แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค31203

ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ปรับปรุง 2560

หน่วยที่ 1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม อ.หล่มเก่า จ.เพชรบูรณ์

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเพชรบูรณ์

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

แผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551(ปรับปรุง 2560) และใช้เป็นแนวทางแก่ครูผู้สอน ในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ เน้นการเรียนการสอนแบบร่วมมือ มีการวัดประเมินผลที่หลากหลายตามสภาพจริง มีทั้งหมดจำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

อนึ่งผู้เขียนหวังว่าแผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้ คงจะมีประโยชน์ต่อครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์หรือรายวิชาอื่น ๆ บ้างไม่มากก็น้อย ในการใช้เป็นแนวทางในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขอขอบคุณทุกท่านที่ให้คำปรึกษา แนะนำและให้การสนับสนุน ตลอดจนให้กำลังใจเป็นอย่างดี

วิเชียร กีรติศักดิ์กุล

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
การวิเคราะห์หลักสูตร	1
หน่วยการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้	2
แผนหลัก	5
การดำเนินการวัดผลประเมินผล	11
รายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้	12
การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	13
ปฐมนิเทศก่อนเรียน	13
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์	13
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน	14
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ความสัมพันธ์	29
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	43
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ความหมายของฟังก์ชัน	51
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน	58
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่...	64
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	73
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 สัญลักษณ์และการหาค่าของฟังก์ชัน	84
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ฟังก์ชันเชิงเส้น	125
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ฟังก์ชันกำลังสอง	137
บรรณานุกรม	178
ภาคผนวก	179
ภาคผนวก ก ตัวอย่างแบบประเมินผลนักเรียนด้านความรู้ความสามารถ คุณลักษณะที่พึงประสงค์ และทักษะกระบวนการทำงาน	180
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแบบบันทึกข้อมูลนักเรียน	185

บันทึกการนิเทศแผนการจัดการเรียนรู้

ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายปิยะชัย อาสาสอน)

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางรัชนู บัวพันธ์)

หัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

ความคิดเห็นของรองผู้อำนวยการ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายไพโรจน์ เดชะรัตนางกูร)

รองผู้อำนวยการโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

...../...../.....

ความคิดเห็นของผู้อำนวยการ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางลำดวน นักดนตรี)

ผู้อำนวยการโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

...../...../.....

การวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4 – ม. 6)

หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203

ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 3 ชั่วโมง / สัปดาห์ 1.5 หน่วยการเรียน

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษา พร้อมทั้งฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาของสาระ ดังนี้

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน การใช้ฟังก์ชันในชีวิตจริง กราฟของฟังก์ชัน การดำเนินการของฟังก์ชัน ฟังก์ชันผกผัน

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม เลขยกกำลัง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม การหาค่าลอการิทึม การเปลี่ยนฐานลอการิทึม สมการและอสมการลอการิทึม การประยุกต์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เรขาคณิตวิเคราะห์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ภาคตัดกรวย

โดยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์

การใช้สื่ออุปกรณ์เทคโนโลยี และแหล่งข้อมูล และนำประสบการณ์ ตลอดจนทักษะ กระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีความรอบครอบและมีวิจารณญาณ

การวัดผลและประเมินผลใช้วิธีการที่หลากหลาย ตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

ผลการเรียนรู้

1. หาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณ การหารฟังก์ชัน หาฟังก์ชันประกอบและฟังก์ชันผกผัน
2. ใช้สมบัติของฟังก์ชันในการแก้ปัญหา
3. เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
4. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
5. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา

รวมทั้งหมด 5 ผลการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ดังตารางต่อไปนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
1	ความสัมพันธ์	1.1 คู่อันดับ 1.2 การหาค่าของคู่อันดับ 1.3 ผลคูณคาร์ทีเซียน	1. บอกความหมายของคู่อันดับได้ 2. บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่ 3. บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนและนำไปใช้ได้
		1.4 ความสัมพันธ์ 1.5 การเขียนความสัมพันธ์ 1.6 กราฟของความสัมพันธ์	1. บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้ 2. เขียนกราฟ 3. เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้
		1.7 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	1. บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้
	ฟังก์ชัน	2.1 ความหมายของฟังก์ชัน	1. บอกความหมายของฟังก์ชันได้ 2. เขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้
		2.2 รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน	1. เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และตารางได้
		2.3 วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่	1. ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ แบบแจกแจงสมาชิกว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้นิยามของฟังก์ชันได้ 2. ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการทดลองแทนค่า x ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้
		2.4 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	1. บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
		2.5 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน 2.6 การหาค่าของฟังก์ชัน	1. บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้ 2. หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้
		3.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น 3.1.1 กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น 3.1.2 การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันเชิงเส้น	1. บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ 2. เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ 3. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
		3.2 ฟังก์ชันกำลังสอง 3.2.1 กราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ 3.2.2 กราฟของสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $k \neq 0$ 3.2.3 กราฟของสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h \neq 0$ 3.3.4 กราฟของสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ 3.3.5 กราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$ 3.3.6 การแก้สมการกำลังสองโดยกราฟ 3.3.7 การแก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟ 3.2.8 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ	1. บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้ 2. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้ 3. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $k \neq 0$ ได้ 4. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h \neq 0$ ได้ 5. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ ได้ 6. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ได้ 7. แก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟได้ 8. แก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟได้ 9. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ได้
	ฟังก์ชันที่ควรรู้จัก		

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
		$k \neq 0$ 3.3.5 กราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$ 3.3.6 การแก้สมการกำลังสองโดยกราฟ 3.3.7 การแก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟ 3.2.8 การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ	6. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ได้ 7. แก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟได้ 8. แก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟได้ 9. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ได้
		3.3 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล 3.3.1 สมการเอกซ์โพเนนเชียล 3.3.2 การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	1. บอกความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพ-เนนเชียลได้ 2. บอกลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ดังนี้ 3. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลโดยใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ เมื่อ $a \neq 1$, $a > 0$ ได้ 4. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
		3.4 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	1. บอกความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้ 2. เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้ 3. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้ 4. แก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้
		3.5 ฟังก์ชันขั้นบันได	1. บอกความหมายของฟังก์ชันขั้นบันไดได้ 2. เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้

แผนหลักวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203
ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชั่วโมงที่ 1 ปฐมนิเทศ
ชั่วโมงที่ 2 ทดสอบก่อนเรียน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สัปดาห์ที่	จำนวนชั่วโมงสอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							รายจุดประสงค์	กลางภาค	ปลายภาค
1	2	2	3	1. บอกความหมายของคู่อันดับได้ 2. บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่	- คู่อันดับ - การเท่ากันของคู่อันดับ	- ใบความรู้ รหัสที่ 1 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1	/	/	/
		1	4	3. บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียลและนำไปใช้ได้	- ผลคูณคาร์ทีเซียล	- เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 1 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.2 - เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1	/	/	/
2	3 – 4	2	5 – 6	1. บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้ 2. เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขได้	- ความสัมพันธ์ - การเขียนความสัมพันธ์	- ใบความรู้ รหัสที่ 2 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2	/	/	/
		1	7	3. เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้	- กราฟของความสัมพันธ์	- แผ่นโปร่งใส รหัสที่ 2 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.2 - เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 2	/	/	/

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สัปดาห์ที่	จำนวนชั่วโมงสอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							รายจุดประสงค์	กลางภาค	ปลายภาค
3	4	1	8	1. บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้	- โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 3 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3	/	/	/
4	5	1	9	1. บอกความหมายของฟังก์ชันได้ 2. เขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้	- ความหมายของฟังก์ชัน	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 4 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 4	/	/	/
5	5	1	10	1. เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟและตารางได้	- รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 5 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 5 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 5	/	/	/
6	6	2	11-12	1. ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบแจกแจงสมาชิกว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้นิยามของฟังก์ชันได้ 2. ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยทดลองแทนค่า z ใด ๆ ว่าเป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้	- วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 6 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 6	/	/	/

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สัปดาห์ที่	จำนวนชั่วโมงสอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							รายจุดประสงค์	กลางภาค	ปลายภาค
7	7	1	13	1. บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้	- โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	- เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 7 - เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 7 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7	/	/	/
8	7-8	1	14	1. บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้	- สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 8	-	-	-
		2	15-16	2. หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้	- การหาค่าของฟังก์ชัน	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 8 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 8	/	/	/
9	9	1	17	1. บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ 2. เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้	- ฟังก์ชันเชิงเส้น - กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น	- ใบความรู้ รหัสที่ 9 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 9	/	/	/
		1	18	3. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	- การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันเชิงเส้น	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 9 - เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 9	/	/	/
10	10-13	1	19	1. บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้ 2. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้	- ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง - กราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สัปดาห์ที่	จำนวนชั่วโมงสอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							รายจุดประสงค์	กลางภาค	ปลายภาค
		1	20	3. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, k \neq 0$ ได้	- กราฟของสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, k \neq 0$	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.2 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.2 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	21	4. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ ได้	- กราฟของสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ ได้	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.3 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.3 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	22	5. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ และ $k \neq 0$ ได้	- กราฟของสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ และ $k \neq 0$	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.4 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.4 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	23	6. เขียนกราฟและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ได้	- กราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.5 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.5 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/
		1	24	7. แก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟได้	- การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.6 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.6 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	/	/

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สัปดาห์ที่	จำนวนชั่วโมงสอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							รายจุดประสงค์	กลางภาค	ปลายภาค
สอบกลางภาค									
		1	25	8. แก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟได้	- การแก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟ	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.7 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.7 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	-	/
		1	26	9. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ได้	- การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ	- เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.8 - เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 10.8 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10	/	-	/
11	14	1	27	1. บอกความหมายของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ 2. บอกลักษณะของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ดังนี้ 2.1 บอกโดเมนและเรนจ์ได้ 2.2 เขียนกราฟได้ 2.3 บอกได้ว่าเป็นฟังก์ชันลดหรือฟังก์ชันเพิ่ม	- ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 11.1 – 11.2 - แบบสรุปสาระการเรียนรู้ รหัสที่ 11	/	-	/
		1	28	3. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลโดยใช้สมบัติ $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ เมื่อ $a \neq 1$ และ $a > 0$ ได้ 4. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	- สมการเอกซ์โพเนนเชียล - การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 11.1-11.2 - แบบสรุปสาระการเรียนรู้ รหัสที่ 11	/	-	/

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	สัปดาห์ที่	จำนวนชั่วโมงสอน	ชั่วโมงที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้	การวัดผล		
							รายจุดประสงค์	กลางภาค	ปลายภาค
12	15	1	29	1. บอกความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้ 2. เขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้ 3. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ได้	- ความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ - กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	- ใบกิจกรรม รหัสที่ 11.3 – 11.4 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 11	/	-	/
		1	30	4. แก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้	- การแก้สมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์โดยใช้กราฟได้	- ใบความรู้ รหัสที่ 12.1 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 12.1 - แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 12	/	-	/
13	16	1	31	1. บอกความหมายของฟังก์ชันขั้นบันไดได้ 2. เขียนกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดได้	- ฟังก์ชันขั้นบันได	- ใบความรู้ รหัสที่ 13 - แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 13	/	-	/

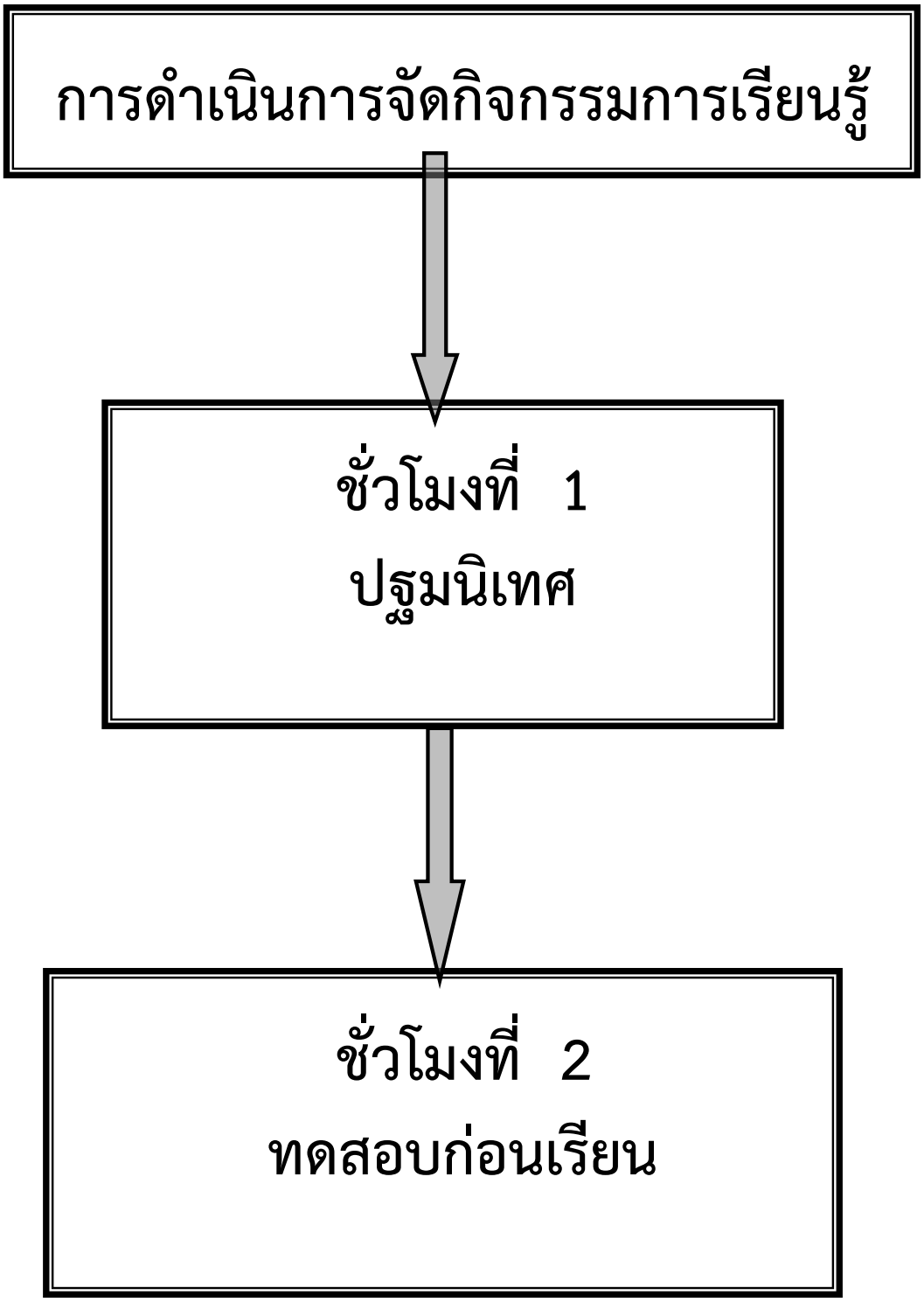
กำหนดการวัดผล วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203
ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	การเก็บคะแนน							
			รายจุดประสงค์			รวม	กลางภาค		ปลายภาค	
			ความรู้	ทักษะกระบวนการ	คุณลักษณะ		ข้อทดสอบ		ข้อทดสอบ	
			คะแนน	คะแนน	คะแนน		ข้อ	คะแนน	ข้อ	คะแนน
1	ความสัมพันธ์	1.1 คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียล	3	2	1	6	3	3	2	2
		1.2 ความสัมพันธ์	4	2	2	8	5	5	3	3
		1.3 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	3	2	1	6	3	3	3	3
2	ฟังก์ชัน	2.1 รูปแบบของการเขียนฟังก์ชัน	2	1	1	4	2	2	2	2
		2.2 วิธีตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่	3	2	1	6	4	4	3	3
		2.3 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	3	2	1	6	3	3	3	3
		2.4 การหาค่าของฟังก์ชัน	5	3	2	10	6	6	4	4
3	ฟังก์ชันที่ควรรู้จัก	3.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น	4	2	2	8	5	5	4	4
		3.2 ฟังก์ชันกำลังสอง	10	4	2	16	9	9	6	6
กลางภาค		**คะแนนรวม**	**70**				**40**	**40**	**-**	
		คะแนนจริง	**35**				**20**		**-**	
		3.3 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	3	2	1	6	3		3	
		3.4 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	3	2	1	6	3		3	
		3.5 ฟังก์ชันขั้นบันได	2	1	1	4	2		2	

