเฉลยคำตอบว่าข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ พร้อมทั้งเฉลยละเอียดสำหรับข้อที่ยากและมีบางกลุ่มทำผิด

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 5 เป็นการบ้าน

5.3 ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นแผนผัง ดังนี้



6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.4 ภาคเรียนที่ 2
- ใบงานที่ 5
- แบบฝึกหัด 5

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

7.1 กิจกรรมส่งเสริมการคิดเชิงวิเคราะห์

ขั้นรวบรวมข้อมูล

ครูให้นักเรียนจับคู่สร้างโจทย์เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นจำนวน 2 ข้อโดย

ข้อที่ 1 เป็นโจทย์เกี่ยวกับการเขียนกราฟ

ข้อที่ 2 เป็นโจทย์เกี่ยวกับการหาจุดตัด

ขั้นวิเคราะห์

ให้นักเรียนวาดกราฟและแสดงวิธีหาจุดตัดจากโจทย์ที่สร้างขึ้นแล้วนำมาแลกเปลี่ยนกับเพื่อนเพื่อตรวจสอบ

ความถูกต้อง

ขั้นสรุป

ให้แต่ละกลุ่มจัดทำเป็นรายงานแล้วนำรายงานมาแลกเปลี่ยนกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นประยุกต์ใช้

ครูเลือกโจทย์ที่น่าสนใจนำมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7.2 กิจกรรมบูรณาการ

-

8.บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้รายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่ เดือน ปี

ครั้งที่ ผู้สังเกต

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน			
	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ความสนใจ				
การตอบคำถาม				
การทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน				
การใช้ความรู้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ				
ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย				

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ระดับชั้น..... ประจำวันที่ กลุ่มที่

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	น้อย	น้อยมาก
การวางแผนการทำงาน					
การกำหนดการปฏิบัติงานมีขั้นตอนชัดเจน					
การปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด					
ความคิดสร้างสรรค์					
ผลการทำงาน					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	ฟังก์ชัน	เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 3 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้
ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 .ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) เขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองรูปแบบต่างๆ ได้
- 2) หาจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองได้

2. สาระสำคัญ

2.1 สาระการเรียนรู้

การเขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

2.2 ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการให้เหตุผล
- 2) ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา

2.3 สาระการเรียนรู้

การคิดแปลความ การคิดวิเคราะห์ การคิดสรุปความ

3. ร่องรอยการเรียนรู้

3.1 ผลงาน/ชิ้นงาน

- 1) ผลงานจากการทำใบงานที่ 6 และแบบฝึกหัด 6
- 2) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3.2 กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน

- 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน
- 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
- 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
- 4) ร่วมกันทำใบงานที่ 6
- 5) ส่งงาน

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) ให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) มีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

- 1) นักเรียนรู้วิธีการเขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
- 2) นักเรียนรู้วิธีหาจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ผ่านขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อการเรียนรู้

5.1 ชี้นำ

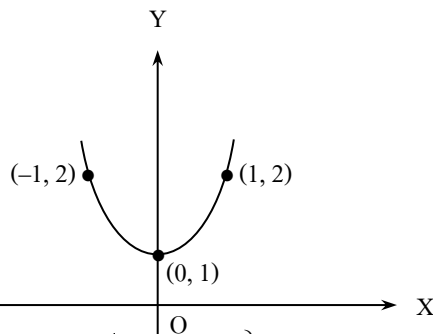
ครูทบทวนวิธีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดยยกตัวอย่างฟังก์ชันกำลังสอง 2-3 ฟังก์ชันแล้วให้นักเรียนช่วยกันออกมาเขียนกราฟ เช่น

ตัวอย่าง กำหนด $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 1\}$ และ $g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 1\}$

วิธีทำ จากฟังก์ชัน $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 1\}$ สามารถเขียนคู่อันดับได้ดังนี้

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	5	2	1	2	5	...

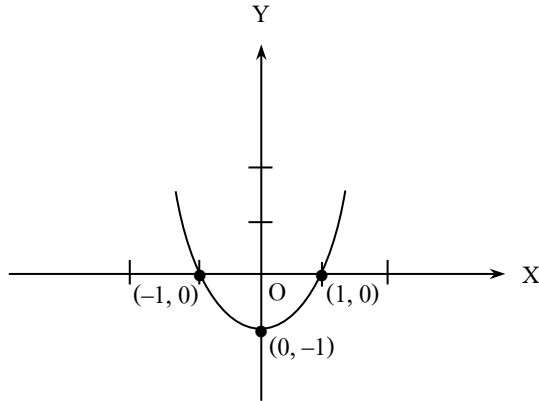
จะได้กราฟดังนี้



จากฟังก์ชัน $g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 1\}$ สามารถเขียนคู่อันดับได้ดังนี้

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	3	0	-1	0	3	...

จะได้กราฟดังนี้



5.2 ชั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ฝึกการคิดแบบ

- ครูให้นักเรียนพิจารณากราฟจากตัวอย่างในขั้นนำแล้วอธิบายให้นักเรียนทราบว่า ฟังก์ชันที่เป็นเส้นโค้งพาราโบลา เรียกว่า **ฟังก์ชันกำลังสอง** และโดยทั่วไปจะเขียนอยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ซึ่งลักษณะของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองขึ้นอยู่กับค่าของ a, b, c
- ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันกำลังสอง ให้นักเรียนบอกค่าของ a, b, c ดังนี้

ทักษะการคิดแปลความ

1) $y = 2x^2$ กรณีนี้ $a = 2, b = 0, c = 0$

2) $y = -6x^2$ กรณีนี้ $a = -6, b = 0, c = 0$

3) $y = \frac{5}{7}x^2$ กรณีนี้ $a = \frac{5}{7}, b = 0, c = 0$

4) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$ กรณีนี้ $a = -\frac{1}{2}, b = 0, c = -3$

5) $y = -9x^2 + 1$ กรณีนี้ $a = -9, b = 0, c = 1$

6) $y = x^2 + 4x + 1$ กรณีนี้ $a = 1, b = 4, c = 1$

- ครูแสดงวิธีการเขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองแต่ละกรณี โดยยกตัวอย่าง 1-2 ตัวอย่าง ต่อกรณี พร้อมชี้แนะให้นักเรียนพิจารณาลักษณะกราฟเพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับ แกนสมมาตร จุดวกกลับ จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของกราฟ เช่น

ทักษะการคิดวิเคราะห์

ทักษะการคิดสรุปความ

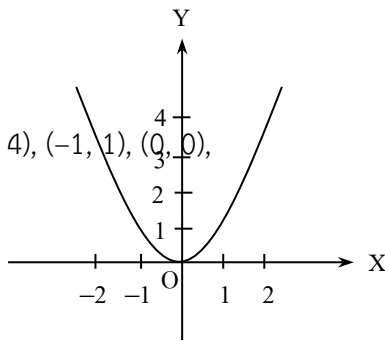
1) กราฟของฟังก์ชันจากสมการ $y = ax^2$, $a \neq 0$

กรณีที่ 1 เมื่อ $a > 0$

ให้พิจารณากราฟของ $y = x^2$ จะได้คู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการดังตาราง

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	4	1	0	1	4	...