หมายเหตุ คะแนนรายจุดประสงค์ คะแนนกลางภาค และคะแนนปลายภาค
สามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสม

รายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
รหัสวิชา ค31203 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมงสอน
1	คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียล	2
2	ความสัมพันธ์	3
3	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	1
4	ความหมายของฟังก์ชัน	1
5	รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน	1
6	วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่	2
7	โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	1
8	สัญลักษณ์และการหาค่าของฟังก์ชัน	3
9	ฟังก์ชันเชิงเส้น	2
10	ฟังก์ชันกำลังสอง	8
11	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	2
12	ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	2
13	ฟังก์ชันขั้นบันได	1
รวม		29


การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ชั่วโมงที่ 1
ปฐมนิเทศ
ชั่วโมงที่ 2
ทดสอบก่อนเรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต เรื่อง ความสัมพันธ์	**หน่วยการเรียนรู้ที่ 1**	รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4) เวลา 8 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4 ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้

1. หำผลลัพธ์ของกำรบวก การลบ การคูณ การหารฟังก์ชัน หาฟังก์ชันประกอบ และฟังก์ชันผกผัน
2. ใช้สมบัติของฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชัน

- การบวก การลบ การคูณ การหารฟังก์ชัน
- ฟังก์ชันประกอบ
- ฟังก์ชันผกผัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1
เรื่อง
คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1** สัปดาห์ที่ 2 ชั่วโมงที่ 3 - 4	เรื่อง คู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1 บอกความหมายของคู่อันดับได้

1.2 บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่

1.3 บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียน และนำไปใช้ได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

2.1 ในการแก้ปัญหา

2.2 ในการให้เหตุผล

2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

3.1 มีความรับผิดชอบ

3.2 มีความซื่อสัตย์

3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. คู่อันดับ
2. ผลคูณคาร์ทีเซียน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
3	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ - บอกความหมายของคู่อันดับได้ - บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่ - บอกความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียนและนำไปใช้ได้ 2. สนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน พร้อมให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กัน เช่น - จำนวนจริง a กับอินเวอร์สการบวกของ a - จำนวนคี่บวก m กับอินเวอร์สการคูณของ m 3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 1 แล้วร่วมกันสรุปความหมายของคู่อันดับและความเท่ากันของคู่อันดับ หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1 4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง
4	1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับคู่อันดับ โดยใช้การถาม-ตอบ 2. นักเรียนทำเอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 1 โดยครูใช้การถาม-ตอบ เฉลยคำตอบและร่วมกันสรุปความหมายของผลคูณคาร์ทีเซียน และบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1 3. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.2 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนทีได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 4. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 1 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ รหัสที่ 1
2. เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 1
3. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1 – 1.2
4. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1
5. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 1

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1 – 1.2
2. เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 1
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 1
4. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำเอกสารแนะแนวทาง	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
5. การทำแบบสรุปเนื้อหา	5. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปได้ถูกต้อง
6. การทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

……..

……..

……..

……..

……..

……..

……..

……..

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

……..

……..

……..

……..

……..

……..

ข้อเสนอแนะ

……..

……..

……..

……..

……..

……..

ลงชื่อ …… ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ …… เดือน …….. พ.ศ. ……

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**ใบความรู้**	รหัสใบความรู้ที่ 1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 3 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของคู่อันดับได้
2. บอกได้ว่าคู่อันดับที่กำหนดให้ได้

สาระสำคัญ

คู่อันดับแต่ละคู่อันดับประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ สมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง โดยเขียนในวงเล็บ ( ) แล้วคั่นสมาชิกด้วยเครื่องหมายจุลภาค

สาระการเรียนรู้

คู่อันดับ (Ordered Pairs)

คู่อันดับ คือ สัญลักษณ์ที่แสดงการจับคู่กันระหว่างสิ่ง 2 สิ่ง เช่น ระยะทางกับเวลา ถ้าเราจะแสดงการจับคู่ระยะทาง (กิโลเมตร) กับเวลา (ชั่วโมง) เราจะเขียนระยะทางกับเวลาลงในวงเล็บเล็ก และคั่นด้วยเครื่องหมายจุลภาค เช่น (200, 4) จะหมายถึงระยะทาง 200 กิโลเมตร ต้องใช้เวลา 4 ชั่วโมง เป็นต้น

คู่อันดับ ประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ สมาชิกตัวหน้า และสมาชิกตัวหลัง หรือสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สอง

ตัวอย่างของคู่อันดับ

(a, b) อ่านว่า คู่อันดับ เอบี

a เป็นสมาชิกตัวหน้าหรือสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ (a, b)

b เป็นสมาชิกตัวหลังหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ (a, b)

(3, 9) อ่านว่า คู่อันดับสามเก้า

3 เป็นสมาชิกตัวหน้าหรือสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับ (3, 9)

9 เป็นสมาชิกตัวหลังหรือสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับ (3, 9)

การเขียนคู่อันดับจะสับเปลี่ยนสมาชิกไม่ได้ จะทำให้ความหมายเปลี่ยนไป เช่น (a, b) เป็น (b, a) จะทำให้ (a, b) ไม่เท่ากับ (b, a) ยกเว้น a = b

บทนิยาม คู่อันดับ (a, b) = (c, d) ก็ต่อเมื่อ a = c และ b = d เมื่อ a, b, c, d เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า x และ y ที่ทำให้ $(x + 2, y + 10) = (6, 12)$

วิธีทำ จากความหมายการเท่ากันของคู่อันดับ จะได้ว่า

$x + 2 = 6$ และ $y + 10 = 12$

$\therefore \quad x = 4$ และ $y = 2$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ x และ y ที่ทำให้ $(2x + y, 24) = (6, 3x - y)$

วิธีทำ จากความหมายการเท่ากันของคู่อันดับ จะได้ว่า

$2x + y = 6$ 1

$3x - y = 24$ 2

1 + 2 ; $5x = 30$

$x = 6$

แทนค่า x ใน จะได้ $y = -6$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารแนะแนวทาง**	รหัสเอกสารแนะแนวทางที่ 1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 4 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	เซต A	เซต B	ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B
1	{1, 2}	{3, 4, 5}	{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)}
2	{a}	{1, 2}	{(a, 1), (a, 2)}
3	{3, 4}	{a, b, c}	{(3, a), (3, b), (3, c), (4, a), (4, b), (4, c)}
4	{2, 4}	{5, 6}	
5	{a, b}	{3, 4, 5, 6}	
6	{1, 2, 3}	{5, 7, 9}	
7	{a, b, c}	{2, 4}	
8	{x, y}	{1, 2, 3}	
9	{1, 2}	{1, 2}	
10	{m, n}	{x, y}	

สรุป ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือ .....

.....

.....

.....

4. {(2, 5), (2, 6), (4, 5), (4, 6)}

5. {(a, 3), (a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 3), (b, 4), (b, 5), (b, 6)}

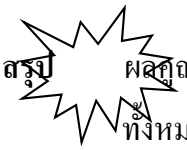
6. {(1, 5), (1, 7), (1, 9), (2, 5), (2, 7), (2, 9), (3, 5), (3, 7), (3, 9)}

7. {(a, 2), (a, 4), (b, 2), (b, 4), (c, 2), (c, 4)}

8. {(x, 1), (x, 2), (x, 3), (y, 1), (y, 2), (y, 3)}

9. {(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)}

10. {(m, x), (m, y), (n, x), (n, y)}



สรุป ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่ $a \in A$ และ $b \in B$ เขียนแทนด้วย $A \times B$

$A \times B$ อ่านว่า “เอคูณบี”

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 1.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 3 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1 – 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1.	คู่อันดับสามแปด เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด	
2.	$(10, 6)$ อ่านว่าอย่างไร มีสมาชิกตัวหน้าคือจำนวนใด	
3.	คู่อันดับ $(2, 3)$ และ $(\sqrt{4}, 3)$ เท่ากันหรือไม่	
4.	จงหาค่าของตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้	
	4.1 $(x, y) = (6, 9)$	4.1 .....
	4.2 $(x - 2, 4) = (8, y + 2)$	4.2 .....
	4.3 $(-3, a) = (b - 4, 6)$	4.3 .....
	4.4 $(x + y, x - y) = (6, 4)$	4.4 .....
	4.5 $(2^x, y) = (16, 2)$	4.5 .....

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

ปัญหาทุกอย่างจะหมดไป ถ้าใส่ใจคณิตศาสตร์เด้อ !

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม		รหัสแบบฝึกทักษะที่ 1.2

รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 4 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.3

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. กำหนด $A = \{3\}$ และ $B = \{5, 6\}$ แล้ว

   1.1 $A \times B$ = ...

   1.2 $B \times A$ = ...

   1.3 $A \times A$ = ...

   1.4 $B \times B$ = ...

2. กำหนด $A = \{1, 3\}$ และ $B = \{5, 7, 9\}$ แล้ว

   2.1 $A \times B$ = ...

   2.2 $B \times A$ = ...

   2.3 $A \times A$ = ...

   2.4 $B \times B$ = ...

3. ถ้า $A = \{2, 4\}$ และ $B = \{6, 8, 10, 12\}$ แล้ว จงหา

   3.1 จำนวนสมาชิกของ $A \times B$ = ...

   3.2 จำนวนสมาชิกของ $B \times B$ = ...

คะแนนที่ได้ = ...

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

คิดจะเรียนให้รุ่ง
จะต้องมุ่งศึกษาคณิต

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1

1) (3, 8)

2) คู่อันดับหกแปด, 10

3) เท่ากัน

4) 4.1 $x = 6,\ y = 9$

4.2 $x = 10,\ y = 2$

4.3 $a = 6,\ b = 1$

4.4 $x = 4,\ y = 2$

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 1.1

1) 1.1 {(3, 5), (3, 6)}

1.2 {(5, 3), (6, 3)}

1.3 {(3, 3)}

1.4 {(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)}

2) 2.1 {(1, 5), (1, 7), (1, 9), (3, 5), (3, 7), (3, 9)}

2.2 {(5, 1), (7, 1), (9, 1), (5, 3), (7, 3), (9, 3)}

2.3 {(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3)}

2.4 {(5, 5), (5, 7), (5, 9), (7, 5), (7, 7), (7, 9), (9, 5), (9, 7), (9, 9)}

3) 3.1 8

3.2 16

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค41102 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 3-4 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามใบความรู้รหัสที่ 1 และเอกสารแนะแนวทางรหัสที่ 1 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **คู่อันดับ** คือ .....

.....

2. **(6, 8) อ่านว่า** .....

3. **(a, b) = (c, d) ก็ต่อเมื่อ** .....
   เมื่อ a, b, c, d เป็นจำนวนจริงใด

4. **ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B** หมายถึง .....

.....

.....

5. **การหาจำนวนสมาชิกของ $A \times B$ ทำได้โดย** .....

.....

.....

.....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม**	รหัสเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั่วโมงที่ 3-4 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

1) จงหาค่าตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 $(2x + y, 8) = (16, x - y)$

1.2 $(x^2 - 2x + 1, 6) = (0, 2y)$

2) กำหนด $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคี่บวกที่น้อยกว่า 7$\}$ และ $B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า 6$\}$ จงหา

2.1 $A \times B$

2.2 $B \times A$

3) กำหนด $A = \{5, 10, 15\}$ และ $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ จงหาจำนวนสมาชิกของ $A \times B$, $B \times A$, $A \times A$ และ $B \times B$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2
เรื่อง
ความสัมพันธ์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1** สัปดาห์ที่ 3 – 4 ชั่วโมงที่ 5 - 7	เรื่อง ความสัมพันธ์ จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1 บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้

1.2 เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขได้

1.3 เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

2.1 ในการแก้ปัญหา

2.2 ในการให้เหตุผล

2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

3.1 มีความรับผิดชอบ

3.2 มีความซื่อสัตย์

3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. ความสัมพันธ์
2. กราฟของความสัมพันธ์

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
5 – 6	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ - บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้ - เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขได้ - เขียนกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้ 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับคู่อันดับ และผลคูณคาร์ทีเซียน โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 1 แล้วร่วมกันสรุปความหมายของความสัมพันธ์และวิธีการเขียนความสัมพันธ์ โดยครูคอยชี้แนะแนวทางอย่างใกล้ชิด หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2 4. ครูเขียนตัวอย่าง 1 – 2 ตัวอย่างบนกระดานแล้วให้นักเรียนร่วมกันหาความสัมพันธ์ เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง (หากนักเรียนคนใดทำไม่ทันเวลาให้ทำเป็นการบ้าน)
7	1. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 โดยครูเฉลยและอธิบายคำตอบเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนได้แก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนและพัฒนาตนเองให้ดีขึ้น 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของความสัมพันธ์และการเขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไข โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนดูแผ่นโปร่งใส รหัสที่ 2 โดยครูอธิบายวิธีเขียนกราฟของความสัมพันธ์ว่าต้องทำอย่างไร และให้นักเรียนร่วมกันสรุปและซักถามปัญหาจนกว่าจะเข้าใจ หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2 4. ครูให้นักเรียนออกมาเขียนกราฟของความสัมพันธ์ 2 – 3 คน บนกระดานเพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.2 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 6. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คละตามความสามารถจัดทำกราฟแสดงความสัมพันธ์ โดยหาโจทย์เอง เป็นผลงานของกลุ่มส่งครูนอกเวลาเรียน 7. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 2 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ รหัสที่ 2
2. แผ่นโปร่งใส รหัสที่ 2
3. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 – 2.2
4. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2

5. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 2

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1 – 2.2
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 2
3. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 2
4. กราฟของความสัมพันธ์

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
6. การเขียนกราฟของความสัมพันธ์	6. นักเรียนส่วนใหญ่เขียนกราฟได้ถูกต้อง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**ใบความรู้**	รหัสใบความรู้ที่ 2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5 - 6 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของความสัมพันธ์ได้
2. เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขได้