จากตารางจะได้กราฟ



กราฟผ่านจุด $(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)$

จากกราฟสรุปได้ดังนี้

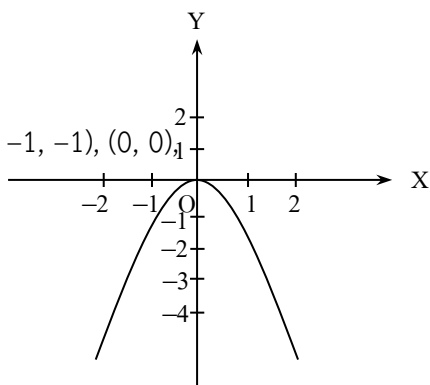
- (1) แกนสมมาตรของกราฟ คือ แกน Y หรือ เส้นตรง $x = 0$
- (2) จุดวกกลับของกราฟและเป็นจุดต่ำสุด คือ จุด $O(0,0)$
- (3) กราฟไม่มีจุดสูงสุด

กรณีที่ 2 เมื่อ $a < 0$

ให้พิจารณากราฟของ $y = -x^2$ จะได้คู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการดังตาราง

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-4	-1	0	-1	-4	...

จากตารางจะได้กราฟ



กราฟผ่านจุด $(-2, -4), (-1, -1), (0, 0), (1, -1), (2, -4)$

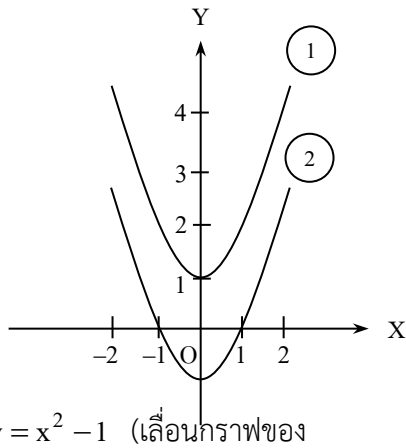
จากกราฟสรุปได้ดังนี้

- (1) แกนสมมาตรของกราฟ คือ แกน Y หรือ เส้นตรง $x = 0$
- (2) จุดวกกลับของกราฟและเป็นจุดสูงสุด คือ จุด $O(0,0)$
- (3) กราฟไม่มีจุดต่ำสุด

2) กราฟของฟังก์ชันจากสมการ $y = ax^2 + c, a \neq 0$

กราฟของสมการ $y = ax^2 + c, a \neq 0$ จะมีลักษณะเช่นเดียวกับกราฟของสมการ $y = ax^2$ นั่นคือ ถ้า $a > 0$ กราฟจะหงาย และถ้า $a < 0$ กราฟจะคว่ำ แต่จะมีการเลื่อนขึ้นหรือลงตามค่าของ c เช่น

พิจารณากราฟของสมการ $y = x^2 + 1$ และ $y = x^2 - 1$



เป็น

(1) $y = x^2 + 1$ (เลื่อนกราฟ
ของ
 $y = x^2$ ขึ้นจากแกน X
เป็น
ระยะ 1 หน่วย)
(2)

$y = x^2$ ลงจากแกน X
ระยะ 1 หน่วย)

จากกราฟจะเห็นว่า

ถ้า $c > 0$ กราฟจะเลื่อนขึ้นเหนือแกน X เป็นระยะเท่ากับ $|c|$

ถ้า $c < 0$ กราฟจะเลื่อนลงใต้แกน X เป็นระยะเท่ากับ $|c|$

3) กราฟของฟังก์ชันจากสมการ $y = a(x - h)^2, a \neq 0$

กราฟของสมการ $y = a(x - h)^2, a \neq 0$ จะมีลักษณะเช่นเดียวกับกราฟของสมการ $y = ax^2$ นั่นคือ ถ้า $a > 0$ กราฟจะหงาย และถ้า $a < 0$ กราฟจะคว่ำ แต่จะมีการเลื่อนไปทางซ้ายหรือเลื่อนไปทางขวาของแกน Y ตามค่าของ h (ครูยกตัวอย่าง)

4) กราฟของฟังก์ชันจากสมการ $y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0$

กราฟของสมการ $y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0$ จะมีลักษณะเช่นเดียวกับกราฟของสมการ $y = ax^2$ นั่นคือ ถ้า $a > 0$ กราฟจะหงาย และถ้า $a < 0$ กราฟจะคว่ำ แต่จะมีการเลื่อนไปทางซ้ายหรือเลื่อนไปทางขวาของแกน Y ตามค่าของ h และจะมีการเลื่อนขึ้นหรือลงตามค่าของ k (ครูยกตัวอย่าง)

5) กราฟของฟังก์ชันจากสมการ $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$

กราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ จะสามารถเขียนกราฟได้โดยจัดรูปสมการของ $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$ ซึ่งเมื่อเทียบกับสมการ $y = a(x-h)^2 + k$ แล้วพบว่า

$$\text{จุดวกกลับหรือจุดยอดของกราฟ คือ } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

$$\text{แกนสมมาตรของกราฟ คือ } x = -\frac{b}{2a}$$

$$\text{ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกราฟ คือ } \frac{4ac - b^2}{4a}$$

4. ครูอาจแสดงวิธีการเปลี่ยนรูป $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$ เพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน ดังนี้

$$\text{จาก } y = ax^2 + bx + c$$

$$\frac{y}{a} = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$$

$$\frac{y}{a} - \frac{c}{a} = x^2 + \frac{b}{a}x$$

$$\frac{y}{a} - \frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\frac{y}{a} + \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\frac{y}{a} = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

ทักษะการคิดวิเคราะห์

ทักษะการคิดวิเคราะห์

$$y = a \left[x - \left(\frac{-b}{2a} \right) \right]^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

เทียบกับสมการที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ จะพบว่า กราฟของ

$$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0 \text{ จะมีจุดยอดหรือจุดวกกลับที่จุด } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

5. ครูกำหนดฟังก์ชันกำลังสองบนกระดาน ให้นักเรียนบอกจุดยอด กราฟเป็นเส้นโค้งหงายหรือเส้นโค้งคว่ำ เช่น

$y = x^2 + 4$ กราฟเป็นเส้นโค้งหงาย มีจุดยอดที่ (0, 4)

$y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำ มีจุดยอดที่ (0, -2)

$y = -2(x - 3)^2$ กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำ มีจุดยอดที่ (3, 0)

$y = 2(x - 3)^2 + 1$ กราฟเป็นเส้นโค้งหงาย มีจุดยอดที่ (3, 1)

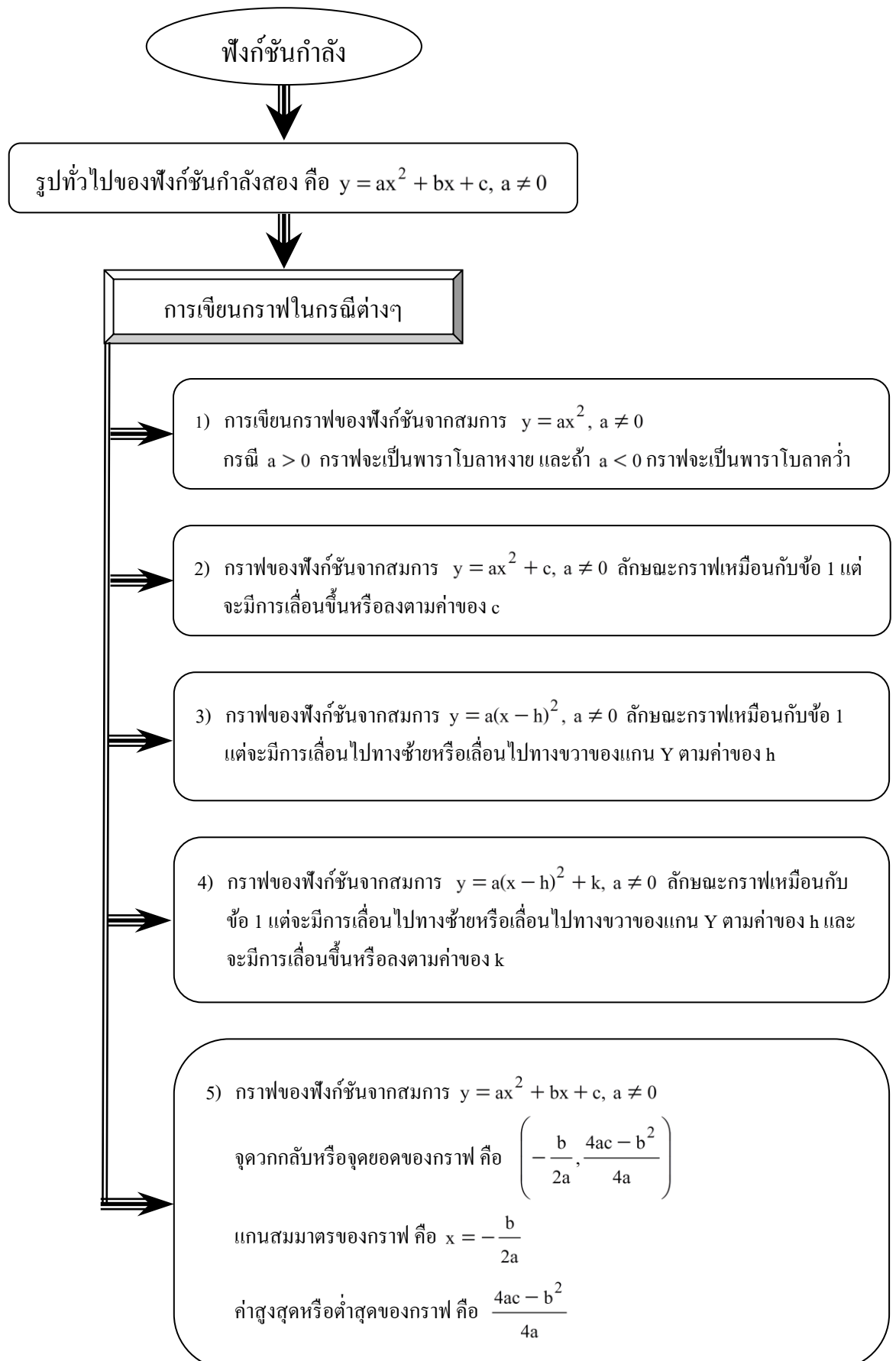
จากนั้นครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียนหน้า 53-54

6. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำใบงานที่ 6 ในชั่วโมงเรียน แล้วร่วมกันเฉลยคำตอบว่า ข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ พร้อมทั้งเฉลยละเอียดสำหรับข้อที่ยากและมีบางกลุ่มทำผิด

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 6 เป็นการบ้าน

5.3 ชั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองเป็นแผนผังดังนี้



6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.4 ภาคเรียนที่ 2
- ใบงานที่ 6
- แบบฝึกหัด 6

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

7.1 กิจกรรมส่งเสริมการคิดเชิงวิเคราะห์

ขั้นรวบรวมข้อมูล

ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มสร้างฟังก์ชันกำลังสอง กลุ่มละ 3 ฟังก์ชัน ในรูปแบบต่อไปนี้

$$1) y = ax^2 + c, \quad a \neq 0$$

$$2) y = a(x - h)^2, \quad a \neq 0$$

$$3) y = a(x - h)^2 + k, \quad a \neq 0$$

ขั้นวิเคราะห์

ให้นักเรียนเขียนกราฟ พร้อมทั้งบอกลักษณะกราฟของแต่ละฟังก์ชัน

ขั้นสรุป

ให้แต่ละกลุ่มจัดทำเป็นรายงานแล้วนำรายงานมาแลกเปลี่ยนกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นประยุกต์ใช้

ครูเลือกโจทย์ที่น่าสนใจนำมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7.2 กิจกรรมบูรณาการ

-

8.บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

9. ใบความรู้ ใบงาน และเครื่องมือวัดผล

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่ เดือน ปี

ครั้งที่ ผู้สังเกต

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน			
	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ความสนใจ				
การตอบคำถาม				
การทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน				
การใช้ความรู้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ				
ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย				

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ระดับชั้น..... ประจำวันที่ กลุ่มที่

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	น้อย	น้อยมาก
การวางแผนการทำงาน					
การกำหนดการปฏิบัติงานมีขั้นตอนชัดเจน					
การปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด					
ความคิดสร้างสรรค์					
ผลการทำงาน					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	ฟังก์ชัน	เรื่อง การแก้อสมการโดยใช้กราฟ
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 4 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) แก้อสมการโดยใช้กราฟได้
- 2) สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. สาระสำคัญ

2.1 สาระการเรียนรู้

- 1) การแก้อสมการโดยใช้กราฟ
- 2) การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันและกราฟ

2.2 ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการให้เหตุผล
- 2) ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา

2.3 ทักษะการคิด

การคิดแปลความ การคิดวิเคราะห์

3. ร่องรอยการเรียนรู้

3.1 ผลงาน/ชิ้นงาน

- 1) ผลงานจากการทำใบงานที่ 7 และแบบฝึกหัด 7
- 2) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3.2 กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน

- 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน
- 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
- 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
- 4) ร่วมกันทำใบงานที่ 7
- 5) ส่งงาน

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) ให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) มีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

- 1) นักเรียนรู้วิธีการแก้สมการโดยใช้กราฟ
- 2) นักเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันและกราฟ

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ผ่านขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อการเรียนรู้