สาระสำคัญ

ความสัมพันธ์ เป็นเซตซึ่งสมาชิกในเซตคู่อันดับหรือความสัมพันธ์เป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนรหว่างเซตสองเซต การเขียนแสดงความสัมพันธ์อาจเขียนในรูปสมการ ตาราง และกราฟก็ได้

สาระการเรียนรู้

ความสัมพันธ์

ถ้าให้ A = {3, 4} และ B = {3, 4, 5} จะได้ว่า

$A \times B = \{(3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 3), (4, 4), (4, 5)\}$

และถ้าให้ r เป็นเซตของคู่อันดับที่เกี่ยวข้องกันแบบ “น้อยกว่า” จะได้

$r = \{(3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$ เราเรียก r ว่าเป็นความสัมพันธ์แบบ “น้อยกว่า” จาก A ไป B

ลักษณะของความสัมพันธ์ r นั้น ต้องเป็นเซตของคู่อันดับที่ได้มาจากสมาชิกใน $A \times B$ และมีความสัมพันธ์เงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งสามารถนิยามความสัมพันธ์ได้ดังนี้

บทนิยาม ให้ A และ B เป็นเซต r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซตของ $A \times B$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $A = \{2, 3\}$, $B = \{4, 6, 9\}$ และให้

r_1 แทนความสัมพันธ์ “สองเท่า” จาก A ไป B

r_2 แทนความสัมพันธ์ “หารลงตัว” จาก A ไป B

r_3 แทนความสัมพันธ์ “รากที่สอง” จาก A ไป B

วิธีทำ $A \times B = \{(2, 4), (2, 6), (2, 9), (3, 4), (3, 6), (3, 9)\}$

$\therefore$ $r_1 = \{\ \}$

$r_2 = \{(2, 4), (2, 6), (3, 6), (3, 9)\}$

$r_3 = \{(2, 4), (3, 9)\}$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก และ B เป็นเซตของจำนวนจริง

$r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 2\}$

$r_2 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x\}$

จงเขียน r_1 และ r_2 แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จาก $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 2\}$

ถ้า $x = 1$ จะได้ $y = 1 + 2 = 3$ คู่อันดับคือ $(1, 3)$

$x = 2$ จะได้ $y = 2 + 2 = 4$ คู่อันดับคือ $(2, 4)$

ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ ไป จะได้

$r_1 = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), \ldots\}$

จาก $r_2 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2x\}$

ความสัมพันธ์ของ r_2 อยู่ภายใต้กฎเกณฑ์ คือ

สมาชิกตัวหลัง = 2 เท่าของสมาชิกตัวหน้า

$\therefore r_2 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), \ldots\}$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $A = \{1, 2, 3\}$ จงเขียน r_1 และ r_2 แบบบอกเงื่อนไข เมื่อ r_1, r_2 เป็นความสัมพันธ์ใน A และ

$r_1 = \{(1, 2), (2, 3)\}$

$r_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

วิธีทำ จาก $r_1 = \{(1, 2), (2, 3)\}$

$\therefore r_1 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$

จาก $r_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

$\therefore r_2 = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x\}$

สรุป

1. ความสัมพันธ์เป็นเซต
2. เซตที่เป็นความสัมพันธ์ต้องมีสมาชิกเป็นคู่อันดับ
3. คู่อันดับที่อยู่ในความสัมพันธ์จะต้องอยู่ในกฎเกณฑ์ที่กำหนด
4. ถ้า A มีสมาชิก m ตัว และ B มีสมาชิก n ตัว $A \times B$ จะมีสมาชิก mn ตัว
   สับเซตของ $A \times B$ จะมี 2^{mn} สับเซต
   ความสัมพันธ์จาก A ไป B จะมี 2^{mn} ความสัมพันธ์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 2.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5-6 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1 – 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้แล้วเติมลงในกระดาษคำตอบที่แจกให้

1. จงเขียนความสัมพันธ์แต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปแจกแจงสมาชิก

   1.1 $r_1 = \{(x, y) \in I \times I^+ \mid y^2 = x\}$

1.2 r_2 = $\{(x, y) \in A \times A \mid y = x - 4\}$ เมื่อ A = {2, 5, 6, 10}

1.3 r_3 = $\{(x, y) \in I \times I \mid y^2 = 1 - x^2\}$

2. จงเขียนความสัมพันธ์ของ r ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อ A = {1, 2, 3, 4} และ r เป็นความสัมพันธ์ใน A

2.1 r = {(4, 2), (1, 1)}

2.2 r = {(1, 2), (2, 3), (3, 4)}

2.3 r = {(3, 1)}

3. กำหนดเซต A มีสมาชิก 3 ตัว เซต B มีสมาชิก 4 ตัว จงหา

3.1 จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป A

3.2 จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B

3.3 จำนวนความสัมพันธ์จาก B ไป B

คะแนนที่ได้ = ...

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เรียนคณิตศาสตร์
วันละนิดช่วยพิชิต
ความโง่เขลา

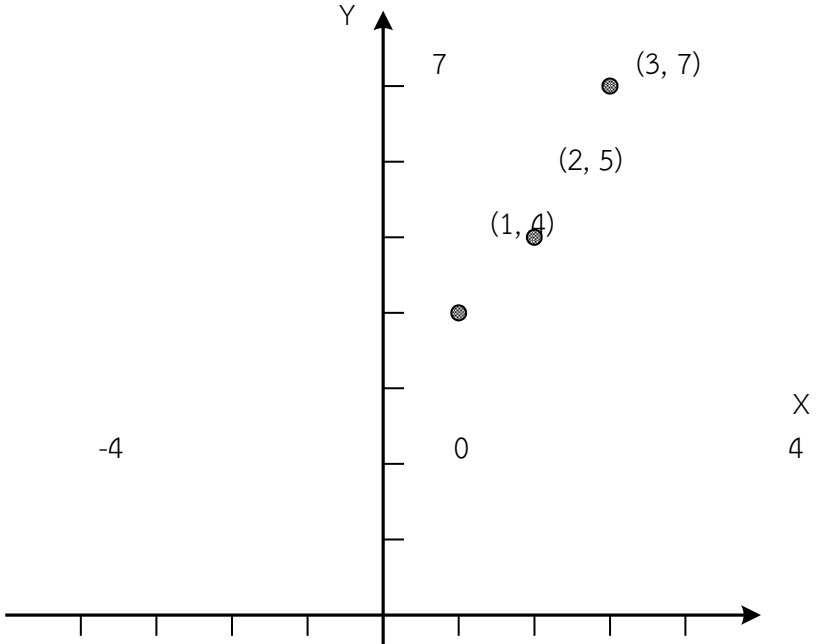
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค41102 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แผ่นโปร่งใส**	รหัสแผ่นโปร่งใสที่ 2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 7 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

กราฟของความสัมพันธ์

บทนิยาม ให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง และความสัมพันธ์ r เป็นสับเซตของ $R \times R$ กราฟของความสัมพันธ์ r คือ เซตของจุดในระนาบโดยที่แต่ละจุดแทนสมาชิกของความสัมพันธ์ r

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ (1, 4), (2, 5), (3, 7)

วิธีทำ กราฟของความสัมพันธ์ดังกล่าว จะมีทั้งหมด 3 จุด ดังรูป



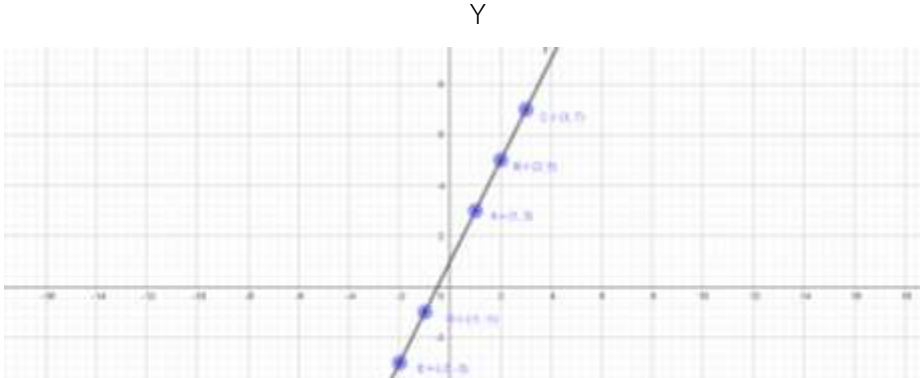
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2x + 1\}$

วิธีทำ จาก $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2x + 1\}$

เราสามารถหาคู่อันดับใน r ที่สอดคล้องกับสมการ $y = 2x + 1$ บางคู่อันดับได้ดังนี้

x	0	1	2	3	-1	-2	-3	-4
y	1	3	5	7	-1	-3	-5	-7

จากนั้นนำคู่อันดับ (x, y) ไปกำหนดตำแหน่งของจุดแต่ละจุดได้ดังนี้



X

หมายเหตุ การเขียนกราฟของความสัมพันธ์จะมีข้อตกลงดังนี้

1. ถ้า r เป็นเซตจำกัด และจำนวนสมาชิกมีน้อย จะเขียนจุดที่ใช้แทนสมาชิกของ r ทุกสมาชิก

2. ถ้า r เป็นเซตจำกัด แต่จำนวนสมาชิกมีมากจะเขียนจุดที่ใช้แทนสมาชิกของ r เพียง 3 สมาชิกแรกและสมาชิกสุดท้าย (จุดที่ใช้แทนสมาชิกอื่น ๆ จะละไว้ ในฐานที่เข้าใจ)

3. ถ้า r เป็นเซตอนันต์ จะเขียนจุดที่ใช้แทนสมาชิกของ r เพียง 5 – 10 สมาชิก โดยเว้นจุดให้ห่างเป็นระยะ ๆ จะทำให้ได้กราฟของ r อย่างหยาบ ๆ

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 2.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 7 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.3

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนกราฟของความสัมพันธ์แต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. จงเขียนกราฟของ r = {(2, 4), (3, 7), (1, 5)}	3. จงเขียนกราฟของ r = {(x, y) ∈ I × I | $x^2 + y^2 = 4$}
2. จงเขียนกราฟของ r = {(0, 0), (-1, -1), (-2, -2), (-3, -3), (-4, -4)}	4. จงเขียนกราฟของ r = {(x, y) ∈ I × I | y = x + 3}

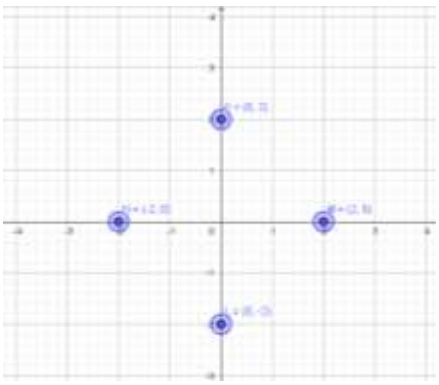
คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

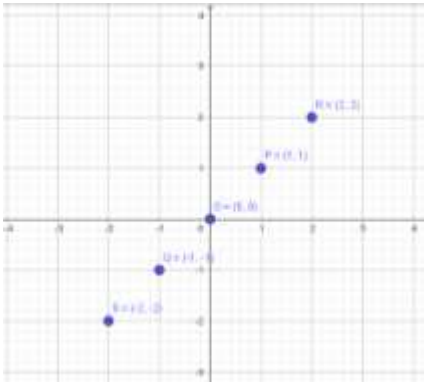
ทุกอย่างเริ่มต้นที่ความคิดอยากรู้คณิตต้องหมั่นคิดและไตร่ตรอง

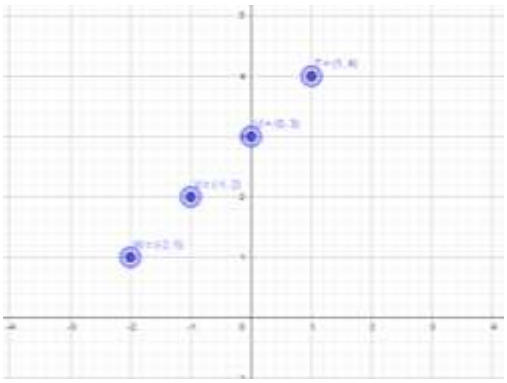
เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.1

1) 1.1 r_1 = {(1, 1), (4, 2), (9, 3), (16, 4), . . .}
   1.2 r_2 = {(6, 2), (10, 6)}
   1.3 r_3 = {(0, 1), (0, -1), (1, 0), (-1, 0)}
2) 2.1 r_1 = $\{(x, y) \in A \times A \mid y^2 = x\}$
   2.2 r_2 = $\{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$
   2.3 r_3 = $\{(x, y) \in A \times A \mid y = x - 2\}$
3) 3.1 16 ความสัมพันธ์
   3.2 2^{12} ความสัมพันธ์
   3.3 2^{16} ความสัมพันธ์

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 2.2







รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5-7 จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามใบความรู้ รหัสที่ 2 และแผ่นโปร่งใส รหัสที่ 2 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **ความสัมพันธ์** หมายถึง .....
.....
.....

2. **ความสัมพันธ์ใด ๆ สามารถเขียนแทนในรูปของ**
   2.1 .....
   2.2 .....
   2.3 .....
   2.4 .....

3. **จำนวนความสัมพันธ์จากเซต A ไปเซต B หาได้โดย** .....
.....
.....
.....