5.1 ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องการแก้สมการโดยใช้วิธีทางพีชคณิต โดยให้นักเรียนหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงแก้สมการ $x^2 - 9 < 0$

$$(x-3)(x+3) < 0$$



ดังนั้น เซตคำตอบของสมการคือ $-3 < x < 3$

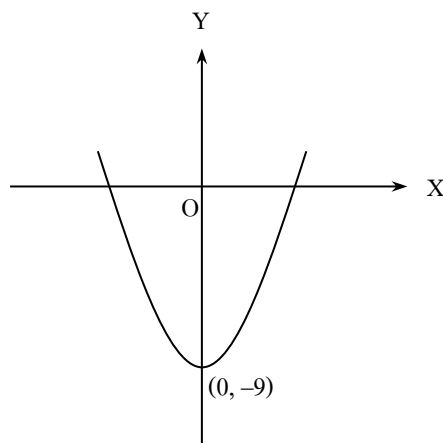
5.2 ขั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูอธิบายว่าในการแก้สมการสามารถใช้ความรู้เรื่องกราฟของสมการแก้ปัญหาได้ โดยแสดงวิธีการแก้สมการโดยใช้กราฟ จากตัวอย่างของสมการในขั้นนำ ดังนี้

จาก $x^2 - 9 < 0$ ให้ $y = x^2 - 9$

จะได้กราฟหงายและตัดแกน Y ที่จุด $(0, -9)$ ดังรูป



ฝึกราคิดแบบ

- ทักษะการคิดแปลความ
- ทักษะการคิดวิเคราะห์

จากรูปจะพบว่า กราฟตัดแกน X สองจุด และหาจุดที่กราฟตัดแกน X โดยให้ $y = 0$ จะได้ $x^2 - 9 = 0$

$$(x-3)(x+3) = 0$$

$$x = 3, -3$$

แสดงว่ากราฟตัดแกน X ที่จุด (3, 0) และ (-3, 0)

พิจารณาหาค่า x เมื่อ $x^2 - 9 < 0$ (หรือ $y < 0$)

จากรูป $y < 0$ เมื่อ $-3 < x < 3$

ดังนั้น เซตคำตอบของอสมการ $x^2 - 9 < 0$ คือ $-3 < x < 3$

ทักษะการคิดวิเคราะห์

2. ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการแก้อสมการโดยใช้กราฟเพิ่มเติมอีก 2-3 ตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ

ทักษะการคิดแปลความ

3. ครูให้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันและกราฟ โดยใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนทราบหลักการสำคัญในการแก้ปัญหา ดังนี้

ทักษะการคิดวิเคราะห์

“หลักในการใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันแก้ปัญหาในเรื่องต่างๆ จะใช้วิธีกำหนดค่าที่เกี่ยวข้องให้เป็นตัวแปรต่างๆ แล้วจึงหาความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปสมการของฟังก์ชัน เมื่อเราหาสมการของฟังก์ชันได้แล้วจะช่วยให้เราแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุดได้”

ครูยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย เช่น

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ x แทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

y แทนพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

เนื่องจาก พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความยาวด้าน \times ความยาวด้าน

ดังนั้น จึงได้ว่า $y = x \times x = x^2$ (1)

สมการ (1) เป็นสมการของฟังก์ชัน f โดยที่

$$f = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 \right\}$$

เนื่องจาก $(x, y) \in f$ เราเขียนได้เป็น $y = f(x)$ (2)

เนื่องจาก (1) = (2) จึงได้ว่า $f(x) = x^2$

ทักษะการคิดแปลความ

นั่นคือ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นค่าฟังก์ชันของความยาวด้าน ซึ่งค่าของพื้นที่จะเป็นเท่าไรจะขึ้นอยู่กับค่าของความยาวด้าน จึงกล่าวได้ว่า “ความยาวด้าน”

ทักษะการคิดวิเคราะห์

เป็น “ตัวแปรต้น” และ “พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” เป็น “ตัวแปรตาม”

4. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมอีก 2-3 ตัวอย่าง ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ เช่น

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนจริงสองจำนวนบวกกันมีค่าเท่ากับ 15 จงเขียนสมการของฟังก์ชัน f ซึ่งมีค่าฟังก์ชันเป็นผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนจริงจำนวนแรก

ดังนั้น $15-x$ จะแทนจำนวนจริงจำนวนที่สอง

ให้ $f(x)$ แทนผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนนั้น

$$\text{ดังนั้น } f(x) = x(15-x)$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาจำนวนเต็มบวกสองจำนวนซึ่งมีผลบวกเท่ากับ 50 และผลคูณของจำนวนทั้งสองมีค่ามากที่สุด

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกจำนวนแรก

$f(x)$ เป็นผลคูณของจำนวนเต็มบวกทั้งสอง

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกจำนวนที่สอง คือ $50-x$

และผลคูณของจำนวนทั้งสองคือ $x(50-x)$

$$\text{จะได้ } f(x) = x(50-x) = 50x - x^2$$

จะพบว่าผลคูณของจำนวนทั้งสองเป็นฟังก์ชันกำลังสอง มีค่า $a = -1$ ซึ่งจะทำให้ได้กราฟคว่ำและจุดวกกลับจะเป็นจุดสูงสุด

$$\text{จากจุดยอดของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง คือ } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

ดังนั้น จะได้จุดยอดของกราฟของฟังก์ชันของผลคูณ คือ

$$\left(-\frac{50}{2(-1)}, \frac{4(-1)(0) - (50)^2}{4(-1)} \right) = (25, 625)$$

นั่นคือ จำนวนเต็มบวกทั้งสองคือ 25 และ 25 โดยผลคูณที่มากที่สุดคือ

625

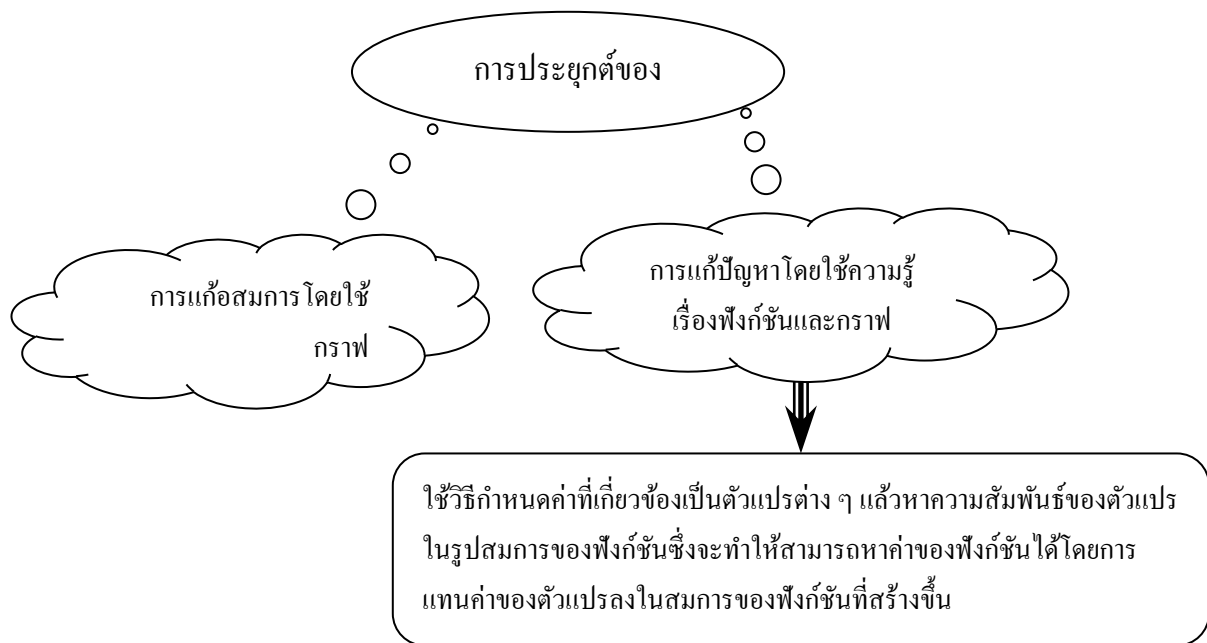
5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำใบงานที่ 7 ภายในชั่วโมงเรียน แล้วร่วมกันเฉลยคำตอบว่าข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ พร้อมทั้งเฉลยละเอียดเฉพาะข้อที่ยากและมีบางกลุ่มทำผิด

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 7 เป็นการบ้าน

ทักษะการคิดวิเคราะห์

5.3 ชั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการประยุกต์ของฟังก์ชันเป็นแผนผัง ดังนี้



6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 ภาคเรียนที่ 2
- 2) ใบงานที่ 7
- 3) แบบฝึกหัด 7

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

7.1 กิจกรรมส่งเสริมการคิดเชิงวิเคราะห์

ขั้นรวบรวมข้อมูล

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกลุ่มละ 3 ข้อ

ขั้นวิเคราะห์

ให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ที่ตั้งขึ้น แล้วแสดงวิธีหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดตามวิธีการที่ได้เรียนมา

ขั้นสรุป

ให้นักเรียนเขียนโจทย์และวิธีหาคำตอบ พร้อมวาดรูปประกอบ(ถ้ามี) จัดทำเป็นรายงานส่งครู

ขั้นประยุกต์ใช้

ครูเลือกโจทย์ที่น่าสนใจนำมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7.2 กิจกรรมบูรณาการ

-

8.บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

9. ใบความรู้ ใบงาน และเครื่องมือวัดผล

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้รายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่ เดือน ปี

ครั้งที่ ผู้สังเกต

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน			
	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ความสนใจ				
การตอบคำถาม				
การทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน				
การใช้ความรู้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ				
ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย				

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ระดับชั้น..... ประจำวันที่ กลุ่มที่

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	น้อย	น้อยมาก
การวางแผนการทำงาน					
การกำหนดการปฏิบัติงานมีขั้นตอนชัดเจน					
การปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด					
ความคิดสร้างสรรค์					
ผลการทำงาน					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	ฟังก์ชัน	เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 4 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้
ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 .ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) เขียนกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้
- 2) นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปประยุกต์ใช้ในการแก้สมการและแก้ปัญหาต่างๆ ได้

2. สาระสำคัญ

2.1 สาระการเรียนรู้

- 1) ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- 2) การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

2.2 ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการให้เหตุผล
- 2) ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา

2.3 ทักษะการคิด

การคิดคำนวณ การคิดแปลความ การคิดวิเคราะห์ การคิดสรุปความ

3. ร่องรอยการเรียนรู้

3.1 ผลงาน/ชิ้นงาน

- 1) ผลงานจากการทำใบงานที่ 8 และแบบฝึกหัด 8
- 2) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3.2 กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน

- 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน
- 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
- 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
- 4) ร่วมกันทำใบงานที่ 8
- 5) ส่งงาน

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) ให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) มีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

- 1) นักเรียนรู้วิธีการเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- 2) นักเรียนรู้วิธีการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ผ่านขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อการเรียนรู้

5.1 ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องการเขียนกราฟของฟังก์ชันต่างๆ โดยยกตัวอย่างฟังก์ชัน 1-2 ฟังก์ชัน ให้นักเรียนช่วยกันเขียนกราฟ เช่น $y = 2^x$ โดยให้หาจุดบนฟังก์ชัน 5-7 จุด ดังนี้

$$\text{เมื่อแทน } x = -3 \text{ จะได้ } y = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$x = -2 \text{ จะได้ } y = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$x = -1 \text{ จะได้ } y = 2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

$$x = 0 \text{ จะได้ } y = 2^0 = 1$$

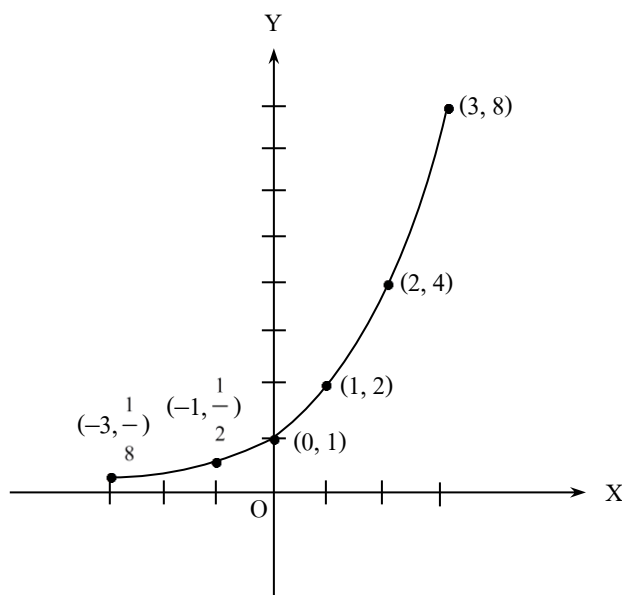
$$x = 1 \text{ จะได้ } y = 2^1 = 2$$

$$x = 2 \text{ จะได้ } y = 2^2 = 4$$

$$x = 3 \text{ จะได้ } y = 2^3 = 8$$

เขียนกราฟ $y = 2^x$ ได้ดังนี้

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = 2^x$...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...