4. **กราฟของความสัมพันธ์** คือ .....
.....
.....
.....
.....
.....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม**	รหัสเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชั่วโมงที่ 5-7 จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

1) จงเขียนความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปการแจกแจงสมาชิก

1.1 กำหนด $r = \{(x, y) \mid y = x^2,\ x \in \{1, 2, 3\}\}$

1.2 กำหนด $A = \{-1, 0, 1\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid x = -y\}$

2) กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{1, 2, 3, \ldots, 9\}$ จงเขียนความสัมพันธ์ต่อไปนี้ในรูปแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก

2.1 r_1 แทน “เป็นรากที่สาม” จาก A ไป B

2.2 r_2 แทน “เป็นสองเท่า” จาก A ไป B

2.3 r_3 แทน “มากกว่ากันอยู่ 3” จาก B ไป A

3) จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้

3.1 $r = \{(x, y) \in R \times R \mid x \geq 0,\ x \geq y \text{ และ } x + y \leq 1\}$

3.2 $r = \{(x, y) \mid 1 \leq x < 1\}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3
เรื่อง
โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค 31203 ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3** สัปดาห์ที่ 4 ชั่วโมงที่ 8	เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
   1.1 บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้
   1.2 หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
   2.1 ในการแก้ปัญหา
   2.2 ในการให้เหตุผล
   2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
   2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
   3.1 มีความรับผิดชอบ
   3.2 มีความซื่อสัตย์
   3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
   3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
8	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้ 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และกราฟของความสัมพันธ์ โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนทำใบกิจกรรม รหัสที่ 3 แล้วร่วมกันสรุปวิธีหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยครูควรอธิบายเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนสงสัยแล้วจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 3 4. ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ 2 – 3 ตัวอย่าง บนกระดานแล้วให้นักเรียนร่วมกันหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง 5. นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนร่วมแข่งขันทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3 ข้อ 1 – 5 ให้เวลาแข่งขัน 5 นาที นักเรียนกลุ่มใดทำได้คะแนนสูงสุดจะเป็นผู้ชนะอันดับ 1, 2, 3 ตามลำดับ ซึ่งจะได้รับรางวัลจากผู้สอน 6. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3 ข้อ 6 – 10 เป็นการบ้าน เพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้ 7. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำ Mind Map เรื่องความสัมพันธ์ เพื่อเสริมทักษะและความเข้าใจ ตลอดจนพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียน

สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม รหัสที่ 3
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 3

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 3
3. Mind Map เรื่อง ความสัมพันธ์

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้องครบถ้วน
5. การทำ Mind Map	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้องสวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค 31203 ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	**ใบกิจกรรม**	รหัสใบกิจกรรมที่ 3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 8 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในแต่ละข้อตามตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงหาโดเมนและเรนจ์ของ $r = \{(2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$

วิธีทำ โดเมนของความสัมพันธ์ r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์ เขียนแทนด้วย D_r

$\therefore D_r = \{2, 3, 4, 5\}$

เรนจ์ของความสัมพันธ์ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r เขียนแทนด้วย R_r

$\therefore R_r = \{5, 6, 7, 8\}$

1. กำหนด $r = \{(1, 2), (2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$

   1.1 D_r = ...

   1.2 R_r = ...

2. กำหนด $r = \{(-2, 5), (3, 7), (6, 6), (6, 2), (4, 8)\}$

   2.1 D_r = ...

   2.2 R_r = ...

3. กำหนด $r = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

   3.1 D_r = ...

   3.2 R_r = ...

4. กำหนด $r = \{(2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7), (6, 8)\}$

   4.1 D_r = ...

   4.2 R_r = ...

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2x + 1\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของ r

วิธีทำ จากความสัมพันธ์ r ที่กำหนดให้ $y = 2x + 1$ เราสามารถหาค่า y ที่เป็นจริงและสอดคล้องกับความสัมพันธ์ที่ได้เสมอ

หาเรนจ์ จาก $y = 2x + 1$ จะต้องทำให้อยู่ในรูป x = เทอมของ y

จะได้ $2x = y - 1$

$$x = \frac{y - 1}{2}$$

จากความสัมพันธ์ $x = \frac{y - 1}{2}$ เราสามารถหาค่า x ที่เป็นจริงและสอดคล้องกับความสัมพันธ์นี้ได้เสมอ

$\therefore R_r = \{y \mid y \in R\}$

1. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ

   $r = \{(x, y) \in I^+ \times I^+ \mid x + y = 8\}$

   D_r = ...

   R_r = ...

2. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ

$r = \{(x, y) \in I \times I^+ \mid y = 2x + 1\}$

D_r = ...

R_r = ...

3. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ

$r = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{x - 1}\}$

D_r = ...

R_r = ...

4. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ

$r = \{(x, y) \mid y = x^2 \text{ และ } x \in I\}$

D_r = ...

R_r = ...

สรุป

1. โดเมนของความสัมพันธ์ r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์ r เขียนแทนด้วย D_r
2. เรนจ์ของความสัมพันธ์ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์ r เขียนแทนด้วย R_r
3. **การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์** สามารถทำได้ดังนี้

3.1 กรณีความสัมพันธ์สามารถเขียนในรูปแจกแจงสมาชิกได้

โดเมน คือ สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์

เรนจ์ คือ สมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์

3.2 กรณีความสัมพันธ์ไม่สามารถเขียนในรูปแจกแจงสมาชิกได้

3.2.1 <u>การหาโดเมน</u> ควรเขียนความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของ

y = เทอมของ x

แล้วพิจารณาว่า ภายในเซตที่กำหนดให้ x มีค่าอะไรบ้างที่ทำให้หาค่า y ได้โดยที่ y นั้นต้องอยู่ภายในเซตที่กำหนดให้ <u>ค่า x เหล่านั้นจะเป็นสมาชิกในโดเมน</u>

3.2.2 <u>การหาเรนจ์</u> ควรเขียนความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของ

x = เทอมของ y

แล้วพิจารณาว่า y มีค่าเป็นอะไรบ้างที่ทำให้หาค่า x ได้ โดยที่ x นั้นต้องอยู่ภายในเซตที่กำหนดให้ <u>ค่า y เหล่านั้น จะเป็นสมาชิกในเรนจ์</u>

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 8 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1 – 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้	โดเมน	เรนจ์
1	{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d)}		
2	{(2, 10), (3, 20), (4, 30), (5, 40)}		
3	{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)}		
4	{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)}		
5	{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7)}		
6	{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)}		
7	{(0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)}		
8	$\{(x, y) \mid y = x - 4\}$		
9	$\{(x, y) \in I \times I \mid y = x^2 + 1\}$		
10	$\{(x, y) \mid y = \sqrt{x - 8}\}$		

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

คณิตศาสตร์ไม่ยากอย่างที่คิด ถ้าใส่ใจคิดและพากเพียร

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 3

ข้อที่	โดเมน	เรนจ์
1	{1, 2, 3, 4}	{a, b, c, d}
2	{2, 3, 4, 5}	{10, 20, 30, 40}
3	{1, 2, 3, 4}	{3, 4, 5, 6}
4	{0, 1, 2, 3}	{0, 1, 2, 3}
5	{1, 2, 3, 4}	{4, 5, 6, 7}
6	{1, 2, 3, 4}	{1, 4, 9, 16}
7	{0, 1, 2, 3, 4}	{0, 2, 4, 6, 8}
8	$\{x \mid x \in R\}$	$\{y \mid y \in R\}$
9	$\{x \mid x \in I\}$	$\{y \mid y \in I\}$
10	$\{x \mid x \geq 8\}$	$\{y \mid y \geq 0\}$

.

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 ชั่วโมงที่ 8 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามใบกิจกรรมที่ 3 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **โดเมนของความสัมพันธ์** คือ .....
.....
.....

2. **เรนจ์ของความสัมพันธ์** คือ .....
.....
.....

3. **การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในกรณีที่ความสัมพันธ์สามารถเขียนในรูปการแจกแจงสมาชิก** หาได้โดย .....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. **การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในกรณีที่ความสัมพันธ์ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการแจกแจงสมาชิก** หาได้โดย.....
.....
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4
เรื่อง
ความหมายของฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4** สัปดาห์ที่ 5 ชั่วโมงที่ 9	เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
   1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันได้
   1.2 เขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
   2.1 ในการแก้ปัญหา
   2.2 ในการให้เหตุผล
   2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
   2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
   3.1 มีความรับผิดชอบ
   3.2 มีความซื่อสัตย์
   3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
   3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. ฟังก์ชัน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
9	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบตามแผนการจัดการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถบอกความหมายของฟังก์ชันได้ และเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้
	2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 4 แล้วร่วมกันสรุปความหมายของฟังก์ชัน ดังนี้ **บทนิยาม** ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น หลังจากนั้นให้นักเรียน[illegible] 4. ครูเขียน[illegible] r_1 = [illegible] r_2 = [illegible] r_3 = {(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)} r_4 = {(2, 4), (2, 5), (3, 6)} แล้วให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่า ความสัมพันธ์ใดบ้างเป็นฟังก์ชัน เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง นักเรียนคนใดทำคะแนนได้ไม่ถึง 70% จะได้รับการสอนเพิ่มเติม หรือให้ศึกษาเอกสารประกอบการสอนอีกครั้ง

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 4
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 4

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 4

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง

บันทึกผลหลังการสอน

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 9 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันได้
2. เขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้

สาระสำคัญ

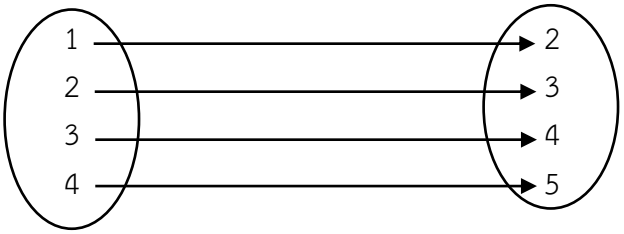
ฟังก์ชัน เป็นความสัมพันธ์ที่มีสมาชิกในโดเมนแต่ละตัว จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

สาระการเรียนรู้

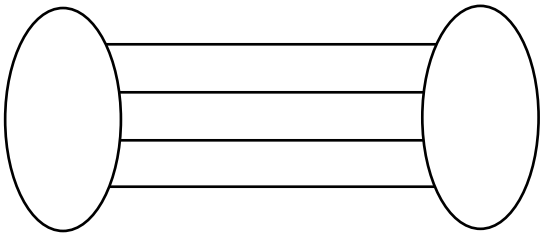
<u>ตารางแสดงความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน</u>

ข้อที่	ความสัมพันธ์	ฟังก์ชัน	
		เป็น	ไม่เป็น
1	$r_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$		-
2	$r_2 = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$		-
3	$r_3 = \{(2, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 6)\}$	-	
4	$r_4 = \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 6), (3, 7)\}$	-	
5	$r_5 = \{(5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 10)\}$		-

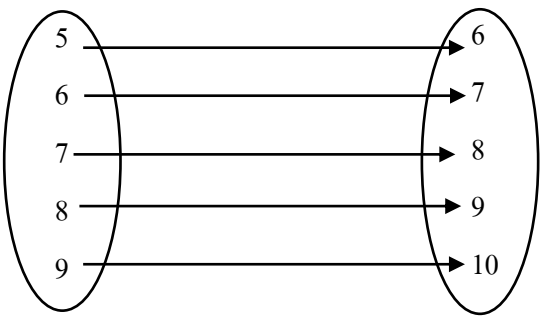
จากตารางข้อ 1, 2, 5 เป็นฟังก์ชันเพราะว่า สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียว ซึ่งแสดงด้วยแผนภาพดังนี้



r_1



r_2



r_3

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 9 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย ลงในตารางต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	ความสัมพันธ์	ฟังก์ชัน	
		เป็น	ไม่เป็น
1	r = {(1, 2), (3, 7), (4, 9), (8, 6), (10, 8)}		
2	r = {(3, 2), (4, 2), (6, 2)}		
3	r = {(1, 3), (2, 4), (3, 6), (3, 8)}		
4	r = $\{(x, y) \mid y = x^2 - 1\}$		
5	r = $\{(x, y) \mid xy = 2\}$		
6	r = $\{(x, y) \mid y^2 = x + 3\}$		
7	r = $\{(x, y) \mid y = x^3\}$		
8	r = $\{(x, y) \mid y = x^2 + 3\}$		
9	r = {(2, 3), (2, 4), (3, 6), (4, 9)}		
10	r = $\{(x, y) \mid x = y^2 + 2y + 1\}$		

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 4

ข้อที่	ฟังก์ชัน	
	เป็น	ไม่เป็น
1		-
2		-
3	-	
4		-
5		-
6	-	
7		-
8		-
9	-	
10	-	

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ชั่วโมงที่ 9 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 4 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **ฟังก์ชัน** คือ .....
.....
.....

2. ยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมา 8 ตัวอย่าง พร้อมทั้งบอกเหตุผลว่าทำไมถึงเป็นฟังก์ชัน

ข้อที่	ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน	เหตุผล
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5
เรื่อง
รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค 31203 ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3** สัปดาห์ที่ 4 ชั่วโมงที่ 8	เรื่อง รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1 เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และตารางได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

2.1 ในการแก้ปัญหา

2.2 ในการให้เหตุผล

2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

3.1 มีความรับผิดชอบ

3.2 มีความซื่อสัตย์

3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
10	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และตารางได้ 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนจับคู่กันศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 5 แล้วร่วมกันสรุปรูปแบบต่าง ๆ โดยครูคอยตอบปัญหาของนักเรียนอย่างใกล้ชิด หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 5 4. ครูให้นักเรียนฝึกเขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และตารางบนกระดาน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 5 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 6. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำแผนภูมิรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน เป็นผลงานของกลุ่มส่งครูนอกเวลาเรียน โดยใช้กระดาษ A4

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 5
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 5
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 5

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 5
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 5
3. แผนภูมิรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำแผนภูมิรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้องและสวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศีกดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 5 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ชั่วโมงที่ 10 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

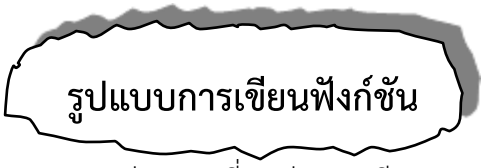
จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 เขียนฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟและตารางได้

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันสามารถเขียนแทนด้วยสมการกราฟ หรือตารางก็ได้

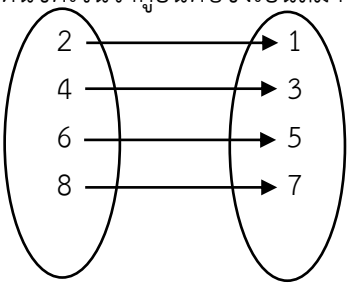
สาระการเรียนรู้



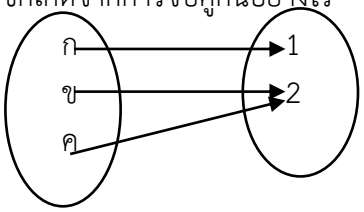
การเขียนฟังก์ชันมีหลายรูปแบบ แต่รูปแบบที่พบบ่อย ๆ มี 5 รูปแบบ คือ

<u>รูปแบบที่ 1</u> การเขียนฟังก์ชันโดยใช้แผนภาพ รูปแบบนี้เป็นการนำฟังก์ชันในรูปการแจกแจงสมาชิกมาเขียนให้เห็นชัดเจนว่าคู่อันดับซึ่งเป็นสมาชิกของ f แต่ละสมาชิกเกิดจากการจับคู่กันอย่างไร

1)



2)



<u>รูปแบบที่ 2</u> การเขียนฟังก์ชันโดยการแจกแจงสมาชิก รูปแบบนี้เป็นการเขียนฟังกัน f ในรูปเซต และเขียนสมาชิกแต่ละตัวของ f ซึ่งเป็นคู่อันดับลงในเซต เช่น

$$f = \{(1, 4), (2, 6), (3, 8), (4, 10)\}$$

<u>รูปแบบที่ 3</u> การเขียนฟังก์ชันแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต รูปแบบนี้เกิดจากการเขียนฟังก์ชันในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข โดยใช้คู่อันดับ (x , y) แทนสมาชิกใด ๆ ในเซต f แล้ว มีเงื่อนไขบอกให้ทราบว่า x กับ y จับคู่กันด้วยกฎเกณฑ์ใด เช่น

$$f = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 3x\}$$

ในตัวอย่างนี้ f เป็นเซต มีสมาชิกเป็นคู่อันดับ (x, y) ใด ๆ โดยที่ x กับ y จับคู่กันโดยใช้กฎเกณฑ์ (หรือเงื่อนไข) ว่า $y = 2x$

การเขียนฟังก์ชันแบบนี้ นิยมเขียนเฉพาะกฎเกณฑ์ (เงื่อนไข) ที่ x กับ y จับคู่กัน แทนการเขียนเซต f เช่น

เซต $f = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 3x\}$ นิยมเขียนเป็น $y = 3x$

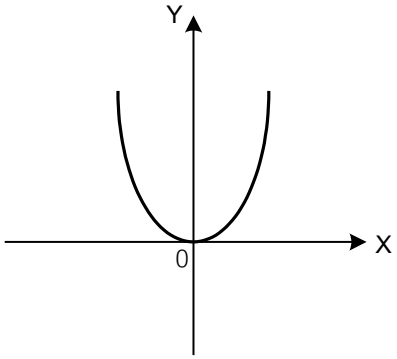
เซต $f = \{(x, y) \in R \times R \mid y = x^2 - 4x - 6\}$ นิยมเขียนเป็น $y = x^2 - 4x - 6$