5.2 ชั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูแนะนำว่า ฟังก์ชันที่ยกตัวอย่างในขั้นนำ เรียกว่า ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยให้นิยามความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลอีกครั้ง ดังนี้

“ ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่มีสมการเป็น $y = a^x$ โดยที่ $a > 0$ และ $a \neq 1$ แล้ว จะได้ว่าสมาชิกในโดเมนของ f เป็นจำนวนจริง และสมาชิกในเรนจ์ของ f จะเป็นจำนวนจริงบวกเสมอ ในกรณีนี้เราจะเรียก $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \mid y = a^x\}$ ว่า ฟังก์ชัน

เอกซ์โพเนนเชียล

2. ครูยกตัวอย่างการเขียนกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลอีก 2-3 ตัวอย่าง แล้วใช้การถามตอบ เพื่อสรุปข้อสังเกตที่ได้จากตัวอย่าง ดังนี้

ข้อสังเกตเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

1) ถ้า $a > 1$ แล้ว $a^1 < a^2 < a^3 < \dots$

นั่นคือ เมื่อ $a > 1$ จะทำให้ $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

2) ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $a^1 > a^2 > a^3 > \dots$

นั่นคือ เมื่อ $0 < a < 1$ จะทำให้ $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันลด

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- 3) สำหรับจำนวนจริง a ใดๆ ที่ $a > 0, a \neq 1$ ถ้า $a^u = a^v$ แล้ว $u = v$
- 4) สำหรับจำนวนจริง a ใดๆ ที่ $a > 0, a \neq 1$ และ $b > 0, b \neq 1$ ถ้า $a^u = b^u$ แล้ว $u = 0$
3. ครูยกตัวอย่างการนำข้อสังเกตของลักษณะฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้สมการ 2-3 ตัวอย่าง เช่น

ตัวอย่าง จงแก้สมการต่อไปนี้

$$(1) 3^x = 81 \quad (2) 3^{x+4} = 243 \quad (3) 2^{5x+1} = 3^{5x+1}$$

วิธีทำ (1) จากสมการ $3^x = 81$

จะได้ $3^x = 3^4$

ดังนั้น $x = 4$

(2) จากสมการ $3^{x+4} = 243$

จะได้ $3^x \times 3^4 = 3^5$

$$3^x = \frac{3^5}{3^4}$$

$$3^x = 3^1$$

ดังนั้น $x = 1$

(3) จากสมการ $2^{5x+1} = 3^{5x+1}$

จะได้ว่า $5x + 1 = 0$

$$5x = -1$$

$$x = \frac{-1}{5}$$

4. ครูให้นักเรียนแบ่งเป็น 3 กลุ่ม แล้วกำหนดโจทย์บนกระดาน 3 ข้อ แล้วให้แต่ละกลุ่มแสดงวิธีทำแข่งขันกันบนกระดาน โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะ และร่วมกันเฉลยคำตอบ

5. ครูถามนักเรียนว่าเราสามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปประยุกต์ใช้กับปัญหาเรื่องอะไรได้บ้าง โดยครูใช้การถามตอบพร้อมทั้งยกตัวอย่าง เช่น เรื่องการหาผลตอบแทนจากการฝากเงินที่มีอัตราดอกเบี้ยคงตัว การหาค่ารายงวดในการซื้อบ้านหรือซื้อรถยนต์แบบเงินผ่อน การเจริญเติบโตของประชากร เป็นต้น

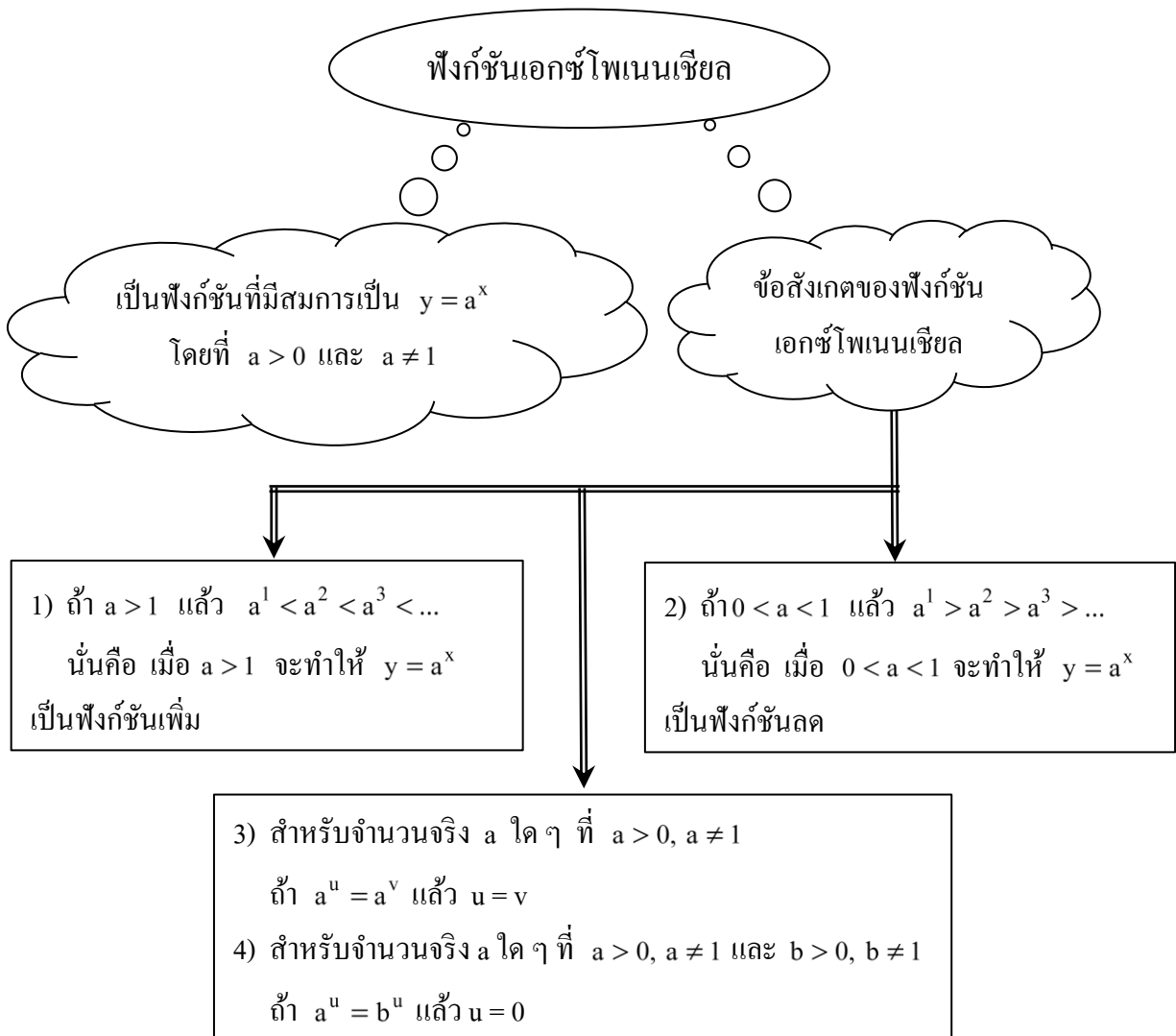
6. ครูยกตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องต่างๆ โดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล 2-3 ตัวอย่าง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำใบงานที่ 8 ภายในชั่วโมงเรียน แล้วร่วมกันเฉลยคำตอบว่าข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ พร้อมทั้งเฉลยละเอียดเฉพาะข้อที่ยากและมีบางกลุ่มทำผิด
- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 8 เป็นการบ้าน

5.3 ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นแผนผัง ดังนี้



6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 ภาคเรียนที่ 1
- ใบงานที่ 8
- แบบฝึกหัด 8

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

-

8.บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

9. ใบความรู้ ใบงาน และเครื่องมือวัดผล

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่ เดือน ปี

ครั้งที่ ผู้สังเกต

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน			
	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ความสนใจ				
การตอบคำถาม				
การทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน				
การใช้ความรู้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ				
ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย				