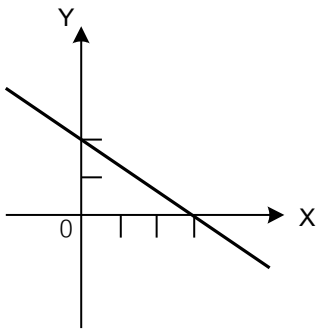
<u>รูปแบบที่ 4</u> การเขียนฟังก์ชันโดยการใช้ตาราง รูปแบบนี้เป็นการนำคู่อันดับ ซึ่งเป็นสมาชิกของ f แต่ละสมาชิกเขียนไว้ในตาราง เช่น

x	1	2	3	4
f(x)	4	6	8	10

<u>รูปแบบที่ 5</u> การเขียนฟังก์ชันโดยใช้กราฟ รูปแบบนี้เกิดจากการนำคู่อันดับ (x, y) ที่อยู่ใน f ไปเขียนเป็นจุดบนระนาบ ซึ่งจะได้เซตของจุดมากมายที่เห็นเป็นรูปกราฟแบบต่าง ๆ เช่น

1)





รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 5 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ชั่วโมงที่ 10 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่นักเรียนเห็นว่าถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

กำหนด f = {(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)}

<u>ใช้ตอบคำถามข้อ 1 - 3</u>

1. เขียน f ให้อยู่ในรูปสมการได้ตรงกับข้อใด

ก. y = 2x

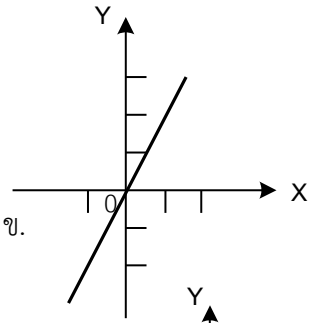
ข. y = 3x

ค. y = 2x + 1

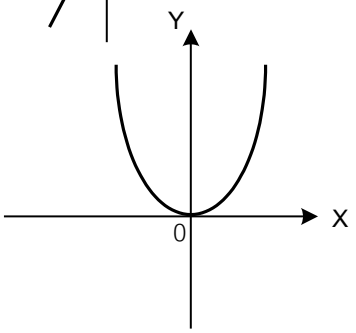
ง. y = x + 1

2. เขียนฟังก์ชัน f ในรูปของกราฟได้ตรงกับข้อใด

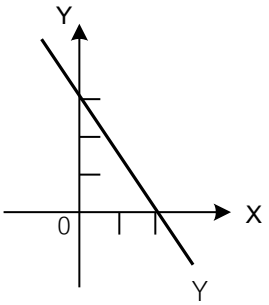
ก.



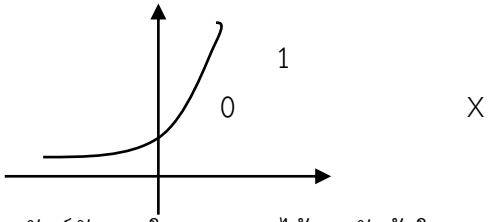
ข.



ค.



ง.



3. เขียนฟังก์ชัน f ในรูปตารางได้ตรงกับข้อใด

ก.

x	2	4	6	8
f(x)	1	2	3	4

ข.

x	0	2	3	4
f(x)	2	4	6	8

ค.

x	2	4	6	4
f(x)	1	2	3	8

ง.

x	1	2	3	4
f(x)	2	4	6	8

คะแนนที่ได้ = ...

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เฉลย

1. ก 2. ก 3. ง

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 5 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 ชั่วโมงที่ 10 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 5 ตามหัวข้อต่อไปนี้

รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน มีวิธีการเขียนดังนี้

1. .....
.....
.....
.....
2. .....
.....
.....
.....
3. .....
.....
.....
.....
4. .....
.....
.....
.....
5. .....
.....
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6
เรื่อง
วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค41102 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6** สัปดาห์ที่ 6 ชั่วโมงที่ 11 – 12	เรื่อง วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1 ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบแจงสมาชิกว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน

1.2 ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการตรวจแทนค่า x ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

2.1 ในการแก้ปัญหา

2.2 ในการให้เหตุผล

2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

3.1 มีความรับผิดชอบ

3.2 มีความซื่อสัตย์

3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน
2. วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยการลองแทนค่า x ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์
3. วิธีตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้กราฟได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
11 – 12	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ - ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบแจกแจงสมาชิกว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน - ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้การลองแทนค่า x ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้ 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับรูปแบบการเขียนฟังก์ชัน โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 6 แล้วร่วมกันสรุปวิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยครูคอยแนะนำเพิ่มเติมเมื่อนักเรียนสงสัย หลังจากนั้นให้บันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 6 4. ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ 2 – 3 ตัวอย่างบนกระดาน แล้วให้นักเรียนตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน 5. นักเรียนแต่ละกลุ่มแข่งขันทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6 แล้วแต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ หลังจากนั้นส่งคืนกลุ่มเดิม 6. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำส่งครูผู้สอนตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมทั้งประกาศผลผู้ชนะอันดับ 1, 2 และ 3 7. ครูชมเชยกลุ่มที่ทำคะแนนได้สูงสุดและตั้งใจร่วมกิจกรรมด้วยความตั้งใจ พร้อมทั้งมอบรางวัล 8. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำบัตรคำถามเกี่ยวกับการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ กลุ่มละ 10 บัตร ส่งครูนอกเวลาเรียน

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 6
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 6

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 6

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม 3. การทำแบบฝึกทักษะ 4. การทำแบบสรุปเนื้อหา 5. การทำบัตรคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี 3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง 4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง 5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้องและสวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์ เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 6 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ชั่วโมงที่ 11 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบแจกแจงสมาชิกว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้นิยามของฟังก์ชัน

1.2 ตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้ โดยใช้การทดลองแทนค่า x ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้

สาระสำคัญ

การตรวจสอบว่าความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่ มีวิธีการตรวจสอบอยู่หลายวิธี คือ ใช้นิยามของฟังก์ชัน การทดลองแทนค่าของ x ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์และกราฟได้

สาระการเรียนรู้

วิธีการตรวจสอบว่าความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่

1. **ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เขียนเป็นแบบแจกแจงสมาชิก** วิธีการตรวจสอบสามารถทำได้โดยดูที่สมาชิกตัวหน้าว่ามีการใช้ซ้ำกันหรือไม่

1.1 ถ้าไม่มีการใช้ซ้ำ ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นฟังก์ชัน

1.2 ถ้ามีการใช้ซ้ำ ให้พิจารณาสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับดังกล่าว ซึ่งถ้ามีค่าเท่ากันก็จะเป็นฟังก์ชัน แต่ถ้ามีค่าไม่เท่ากันก็จะไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

1. $r_1 = \{(-1, 1), (3, 5), (-1, \sin 90^\circ), (2, 1)\}$
2. $r_2 = \{(2, 3), (3, 3), (5, 7), (7, 9)\}$
3. $r_3 = \{(-3, 1), (7, 2), (-3, -1), (2, 7)\}$

วิธีทำ 1) r_1 เป็นฟังก์ชัน เพราะว่ามีคู่อันดับอยู่ 2 คู่ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังเท่ากันด้วย $\sin 90^\circ = 1$ จึงทำให้ r_1 เป็นฟังก์ชัน

2) เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า ไม่มีคู่อันดับตั้งแต่ 2 คู่ขึ้นไป ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันเลย

3) ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า มีคู่อันดับ 2 คู่ ที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน คือ (-3, 1) และ (-3, -1) ซึ่งสมาชิกตัวหลังต่างกัน $1 \neq -1$ ทำให้ r_3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

2. **ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เขียนเป็นแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก** วิธีการตรวจสอบสามารถทำได้ 2 วิธี ดังนี้

2.1 ตรวจสอบโดยลองแทนค่าแต่ละตัวของ x ใด ๆ ที่เป็นสมาชิกตัวหน้าของความสัมพันธ์ลงในความสัมพันธ์ แล้วพิจารณา

2.1.1 ถ้าในแต่ละตัวของ x ได้ค่า y เพียงค่าเดียวสรุปได้ว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน

2.1.2 ถ้ามี x บางตัวที่ทำให้ได้ค่า y มากกว่า 1 ค่า สรุปได้ว่า ความสัมพันธ์นั้นจะไม่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

1) $r_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2 + 3x - x^2\}$

2) $r_2 = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0\}$

วิธีทำ 1) r_1 เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า เงื่อนไขของ r_1 ($y = 2 + 3x - x^2$)
เมื่อลองแทนค่า x ใด ๆ ลงไปก็จะได้ค่า y เพียงค่าเดียว สำหรับค่า x
เช่น $x = 0$ จะได้ $y = 2 + 3(0) - 0^2 = 2$
$x = 2$ จะได้ $y = 2 + 3(2) - 2^2 = 4$

2) r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า ถ้าลองแทนค่า x หนึ่งค่าลงในเงื่อนไขของ r_2 ($x^2 + y^2 + 8x + 7 = 0$) ก็จะได้ค่า y ถึงสองค่า เช่น
แทนค่า $x = 1$ ลงในสมการ $x^2 + y^2 + 8x + 7 = 0$

$$-y^2 + 16 = 0$$
$$-y^2 = 16$$
$$y = \pm 4$$

นั่นคือ เราสามารถยกตัวอย่างคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแต่สมาชิกตัวหลังต่างกันได้ เช่น (1, 4), (1, -4) ดังนั้น r_2 จึงไม่เป็นฟังก์ชัน

2.2 ถ้าเงื่อนไขของความสัมพันธ์เราทราบรูปแบบของกราฟหรือโจทย์กำหนดกราฟมาให้ วิธีการตรวจสอบสามารถทำได้โดยการลากเส้นตรงขนานกับแกน Y ใด ๆ ตัดกราฟของความสัมพันธ์ แล้วพิจารณาดังนี้

2.2.1 ถ้าเส้นตรงขนานแกน Y ใด ๆ ตัดกราฟเพียงจุดเดียวเสมอ ความสัมพันธ์ดังกล่าวก็จะเป็นฟังก์ชัน

2.2.2 ถ้าเส้นตรงขนานแกน Y ใด ๆ ตัดกราฟมากกว่า 1 จุด ความสัมพันธ์ดังกล่าวก็จะไม่เป็นฟังก์ชัน

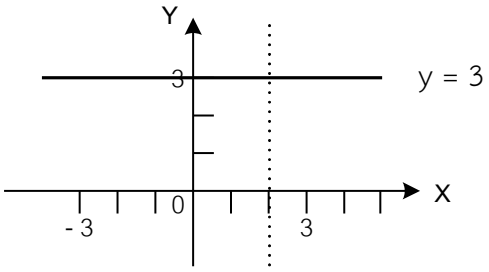
ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

$r_1 = \{(x, y) \mid y = 3\}$

$r_2 = \{(x, y) \mid y = 2x^2\}$

$r_3 = \{(x, y) \mid y = \pm\sqrt{x} \text{ และ } x \geq 0\}$

วิธีทำ 1) จาก $r_1 = \{(x, y) \mid y = 3\}$ เขียนกราฟได้ดังนี้

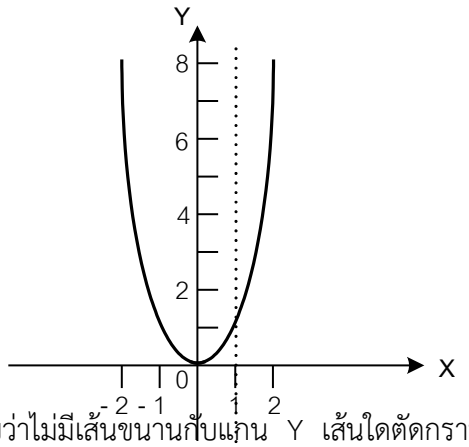


จากรูป ไม่มีเส้นขนานกับแกน Y เส้นใดตัดกราฟของ r_1 มากกว่า 1 จุด

$\therefore$ r_1 เป็นฟังก์ชัน

2) จาก $r_2 = \{(x, y) \mid y = 2x^2\}$

x	0	1	2	-1	-2
y	0	2	8	2	8

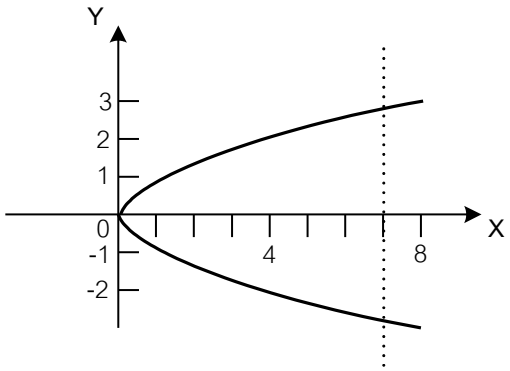


จากรูป พบว่าไม่มีเส้นขนานกับแกน Y เส้นใดตัดกราฟของ r_2 มากกว่า 1 จุด

$\therefore$ r_2 เป็นฟังก์ชัน

3) จาก $r_3 = \{(x, y) \mid y = \pm\sqrt{x} \text{ และ } x \geq 0\}$

x	0	1	4	9	16
y	0	± 1	± 2	± 3	± 4



จากรูป พบว่ามีเส้นขนานกับแกน Y เส้นใดตัดกราฟของ r_3 สองจุด เพราะว่า แสดงว่า มี x ที่ทำให้เกิดค่า y ที่เท่ากัน

$\therefore$ r_3 ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า มี x ที่ทำให้ได้ y ที่เท่ากันสองค่า

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 6 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ชั่วโมงที่ 11-12 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1 – 12

คำชี้แจง ให้นักเรียนตรวจสอบความสัมพันธ์แต่ละข้อต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ แล้วเขียนคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

ข้อที่	ความสัมพันธ์	คำตอบ
1	$r_1 = \{(3, 2), (-1, 4), (0, 2), (5, -3)\}$	
2	$r_2 = \{(1, -1), (-1, -1), (0, 1), (3, 1)\}$	
3	$r_3 = \{(4, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 6)\}$	
4	$r_4 = \{(6, 1), (6, 1), (7, 2), (8, 3), (9, 4)\}$	
5	$r_5 = \{(2, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$	
6	$r_6 = \{(x, y) \mid y = 3x - 1\}$	
7	$r_7 = \{(x, y) \mid y = 3x^2 - x + 3\}$	
8	$r_8 = \{(x, y) \mid y = 2x^2 + 1\}$	
9	$r_9 = \{(x, y) \mid y = 4x^2\}$	
10	$r_{10} = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 4 , x \geq 0\}$	

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 6

1) เป็นฟังก์ชัน
2) เป็นฟังก์ชัน
3) ไม่เป็นฟังก์ชัน
4) เป็นฟังก์ชัน
5) ไม่เป็นฟังก์ชัน
6) เป็นฟังก์ชัน
7) เป็นฟังก์ชัน
8) เป็นฟังก์ชัน
9) เป็นฟังก์ชัน
10) ไม่เป็นฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 6 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 ชั่วโมงที่ 11-12 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 6 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เมื่อกำหนดความสัมพันธ์เป็นแบบแจกแจงสมาชิก สามารถทำได้โดย .....
   1.1 .....
   1.2 .....
.....
.....

2. วิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เมื่อกำหนดความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก มีวิธีการตรวจสอบดังนี้
   2.1 .....
.....
.....
.....
.....
.....
   2.2 .....
.....
.....
.....
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7
เรื่อง
โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7**	เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
รหัสวิชา ค31203	สัปดาห์ที่ 7	จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	ชั่วโมงที่ 13	ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
   1.1 บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้
   1.2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
   2.1 ในการแก้ปัญหา
   2.2 ในการให้เหตุผล
   2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
   2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
   3.1 มีความรับผิดชอบ
   3.2 มีความซื่อสัตย์
   3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
   3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
2. การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
13	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ - บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้ - หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน รูปแบบการเขียนฟังก์ชัน และวิธีการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ และโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนทำเอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 7 โดยครูใช้การถาม-ตอบ เฉลยคำตอบ และร่วมกันสรุปความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน แล้วบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7 4. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 7 แล้วร่วมกันอภิปรายและสรุปวิธีหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน โดยครูคอยชี้แนะแนวทาง และอธิบายเพิ่มเติม หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 7
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7
3. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7
2. เอกสารแนะแนวทาง รหัสที่ 7
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 7

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำเอกสารแนะแนวทาง	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารแนะแนวทาง**	รหัสเอกสารแนะแนวทางที่ 7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบแต่ละข้อลงในตารางให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	เรนจ์ของฟังก์ชัน
1	f = {(2, 5), (3, 7), (4, 9), (5, 11)}	{2, 3, 4, 5}	{5, 7, 9, 11}
2	f = {(6, 12), (7, 12), (8, 12)}	{6, 7, 8}	{12}
3	f = {(3, 10), (5, 20), (5, 30), (7, 40)}	{3, 5, 7, 9}	{10, 20, 30, 40}
4	f = {(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)}		
5	f = {(m, 2), (n, 4), (p, 6)}		
6	f = {(4, 7), (6, 9), (8, 11)}		
7	f = {(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4)}		
8	f = {(a, 10), (b, 10), (c, 10)}		
9	f = {(3, 6), (5, 10), (7, 14)}		
10	f = {(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7)}		

โดเมนของฟังก์ชัน คือ .....

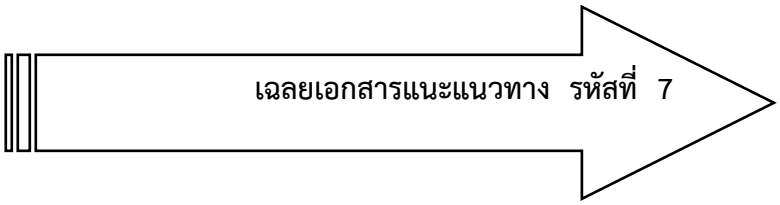
.....

.....

เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ .....

.....

.....



ข้อที่	โดเมนของฟังก์ชัน	เรนจ์ของฟังก์ชัน
4	{a, b, c, d}	{1, 2, 3, 4}
5	{m, n, p}	{2, 4, 6}
6	{4, 6, 8}	{7, 9, 11}
7	{2, 3, 4, 5}	{1, 2, 3, 4}
8	{a, b, c}	{10}
9	{3, 5, 7}	{6, 10, 14}
10	{1, 2, 3, 4}	{4, 5, 6, 7}

สรุป **โดเมนของฟังก์ชัน** คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของฟังก์ชัน f เขียนแทนด้วย D_f

เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของฟังก์ชัน f เขียนแทนด้วย R_f

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 บอกความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันได้

1.2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

สาระสำคัญ

การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน สามารถหาได้โดยนิยามของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และการพิจารณาค่าของตัวแปร x กับตัวแปร y ในฟังก์ชัน

สาระการเรียนรู้

ความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

บทนิยาม โดเมนของฟังก์ชันคือ เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของฟังก์ชัน f เขียนแทนด้วย D_f

เรนจ์ของฟังก์ชันคือ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของฟังก์ชัน f เขียนแทนด้วย R_f

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $f = \{(2, 7), (4, 9), (6, 11), (8, 13)\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน f

วิธีทำ จาก $f = \{(2, 7), (4, 9), (6, 11), (8, 13)\}$

จะได้ $D_f = \{2, 4, 6, 8\}$

$R_f = \{7, 9, 11, 13\}$

การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

1. **การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดฟังก์ชันแบบแจกแจงสมาชิก**
   วิธีหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน จะอาศัยบทนิยามดังตัวอย่างที่ 1
2. **การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดฟังก์ชันแบบบอกเงื่อนไข** สามารถหาได้ดังนี้

   2.1 **การหาโดเมน**

   การหาโดเมนเพื่อความสะดวกเราควรเขียนฟังก์ชันให้อยู่ในรูปของ

y = เทอมของ x

   เช่น $y = x^2 + 1$, $y = \frac{x+1}{x+2}$ เป็นต้น

หลังจากนั้นให้พิจารณาดูว่าภายในเซตที่กำหนดให้ x มีค่าอะไรได้บ้างที่ทำให้หาค่า y ได้ โดยที่ y นั้นต้องอยู่ภายในเซตที่กำหนดให้ **ค่า x ของ x เหล่านั้นจะเป็นสมาชิกของโดเมน**

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $f = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2x + 1\}$ จงหาโดเมนของ f

วิธีทำ จาก $y = 2x + 1$

พบว่าทุก ๆ ค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง เราสามารถหาค่าของ y ที่เป็นจำนวนจริงและสอดคล้องกับ f ได้เสมอ

$\therefore D_f = \{x \mid x \in R\} = R$

2.2 **การหาเรนจ์**

การหาเรนจ์มีหลักการเช่นเดียวกับการหาโดเมน ต่างกันที่ว่าแทนที่เราจะหาค่า x ก็เปลี่ยนมาเป็นค่า y และพิจารณาว่า y มีค่าเป็นอะไรได้บ้างที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ ดังนั้นเราจึงควรเขียนเงื่อนไขดังกล่าวให้อยู่ในรูป

x = เทอมของ y

แล้วพิจารณาค่า y โดยใช้หลักการเช่นเดียวกับการหาโดเมน

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $f = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2x + 1\}$

วิธีทำ จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ ต้องทำให้อยู่ในรูป x = เทอมของ y

จาก $y = 2x + 1$

$2x = y - 1$

$x = \frac{y-1}{2}$

แล้วพิจารณาค่า y จะพบว่า ทุก ๆ ค่าของ y ที่เป็นจริงสามารถหาค่า x ที่เป็นจำนวนจริงและสอดคล้องกับสมการดังกล่าวได้เสมอ

นั่นคือ $R_f = \{y \mid y \in R\} = R$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด $f = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 4 - x^2\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของ f

วิธีทำ หาโดเมน จาก $y = 4 - x^2$

พบว่า ทุก ๆ ค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง เราสามารถหาค่าของ y ที่เป็นจำนวนจริงและสอดคล้องกับ f ได้เสมอ

$\therefore D_f = \{x \mid x \in R\} = R$

หาเรนจ์ จาก $y = 4 - x^2$ เขียนให้อยู่ในรูป x = เทอมของ y ได้ดังนี้

จาก $y = 4 - x^2$

$x^2 = 4 - y$

$x = \pm\sqrt{4 - y}$

$\therefore R_f = \{y \mid y \in R \text{ และ } y < 5\}$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ลงในตารางให้ถูกต้อง แล้วเขียนคำตอบลงในตารางให้ถูกต้อง

ข้อที่	ฟังก์ชัน	โดเมนของฟังก์ชัน	เรนจ์ของฟังก์ชัน
1	$f = \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$		
2	$f = \{(a, 2), (b, 4), (c, 6)\}$		
3	$f = \{(8, 12), (10, 14), (12, 16)\}$		
4	$f = \{(6, 5), (8, 5), (10, 5), (12, 5)\}$		
5	$f = \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (8, 3)\}$		
6	$y = x^2 - 1$		
7	$y = 4x$		
8	$y = \frac{3x+1}{2x-2}$		

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7

ข้อที่	โดเมนของฟังก์ชัน	เรนจ์ของฟังก์ชัน
1	{2, 3, 4, 5}	{3, 4, 5, 6}
2	{a, b, c}	{2, 4, 6}
3	{8, 10, 12}	{12, 14, 16}
4	{6, 8, 10, 12}	{5}
5	{2, 4, 6, 8}	{0, 1, 2, 3}
6	$\{x \mid x \in R\}$	$\{y \mid y \in R\}$
7	$\{x \mid x \in R\}$	$\{y \mid y \in R\}$
8	$\{x \mid x \in R \text{ และ } x \neq \frac{1}{2}\}$	$\{y \mid y \in R \text{ และ } y \neq \frac{1}{2}\}$

รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ชั่วโมงที่ 13 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาจากเอกสารแนะแนวทาง และเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 67 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **โดเมนของฟังก์ชัน** คือ .....
.....

2. **เรนจ์ของฟังก์ชัน** คือ .....
.....

3. **การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดแบบแจกแจงสมาชิก** หาได้โดย
.....
.....
.....

4. **การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดแบบบอกเงื่อนไข** หาได้โดย
   4.1 **การหาโดเมนของฟังก์ชัน** หาได้ดังนี้
.....
.....
.....
.....
.....
   4.2 **การหาเรนจ์ของฟังก์ชัน** หาได้ดังนี้
.....
.....
.....
.....
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8
เรื่อง
สัญลักษณ์และการหาค่าของฟังก์ชัน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8** สัปดาห์ที่ 4 ชั่วโมงที่ 8	เรื่อง สัญลักษณ์และการหาค่าของฟังก์ชัน จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
   1.1 บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้
   1.2 หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
   2.1 ในการแก้ปัญหา
   2.2 ในการให้เหตุผล
   2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
   2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
   3.1 มีความรับผิดชอบ
   3.2 มีความซื่อสัตย์
   3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
   3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน
2. การหาค่าของฟังก์ชัน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
14	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ - บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้ - หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้ 2. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 7 พร้อมทั้งเฉลยคำตอบ โดยให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 3. นักเรียนทำใบกิจกรรม รหัสที่ 8 แล้วร่วมกันสรุปสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชัน โดยครูอธิบายเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัย

15 – 16	4. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 8 แล้วร่วมกันอภิปรายกลุ่มย่อยเกี่ยวกับวิธีการหาค่าของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดโดเมนมาให้ โดยครูเดินดูรอบ ๆ และอธิบายเพิ่มเติม และแก้ไข (ถ้ามี) หลังจากนั้นให้บันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหาที่ 8 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 6. นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนกลุ่ม 2 คน ร่วมแข่งขันโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ โดยให้เวลาทำ 20 นาที 7. ดำเนินการแข่งขันตอบปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เกี่ยวกับการหาค่าฟังก์ชัน โดยมีเพื่อน ๆ คอยให้กำลังใจ เมื่อหมดเวลาแข่งขันให้แต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจตามที่ครูเฉลยบนกระดาน แล้วบันทึกคะแนนไว้ แล้วนำส่งครูผู้สอน 8. ประกาศผลการแข่งขันและมอบรางวัลแก่ผู้ชนะอันดับ 1, 2 และ 3 โดยครูยกย่องชมเชยนักเรียน ให้ความสนใจในกิจกรรมนี้เป็นอย่างดี 9. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำ Mind Map เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูนอกเวลาเรียน

สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม รหัสที่ 8
2. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 8
3. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8
4. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 8

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 8
3. Mind Map เรื่อง ฟังก์ชัน

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำใบกิจกรรม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
5. การทำแบบสรุปเนื้อหา	5. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อได้ถูกต้อง
6. การทำ Mind Map	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง สวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนเมืองราดวิทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**ใบกิจกรรม**	รหัสใบกิจกรรมที่ 8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ชั่วโมงที่ 14 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ตามตัวอย่าง

ตัวอย่าง ถ้า f เป็นฟังก์ชันและ $(x, y) \in f$ แล้ว จะเรียก y เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x ซึ่งเขียนแทนด้วย $y = f(x)$ ดังนั้น

1. ถ้า $(a, b) \in f$ แล้ว จะเรียก b เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ a เขียนแทนด้วย .....
2. ถ้า $(m, n) \in f$ แล้ว จะเรียก n เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ m เขียนแทนด้วย .....

ตัวอย่าง $f(2)$ หมายถึง ค่า y ของฟังก์ชัน f เมื่อ $x = 2$ ดังนั้น

$f(3)$ หมายถึง .....

$f(4)$ หมายถึง .....

$f(5)$ หมายถึง .....

$f(-10)$ หมายถึง .....

สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

ถ้า x แทนสมาชิกในโดเมนของฟังก์ชัน f จะใช้สัญลักษณ์ $f(x)$ (อ่านว่าเอฟของเอกส์) ในตำแหน่งของ y คือ แทนค่าของสมาชิกในเรนจ์ของฟังก์ชัน f ที่คู่กับ x

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ชั่วโมงที่ 15-16 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 บอกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนฟังก์ชันได้

1.2 หาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดโดเมนให้ได้

สาระสำคัญ

วิธีการหาค่าของฟังก์ชัน f ที่ x จะใช้วิธีแทนค่า x ลงในสมการของฟังก์ชันก็จะได้ค่าของฟังก์ชัน f ที่ x ตามต้องการ

สาระการเรียนรู้

ถ้า f เป็นฟังก์ชัน และ $(x, y) \in f$ แล้ว เรากล่าวว่า y เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x ค่าของฟังก์ชัน f ที่ x เขียนแทนด้วย f(x) อ่านว่า เอฟของเอกซ์ ดังนั้น y = f(x) หมายถึง y เป็นค่าฟังก์ชันของ x ภายใต้ฟังก์ชัน f

เช่น f(2) หมายถึง ค่า y ของฟังก์ชัน f เมื่อ x มีค่าเท่ากับ 2

f(-1) หมายถึง ค่า y ของฟังก์ชัน f เมื่อ x มีค่าเท่ากับ -1

f(8) หมายถึง ค่า y ของฟังก์ชัน f เมื่อ x มีค่าเท่ากับ 8

การหาค่าของฟังก์ชัน สามารถทำได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ให้ f(x) = 2x + 2 จงหาค่าของฟังก์ชัน f ที่ x = 1, 3, 6

วิธีทำ จาก f(x) = 2x + 2

จะได้ f(1) = 2(1) + 2 = 4

f(3) = 2(3) + 2 = 8

f(6) = 2(6) + 2 = 14 ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $f(a-2) = 5a+8$ จงหา $f(x)$, $f(3)$, $f(5)$

วิธีทำ จาก $f(a-2) = 5a+8$ .....

ให้ $a-2 = x$ .....

จาก จะได้ $a = x+2$ .....

แทนค่า และ ลงใน จะได้

$$f(x) = 5(x+2)+8$$
$$= 5x+10+8$$
$$= 5x+18$$ ตอบ

หา $f(3)$

จาก $f(x) = 5x+18$

$f(3) = 5(3)+18$

$= 15+18$

$= 33$ ตอบ

หา $f(5)$

จาก $f(x) = 5x+18$

$f(5) = 5(5)+18$

$= 25+18$

$= 43$ ตอบ

ข้อสังเกต

จาก $f(a-2) = 5a+8$ .....