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ระดับชั้น..... ประจำวันที่ กลุ่มที่

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	น้อย	น้อยมาก
การวางแผนการทำงาน					
การกำหนดการปฏิบัติงานมีขั้นตอนชัดเจน					
การปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด					
ความคิดสร้างสรรค์					
ผลการทำงาน					

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 14

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	ฟังก์ชัน	เรื่อง ฟังก์ชันชั้นบันได
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชื่อรายวิชา ค 32101	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	ปีการศึกษา เวลา 4 คาบ
ผู้สอน นายปิยะชัย อาสาสอน		

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ได้
ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4-6/1 .ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์และฟังก์ชันชั้นบันไดได้

2. สาระสำคัญ

2.1 สาระการเรียนรู้

- 1) ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
- 2) ฟังก์ชันชั้นบันได

2.2 ทักษะ/กระบวนการ

- 1) ทักษะการให้เหตุผล
- 2) ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา

2.3 ทักษะการคิด

การคิดแปลความ การคิดวิเคราะห์ การคิดสรุปความ

3. ร่องรอยการเรียนรู้

3.1 ผลงาน ชิ้นงาน

- 1) ผลงานจากการทำใบงานที่ 9 และแบบฝึกหัด 9
- 2) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3.2 กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน

- 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน
- 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
- 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
- 4) ร่วมกันทำใบงานที่ 9
- 5) ส่งงาน

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) ให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) มีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

นักเรียนรู้วิธีการเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์และฟังก์ชันขั้นบันได

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ผ่านขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อการเรียนรู้

5.1 ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องค่าสัมบูรณ์ของจำนวนต่างๆ โดยยกตัวอย่างบนกระดาน แล้วให้นักเรียนหาค่า เช่น

1) $|3| = 3$

2) $|-3| = 3$

3) $|x-1|$ เมื่อ $x = 1$ จะได้ $|x-1| = |1-1| = 0$

เมื่อ $x = 0$ จะได้ $|x-1| = |0-1| = 1$

เมื่อ $x = -1$ จะได้ $|x-1| = |-1-1| = 2$

เมื่อ $x = 2$ จะได้ $|x-1| = |2-1| = 1$

เมื่อ $x = -2$ จะได้ $|x-1| = |-2-1| = 3$

⋮

⋮

5.2 ขั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูเขียนฟังก์ชันให้อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ แล้วอธิบายนักเรียนเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ดังนี้

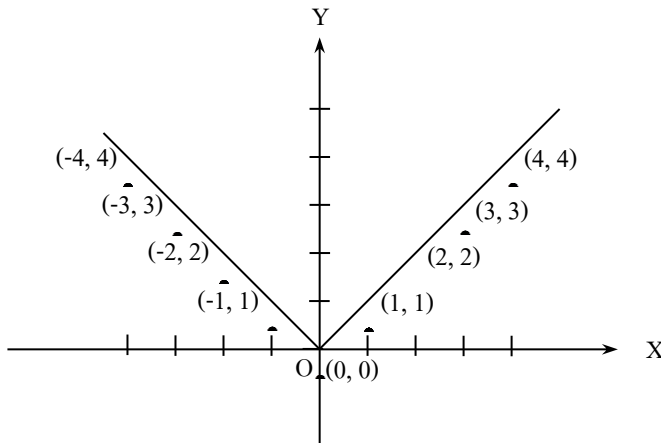
“ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $y = |x-a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง เรียกว่าฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์”

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

2. ครูยกตัวอย่างการเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = |x|$ ดังนี้

หาจุดอันดับ 5-10 คู่ที่อยู่บนกราฟของ $y = |x|$ ดังตารางต่อไปนี้

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = x $...	4	3	2	1	0	1	2	3	4	...



3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟของ $y = |x-2|$ และ $y = |x+2|$ เปรียบเทียบกับกราฟของ $y = |x|$ แล้วใช้การถามตอบเพื่อสรุปข้อสังเกตที่ได้จากกราฟ ดังนี้

- 1) กราฟของ $y = |x-2|$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปทางขวามือ 2 หน่วย
- 2) กราฟของ $y = |x+2|$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปทางซ้ายมือ 2 หน่วย
- 3) กราฟของ $y = |x-a|$ เมื่อ $a > 0$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปทางขวามือ $|a|$ หน่วย และถ้า $a < 0$ จะเกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปทางซ้ายมือ $|a|$ หน่วย

4. ครูกำหนดฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์เพิ่มเติมในลักษณะที่แตกต่างกันเพื่อให้นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟของฟังก์ชันอีก 2 ตัวอย่าง เช่น จงเขียนกราฟของ $y = |x|+2$, $y = |x|-2$, $y = |x-2|+3$, $y = |x+2|+3$ เปรียบเทียบกับกราฟของ $y = |x|$ แล้วใช้การถามตอบเพื่อสรุปข้อสังเกตที่ได้จากกราฟ ดังนี้

- 1) กราฟของ $y = |x|+2$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน X ขึ้นไปข้างบน 2 หน่วย
- 2) กราฟของ $y = |x|-2$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน X ลงข้างล่าง 2 หน่วย

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

3) กราฟของ $y = |x| + b$ เมื่อ $b > 0$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน X ขึ้นไปข้างบน $|b|$ หน่วย และถ้า $b < 0$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน X ลงข้างล่าง $|b|$ หน่วย

4) กราฟของ $y = |x - 2| + 3$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปทางขวาตามแกน X เป็นระยะ 2 หน่วย และเลื่อนจากแกน X ขึ้นไปตามแกน Y เป็นระยะ 3 หน่วย

5) กราฟของ $y = |x + 2| + 3$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปทางซ้ายตามแกน X เป็นระยะ 2 หน่วย และเลื่อนจากแกน X ขึ้นไปตามแกน Y เป็นระยะ 3 หน่วย

6) กราฟของ $y = |x - a| + b$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปตามแกน X เป็นระยะ $|a|$ หน่วย โดยถ้า $a > 0$ เลื่อนไปทางขวา และถ้า $a < 0$ เลื่อนไปทางซ้ายและเลื่อนจากแกน X ไปตามแกน Y เป็นระยะ $|b|$ หน่วย โดยถ้า $b > 0$ เลื่อนไปข้างบน และถ้า $b < 0$ เลื่อนไปข้างล่าง

5. ครูให้ความรู้เรื่องฟังก์ชันขั้นบันได โดยบอกนิยามว่า

“ฟังก์ชันขั้นบันได คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวนจริงและมีค่าฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วงๆ และกราฟของฟังก์ชันมีลักษณะคล้ายบันได” โดยยกตัวอย่างในหนังสือเรียนประกอบ

6. ครูให้ข้อสังเกตจากกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดว่าจะมีส่วนที่เป็นจุดทึบ และส่วนที่เป็นจุดกลวง การอ่านกราฟขั้นบันไดนี้ให้นักเรียนอ่านเฉพาะข้อมูลที่บันทึกเป็นจุดทึบ และไม่อ่านข้อมูลที่บันทึกเป็นจุดกลวง