อาจจะสามารถหา $f(3)$ และ $f(5)$ จากสมการ ได้โดยไม่ต้องเปลี่ยนตัวแปรก็ได้

เช่น ใช้วิธีแทนค่า a ที่ทำให้ $a-2 = 3$ นั่นคือ แทนค่า $a = 5$ ลงใน ซึ่งจะได้

$$f(5-2) = 5(5)+8$$
$$f(3) = 25+8$$
$$f(3) = 33$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าจะหา $f(5)$ เราจะต้องแทนค่า a ที่ทำให้ $a-2 = 5$

นั่นคือ แทนค่า $a = 7$ ลงใน ซึ่งจะได้

$$f(7-2) = 5(7)+8$$
$$= 35+8$$
$$= 43$$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ชั่วโมงที่ 15-16 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1	ให้ $f(x) = 2x^2 - x + 5$ จงหา	
	1.1 $f(4)$	1.1 .....
	1.2 $f(-2)$	1.2 .....
	1.3 $f(a + 3)$	1.3 .....
2	ให้ $f(x) = 3x - 5$ จงหา	
	2.1 $f(-3)$	2.1 .....
	2.2 $f(6)$	2.2 .....
3	ให้ $f(a + 4) = 6a + 10$ จงหา	
	3.1 $f(x)$	3.1 .....
	3.2 $f(2)$	3.2 .....
	3.3 $f(3)$	3.3 .....

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

ชีวิตจะสดใส ถ้าใส่ใจคณิตศาสตร์

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 8

1) 1.1 33
   1.2 15
   1.3 $2a^2 + 11a + 11$

2) 2.1 -14
   2.2 13

3) 3.1 $6x - 14$
   3.2 -2
   3.3 4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ชั่วโมงที่ 14-16 จำนวนชั่วโมงสอน 3 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาจากเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 8 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **y = f(x)** หมายถึง .....
.....
.....

2. **f(3)** หมายถึง .....
.....
.....
.....

3. **การหาค่าของฟังก์ชัน** สามารถหาได้ดังนี้
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9
เรื่อง
ฟังก์ชันเชิงเส้น

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9**	เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น
รหัสวิชา ค31203	สัปดาห์ที่ 9	จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง
ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	ชั่วโมงที่ 17 – 18	ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
   1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
   1.2 เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
   1.3 นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
2. **ด้านทักษะกระบวนการ** นักเรียนมีความสามารถ
   2.1 ในการแก้ปัญหา
   2.2 ในการให้เหตุผล
   2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
   2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. **ด้านคุณลักษณะ** นักเรียน
   3.1 มีความรับผิดชอบ
   3.2 มีความซื่อสัตย์
   3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
   3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น
2. กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น
3. การใช้ฟังก์ชันและกราฟในการแก้ปัญหา

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
17	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบว่า เมื่อเรียนจบแผนการเรียนรู้นี้แล้ว นักเรียนจะสามารถ - บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ - เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้ - นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนศึกษาใบความรู้ รหัสที่ 9 โดยร่วมกันศึกษาเนื้อหาและตัวอย่างแล้วร่วมกันสรุปความหมาย และกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 9 4. ครูเขียนตัวอย่างฟังก์ชันเชิงเส้น 2 – 3 ตัวอย่าง แล้วสุ่มนักเรียนออกมาเขียนกราฟบนกระดาน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9 เป็นการบ้าน เพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้
18	1. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9 แล้วให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น และกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนทำใบกิจกรรม รหัสที่ 9 โดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น และกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูใช้การถาม-ตอบ เฉลยคำตอบร่วมกับนักเรียน 4. นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 9 เป็นการบ้าน เพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ รหัสที่ 9
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 9
4. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 9

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 9
3. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 9

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปได้ถูกต้องครบถ้วน
5. การทำเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนเมืองราดวิมทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**ใบความรู้**	รหัสใบความรู้ที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 17 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันเชิงเส้น เป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ซึ่งกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะเป็นเส้นตรง

สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

ตัวอย่างของฟังก์ชันเชิงเส้น เช่น

1. $y = 2x$
2. $y = 2x + 1$
3. $y = -2x + 1$
4. $y = 3x - 1$ เป็นต้น

ฟังก์ชัน $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = b$ ซึ่งเรียกว่า **ฟังก์ชันคงตัว** กราฟของฟังก์ชันคงตัวจะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X

กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น

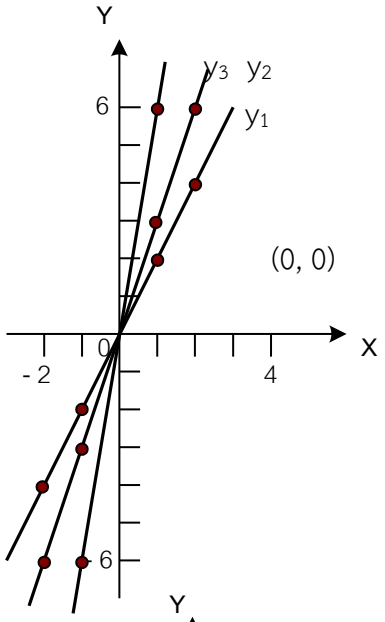
ฟังก์ชันเชิงเส้น จะมีกราฟเป็นเส้นตรง และมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กำหนดด้วย $y = ax + b$ เมื่อ $b = 0$

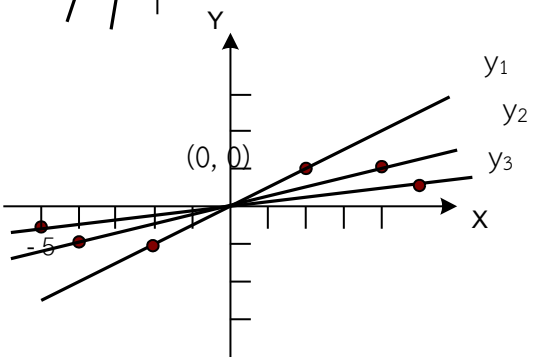
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1. $y_1 = 2x$, $y_2 = 3x$, $y_3 = 6x$
2. $y_1 = \frac{1}{2}x$, $y_2 = \frac{1}{4}x$, $y_3 = \frac{1}{10}x$

วิธีทำ 1)



2)



สรุป

ลักษณะกราฟของ $y = ax + b$ เมื่อ $b = 0$ มีดังนี้

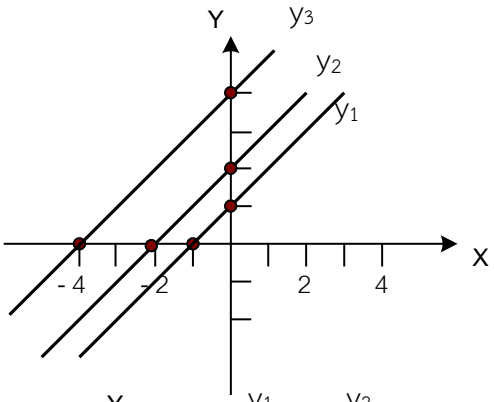
1. กราฟจะผ่านจุด (0, 0)
2. ถ้า a มีค่ามากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y
   ถ้า a มีค่าน้อยลง กราฟจะเบนเข้าหาแกน X

2. **กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กำหนดด้วย $y = ax + b$ เมื่อ $b \neq 0$**

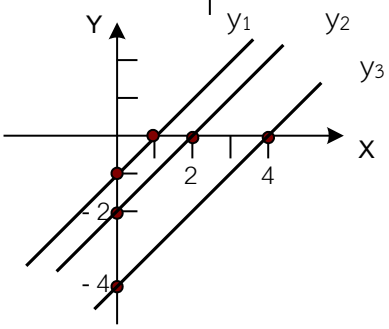
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้บนระนาบเดียวกัน

1. $y_1 = x + 1$, $y_2 = x + 2$, $y_3 = x + 4$
2. $y_1 = x - 1$, $y_2 = x - 2$, $y_3 = x - 4$

วิธีทำ 1)



2)



ลักษณะกราฟของ $y = ax + b$ เมื่อ $b \neq 0$ กราฟจะตัดแกน Y ที่จุด $(0, b)$ และตัดแกน X ที่จุด $(b, 0)$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 17 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.1 – 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์

ข้อที่	คำถาม	คำตอบ
1	จงหาฟังก์ชันเชิงเส้นจากค่า x และ y ที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ 1.1 (2, 5) และ (1, 4) 1.2 (3, 8) และ (2, 10) 1.3 (4, 12) และ (6, 24)	 1.1 ..... 1.2 ..... 1.3 .....
2	จงหาจุดตัดแกน X และแกน Y จากฟังก์ชันเชิงเส้นต่อไปนี้ 2.1 y = 2x + 8 2.2 y = 2x - 10 2.3 y = x + 7	 2.1 ..... 2.2 ..... 2.3 .....
3	จงเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น y = 2x + 2 และเติมค่า x และ y ในตาราง x | 0 | 1 | 2 | -1 | -2 y | | | | |	

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

ฝึกคิดคณิตวันละนิด ชีวิตไม่เป็นศูนย์

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 9

1) 1.1 y =

1.2 y = -2 + 14

1.3 y = 6x - 12

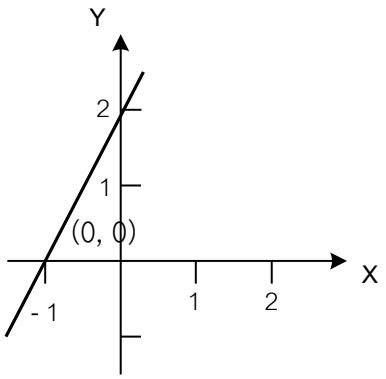
2) 2.1 จุดตัดแกน X คือ (-4, 0) จุดตัดแกน Y คือ (0, 8)

2.2 จุดตัดแกน X คือ (5, 0) จุดตัดแกน Y คือ (0, -10)

2.3 จุดตัดแกน X คือ (-7, 0) จุดตัดแกน Y คือ (0, 7)

3)

x	0	1	2	-1	-2
y	2	4	6	0	-2



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**ใบกิจกรรม**	รหัสใบกิจกรรมที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 9 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. พนักงานขายผู้หนึ่งได้รับเงินเดือนจากบริษัทเดือนละ 12,000 บาท และได้รับอีก 5% ของยอดขายสินค้าที่เขาขายได้

   1.1 จงเขียนความสัมพันธ์ของพนักงานขายผู้นี้กับยอดขายสินค้า

   1.2 จงหาว่าในเดือนที่เขามียอดขาย 2,500 บาท เขาจะได้รับเงินในเดือนนั้นเท่าใด

วิธีทำ 1.1) ให้ x แทน ยอดขายสินค้า

f(x) แทน จำนวนที่ได้รับจากบริษัท

จะได้ f(x) = 12,000 + (.....) x

ดังนั้นความสัมพันธ์ของรายได้ของพนักงานผู้นี้กับยอดขายสินค้า คือ

f(x) = ...

1.2) ถ้ายอดขายของพนักงานผู้นี้ เท่ากับ 25,000 บาท เขาจะได้รับเงินเท่ากับ

จาก f(x) = ...

f(25,000) = ...

= 13,250 บาท

2. บริษัทแห่งหนึ่งผลิตสินค้าสำเร็จรูป ถ้าขายสินค้าชิ้นละ 100 บาท จะขายได้ 1,500 ชิ้น แต่ถ้าขายสินค้าชิ้นละ 50 บาท จะขายได้ 2,000 ชิ้น

   2.1 จงสร้างฟังก์ชันเชิงเส้น

   2.2 ค้าขายสินค้าชิ้นละ 200 บาท จะขายสินค้าได้กี่ชิ้น

วิธีทำ 2.1) ให้ x แทน ราคาสินค้าต่อชิ้น

f(x) แทน จำนวนสินค้าที่ขายได้

จากรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้นจะได้

f(x) = ax + b ..... ①

จากโจทย์ จะได้ x = 100 , f(x) = 1500 นำไปแทนใน ① จะได้

1500 = ... + b ..... ②

และจากโจทย์ x = 50 , f(x) = 2,000 นำไปแทนใน ① จะได้

2,000 = ... + b ..... ③

② - ③ ; -500 = ...

$a = -\frac{500}{50}$

= .....

นำค่า a แทนใน ② จะได้

1500 = 100(.....) + b

= .....

b = ...

∴ ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ f(x) = ...

2.2) ถ้าขายสินค้าชิ้นละ 200 บาท จะขายสินค้าได้เท่ากับ

f(x) = ...

f(200) = ...

= .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 17-18 จำนวนชั่วโมงสอน 2 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาตามใบความรู้ รหัสที่ 9 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **ฟังก์ชันเชิงเส้น** คือ .....

.....

.....

2. **ตัวอย่างของฟังก์ชันเชิงเส้น** ได้แก่

2.1 .....

2.2 .....

2.3 .....

2.4 .....

3. **จาก $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$ สามารถหาจุดตัดแกน X และจุดตัดแกน Y ได้ดังนี้**

3.1 **จุดตัดแกน X หาได้ดังนี้** .....

.....

.....

3.2 **จุดตัดแกน Y หาได้ดังนี้** .....

.....