7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำใบงานที่ 9 ภายในชั่วโมงเรียนแล้วร่วมกันเฉลยคำตอบว่า ข้อใดเป็นจริงและข้อใดเป็นเท็จ พร้อมทั้งเฉลยละเอียดสำหรับข้อที่ยากและมีบางกลุ่มทำผิด

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 9 เป็นการบ้าน

5.3 ชั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์และฟังก์ชันขั้นบันไดเป็นแผนผังความคิด เช่น

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

ฟังก์ชันขั้นบันได

ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป

$$y = |x - a| + c$$

เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของจำนวน

จริงและมีค่าฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วงๆ

และกราฟของฟังก์ชันมีลักษณะคล้ายบันได

- 1) กราฟของ $y = |x - a|$ เมื่อ $a > 0$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปทางขวา $|a|$ หน่วย และถ้า $a < 0$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปทางซ้าย $|a|$ หน่วย
- 2) กราฟของ $y = |x| + b$ เมื่อ $b > 0$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน X ไปข้างบน $|b|$ หน่วย และถ้า $b < 0$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน X ลงข้างล่าง $|b|$ หน่วย
- 3) กราฟของ $y = |x - a| + b$ เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = |x|$ จากแกน Y ไปตามแกน X เป็นระยะ $|a|$ หน่วย โดยถ้า $a > 0$ เลื่อนไปทางขวา และถ้า $a < 0$ เลื่อนไปทางซ้าย และเลื่อนจากแกน X ไปตามแกน Y เป็นระยะ $|b|$ หน่วย โดยถ้า $b > 0$ เลื่อนไปข้างบน และถ้า $b < 0$ เลื่อนไปข้างล่าง

6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5 ภาคเรียนที่ 1
- ใบงานที่ 9
- แบบฝึกหัด 9

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- ห้องสมุดโรงเรียน
- ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

7.1 กิจกรรมส่งเสริมการคิดเชิงวิเคราะห์

ขั้นรวบรวมข้อมูล

ให้นักเรียนจับคู่กันแล้วช่วยกันสร้างฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์และฟังก์ชันขั้นบันได อย่างละ 1 ฟังก์ชัน

ขั้นวิเคราะห์

ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันที่สร้างขึ้น

ขั้นสรุป

ให้แต่ละคู่มือผลงานมาแลกเปลี่ยนกันเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นประยุกต์ใช้

ครูคัดเลือกผลงานที่ถูกต้องและน่าสนใจมาติดบอร์ดหน้าชั้นเรียน

7.2 กิจกรรมบูรณาการ

-

8.บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ ผู้สอน

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

ตำแหน่ง ครู

9. ใบความรู้ ใบงาน และเครื่องมือวัดผล

แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียน

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่ เดือน ปี

ครั้งที่ ผู้สังเกต

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน			
	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ความสนใจ				
การตอบคำถาม				
การทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน				
การใช้ความรู้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ				
ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย				

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ระดับชั้น..... ประจำวันที่ กลุ่มที่

หัวข้อการประเมิน	ระดับการประเมิน				
	ดีมาก	ดี	ปานกลาง	น้อย	น้อยมาก
การวางแผนการทำงาน					
การกำหนดการปฏิบัติงานมีขั้นตอนชัดเจน					
การปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนด					
ความคิดสร้างสรรค์					
ผลการทำงาน					

การประเมินและสะท้อนตนเองหลังเสร็จสิ้นการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1
(Self Reflection)

1. การประเมินตนเองของนักเรียน ให้ดำเนินการดังนี้

1.1 ครูทบทวนผลการเรียนรู้ประจำทุกข้อ ให้นักเรียนได้ทราบ โดยอาจเขียนไว้บนกระดาน พร้อมทั้งทบทวนถึงหัวข้อกิจกรรมการเรียนรู้ว่าได้เรียนอะไรบ้าง

1.2 ให้นักเรียนเขียนบันทึกการประเมินตนเองไว้ในสมุดงานด้านหลังตามหัวข้อ ดังนี้

บันทึกการประเมินและสะท้อนตนเองประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1
วัน/เดือน/ปี ที่บันทึก / /

รายการบันทึก

1. จากการเรียนที่ผ่านมาได้มีความรู้อะไรบ้าง

.....
.....

2. ปัจจุบันนี้มีความสามารถปฏิบัติสิ่งใดได้แล้วบ้าง

.....
.....

3. สิ่งที่ยังไม่รู้ ไม่กระจ่าง ไม่เข้าใจ มีอะไรบ้าง

.....
.....

4. ผลงานหรือชิ้นงานที่เน้นความภาคภูมิใจจากการเรียนในบทนี้คืออะไร ทำไมจึงภาคภูมิใจ

.....
.....

2. การพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวิจัยในชั้นเรียนของคุณ

ชื่อเรื่องที่วิจัย.....

1. ความเป็นมาของปัญหา

สิ่งที่คาดหวัง.....
.....

สิ่งที่เป็นจริง.....
.....

ปัญหาที่พบคือ.....
.....

สาเหตุของปัญหาคือ.....
.....

แนวทางการแก้ปัญหาคือ.....

.....

2. วัตถุประสงค์ในการแก้ปัญหา

2.1 เพื่อแก้ปัญหาเรื่อง.....

ของนักเรียนชั้น..... ห้อง..... จำนวน..... คน โดยใช้.....

.....

2.2 เพื่อศึกษาผลการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ.....

หลังจากที่ได้ทดลองใช้วิธีแก้ปัญหาโดย.....

3. ขอบเขตของการแก้ปัญหา

3.1 กลุ่มเป้าหมายในการแก้ปัญหาคือ นักเรียนชั้น..... ห้อง..... จำนวน.....คน
ในภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา..... ที่มีปัญหาเกี่ยวกับ.....

3.2 เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาคือ เรื่อง..... หน่วยการเรียนรู้.....
วิชา.....

3.3 ระยะเวลาในการศึกษา ประมาณ..... สัปดาห์/เดือน ตั้งแต่วันที่..... เดือน..... พ.ศ.
ถึงวันที่..... เดือน..... พ.ศ.

4. วิธีดำเนินการในการแก้ปัญหา

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ.....

.....

ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนา ดังนี้

.....

.....

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ.....

.....

ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างและตรวจสอบคุณภาพ ดังนี้

.....

.....

4.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล ได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามวิธีการดังนี้

1) นำเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหาไปทดลองใช้กับนักเรียนในเวลา.....
โดย.....

.....

.....

2) นำเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูลไปเก็บข้อมูลเกี่ยวกับ.....

โดย.....

.....

.....

.....

4.4 การวิเคราะห์ข้อมูลและการสรุปผล ได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลดังนี้

.....

.....

.....

.....

5. ผลการแก้ปัญหา

ผลการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ.....

ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ปรากฏผลดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....