.....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม**	รหัสเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 9 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ชั่วโมงที่ 18 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. บริษัทแห่งหนึ่งจ่ายค่าจ้างให้กับพนักงาน ซึ่งคิดจากเบี้ยเลี้ยงค่าพาหนะให้กับพนักงานขายทุกคน คนละเท่า ๆ กัน และจ่ายค่าคอมมิสชัน (คิดเป็นร้อยละ) จากยอดขายที่พนักงานแต่ละคนขายได้ ปรากฏว่า เมื่อเดือนที่ผ่านมา นาย ก ได้รับเงินจากบริษัท 34,000 บาท โดยที่เขามียอดขาย 200,000 บาท นาย ข ได้รับเงินจากบริษัท 28,000 บาท และเขามียอดขาย 150,000 บาท ถามว่า
   1) บริษัทจ่ายคอมมิสชันให้กับพนักงานร้อยละเท่าใด
   2) ค่าเบี้ยเลี้ยงและค่าพาหนะที่บริษัทจ่ายให้ นาย ก และนาย ข เป็นเงินคนละเท่าใด
   3) เขียนสมการแทนรายได้ที่พนักงานได้รับในแต่ละเดือน

2. ยอดขายสินค้าใหม่ของบริษัทอยู่ที่ 12,000 ชิ้น/ปี ในปีแรก ถ้าบริษัทต้องการยอดขายสินค้าเพิ่มขึ้นปีละ 10% ของยอดขายในปีแรก
   1) จงเขียนสมการแทนยอดขายสินค้าของแต่ละปี
   2) อีก 5 ปีถัดไป บริษัทนี้ควรจะมียอดขายสินค้าเท่าใด

3. บริษัทแห่งหนึ่งผลิตเสื้อ ถ้าขายเสื้อตัวละ 40 บาท จะขายได้ 4,000 ตัว ถ้าขายตัวละ 30 บาท จะขายได้ 8,000 ตัว ถ้าให้ $f(x)$ แทน จำนวนเสื้อที่จะขายได้ และ x เป็นราคาเสื้อ (บาท) ต่อตัว
   1) จงเขียนฟังก์ชันเชิงเส้น
   2) ถ้าบริษัทขายเสื้อตัวละ 100 บาท จะขายเสื้อได้กี่ตัว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10
เรื่อง
ฟังก์ชันกำลังสอง

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10**	เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง
รหัสวิชา ค31203	สัปดาห์ที่ 10 – 13	จำนวนชั่วโมงสอน 8 ชั่วโมง
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	ชั่วโมงที่ 19 – 26	ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้

1.2 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

1.3 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $k \neq 0$ ได้

1.4 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ ได้

1.5 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$, $k \neq 0$ ได้

1.6 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ได้

1.7 แก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟได้

1.8 แก้อสมการกำลังสอง โดยใช้กราฟได้

1.9 นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

2.1 ในการแก้ปัญหา

2.2 ในการให้เหตุผล

2.3 ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

2.4 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

3. ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

3.1 มีความรับผิดชอบ

3.2 มีความซื่อสัตย์

3.3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง

3.4 มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

1. ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง
2. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
3. การนำกราฟไปใช้ในการแก้สมการและอสมการ
4. การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
19	1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทุกคนทราบในการเรียน เรื่องฟังก์ชันกำลังสองจากแผนการเรียนรู้ที่ 10 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเอกสารประกอบการสอนรหัสที่ 10.1 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยครูคอยชี้แนะและอธิบายเพิ่มเติม แล้วให้นักเรียนบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10 4. สุ่มนักเรียนนำเสนอคำตอบและกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ หน้าชั้นเรียน 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1 เป็นการบ้าน เพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้
20	1. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1 ว่ามีปัญหาและข้อสงสัยอะไรบ้าง โดยครูได้อธิบายเพิ่มเติม เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.2 โดยศึกษาสาระการเรียนรู้และตัวอย่างโดยละเอียด แล้วร่วมกันสรุปลักษณะกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $k \neq 0$ โดยครูอธิบายเพิ่มเติมอีกครั้ง หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10 4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.2 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้ แล้วตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง
21	1. ทบทวนความรู้เรื่องลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $k \neq 0$ โดยใช้การถาม-ตอบ 2. แจกกระดาษ A4 กลุ่มละ 1 แผ่น แล้วให้แต่ละกลุ่มแข่งขันกันวาดกราฟจากสมาการ $y = 2x^2$, $y = -2x^2$ และ $y = 2x^2 + 1$ ใช้เวลา 5 นาที 3. ครูชมเชยนักเรียนที่ให้ความร่วมมือในการวาดกราฟด้วยความตั้งใจ หลังจากนั้นให้แต่ละกลุ่มเปลี่ยนกันตรวจและให้คะแนน กลุ่มที่ได้คะแนนมากเป็นผู้ชนะจะได้รับรางวัลจากครูผู้สอน 4. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.3 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $k \neq 0$ หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.3 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
22	1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ โดยใช้การถาม-ตอบ 2. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.4 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10 3. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.4 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 4. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำเอกสารความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$, $y = ax^2 + k$, $y = a(x - h)^2$ และ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ เป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูนอกเวลาเรียน
23	1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ โดยใช้การถาม-ตอบ 2. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.5 แล้วร่วมกันสรุปลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ โดยครูคอยชี้แนะแนวทาง และแก้ไขข้อบกพร่อง (ถ้ามี) หลังจากนั้นให้นักเรียนบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10 3. ครูเขียนตัวอย่างสมการที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ 2 – 3 ตัวอย่าง ดังนี้ 1) $y = x^2 + 4x + 12$ 2) $y = 2x^2 - 12x + 6$ 3) $y = 2x^2 + 4x + 8$ แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาจุดวกกลับ หรือจุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของกราฟ เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอีกครั้ง 4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.5 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง (ถ้านักเรียนคนใจทำไม่เสร็จให้นำไปทำเป็นการบ้าน)
24	1. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองโดยวิธีแยกตัวประกอบหรือใช้สูตรโดยใช้การถาม-ตอบ 2. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.6 แล้วร่วมกันสรุปวิธีแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ โดยครูคอยแนะนำเพิ่มเติมและแก้ไขให้ถูกต้อง หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10 3. นักเรียนเล่นเกมจับคู่เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสอง ใครหาคู่ได้ก่อนเป็นผู้ชนะแล้วนำเสนอวิธีแก้สมการให้เพื่อนดูหน้าชั้นเรียน 4. ครูชมเชยนักเรียนที่สนใจร่วมกิจกรรมอย่างตั้งใจ และมอบรางวัลให้แก่ผู้ชนะ 5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.6 เป็นการบ้าน เพื่อเป็นการเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้ แล้วตรวจตามแผนภูมิเฉลย และบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

ชั่วโมงที่	กิจกรรมการเรียนรู้ / สื่อการเรียนรู้
25	1. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำการบ้าน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน โดยครูอธิบายเพิ่มเติมและสรุปวิธีการแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟอีกครั้ง 2. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.7 แล้วร่วมกันอภิปรายกลุ่มย่อย เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับการแก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟ โดยครูคอยชี้แนะแนวทาง และแก้ไขข้อบกพร่องให้ถูกต้อง หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10 3. ครูยกตัวอย่างอสมการกำลังสอง 2 – 3 ตัวอย่าง แล้วสุ่มนักเรียนออกมาหาคำตอบบนกระดาน โดยครูและเพื่อนคอยตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายแก้ไขเพิ่มเติมให้ถูกต้อง (ถ้ามี) 4. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.7 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่ง (ถ้านักเรียนคนใดทำไม่เสร็จให้นำไปทำเป็นการบ้าน)
26	1. ครูซักถามปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.7 และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้นำไปแก้ไข และพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้น 2. ทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟ โดยใช้การถาม-ตอบ 3. นักเรียนศึกษาเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.8 โดยศึกษาสาระการเรียนรู้และตัวอย่างโดยละเอียด แล้วร่วมกันวิเคราะห์ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และต้องการทราบอะไร และจะใช้ความรู้อะไรมาช่วยในการแก้ปัญหา โดยอาจจะสรุปเป็นขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ดังนี้ 1. อ่านโจทย์หรือปัญหาให้เข้าใจ 2. กำหนดวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหา 3. ดำเนินการแก้ปัญหา ตามวิธีการในข้อ 2 4. ตรวจสอบความถูกต้องในการแก้ปัญหา 4. นักเรียนเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 10.8 เป็นการบ้านเพื่อเสริมทักษะและความแม่นยำในการเรียนรู้ แล้วตรวจตามแผนภูมิเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ โดยครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 5. นักเรียนแต่ละกลุ่มจัดทำ Mind Map เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสองเป็นผลงานของกลุ่ม ส่งครูนอกเวลาเรียน

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.1 – 10.8
2. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1 – 10.7
3. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10
4. เอกสารฝึกหัดเพิ่มเติม รหัสที่ 10.8

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ห้องสมุดโรงเรียน
3. ห้องสมุดประชาชน

หลักฐานการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1 – 10.7
2. แบบสรุปเนื้อหา รหัสที่ 10
3. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
4. Mind Map เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนสนใจร่วมกิจกรรมดี
3. การทำแบบฝึกทักษะ	3. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง
4. การทำแบบสรุปเนื้อหา	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปเนื้อหาได้ถูกต้อง
5. การทำกราฟฟังก์ชันกำลังสอง	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง สวยงาม
6. การทำ Mind Map	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง สวยงาม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ครูผู้สอน

(นายวิเชียร กีรติศักดิ์กุล)

ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษโรงเรียนเมืองราดวิมทยาคม

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 19 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 บอกความหมายของฟังก์ชันกำลังสองได้

1.2 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันกำลังสองเป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ ซึ่งกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง เรียกว่า พาราโบลา

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ จะเป็นกราฟพาราโบลา ชนิดหงาย เมื่อ $a > 0$ และชนิดคว่ำ เมื่อ $a < 0$

สาระการเรียนรู้

ความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง

ฟังก์ชันกำลังสอง คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ เช่น

1) $y = 2x^2 + 3x - 10$ เมื่อ $a = 2$, $b = 3$ และ $c = -1$
2) $y = x^2 + 1$ เมื่อ $a = 1$, $b = 0$ และ $c = 1$
3) $y = -x^2 + 2x + 1$ เมื่อ $a = -1$, $b = 2$ และ $c = 1$

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
ที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง มีชื่อเรียกว่า พาราโบลา ซึ่งลักษณะของกราฟของฟังก์ชันขึ้นอยู่กับค่าของ a , b และ c และเมื่อ a เป็นบวกหรือลบ จะทำให้ได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายหรือคว่ำ และกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{1}{2}x^2$ 3) $y = \frac{1}{4}x^2$

วิธีทำ 1) จาก $y = x^2$ จะได้

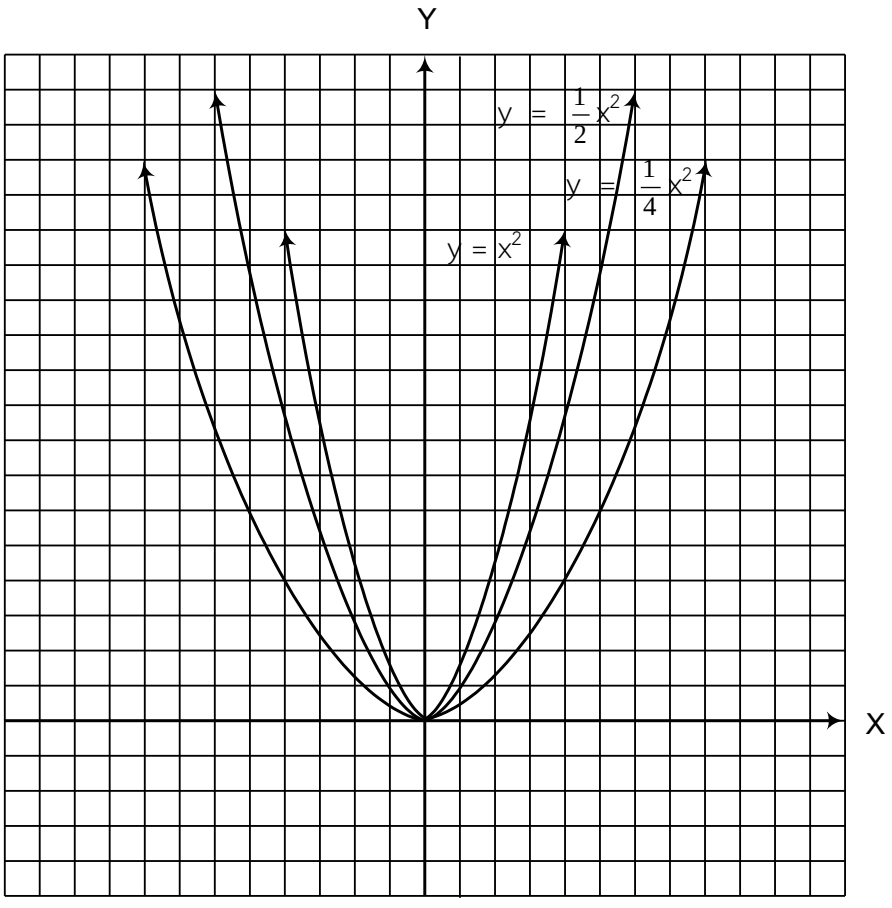
x	1	2	3	0	-1	-2	-3	-4
y	1	4	9	0	1	4	9	16

2) จาก $y = \frac{1}{2}x^2$ จะได้

x	2	4	6	0	-2	-4	-6
y	2	8	18	0	2	8	18

3) จาก $y = \frac{1}{4}x^2$ จะได้

X	2	4	8	0	-2	-4	-8
Y	1	4	16	0	1	4	16



กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a > 0$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = -x^2$ 2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ 3) $y = -\frac{1}{4}x^2$

วิธีทำ 1) จาก $y = -x^2$ จะได้

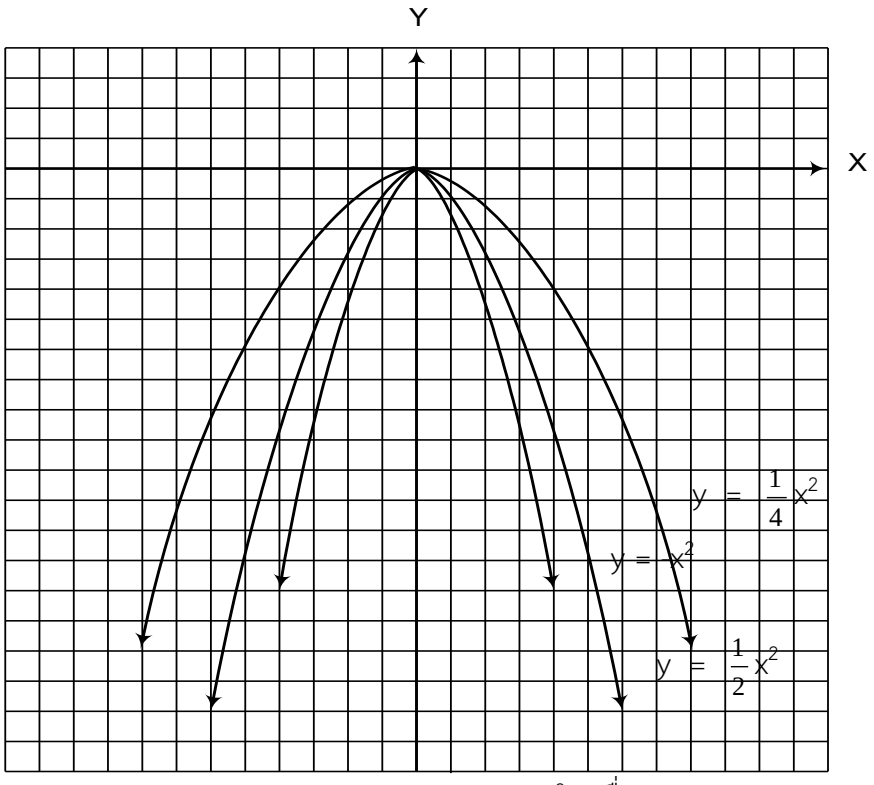
x	1	2	3	0	-1	-2	-3
y	-1	-4	-9	0	-1	-4	-9

2) จาก $y = -\frac{1}{2}x^2$ จะได้

x	2	4	6	0	-2	-4	-6
y	-2	-8	-18	0	-2	-8	-18

3) จาก $y = -\frac{1}{4}x^2$ จะได้

x	2	4	8	0	-2	-4	-8
y	-1	-4	-16	0	-1	-4	-16



กราฟของ $y = ax^2$ เมื่อ $a < 0$

สรุป ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

เมื่อ $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ (0, 0)

เมื่อ $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ (0, 0)

แกนสมมาตรคือ แกน Y หรือเส้นตรง $X = 0$, สมการแกนสมมาตรคือ $X = 0$

เมื่อ $a > 0$ ค่าต่ำสุดคือ 0 และ เมื่อ $a < 0$ ค่าสูงสุดคือ 0

$|a|$ ยิ่งมากกราฟยิ่งแคบ

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.1 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 19 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = 5x^2$							
1.2	$y = -3x^2$							
1.3	$y = 12x^2$							
1.4	$y = -6x^2$							

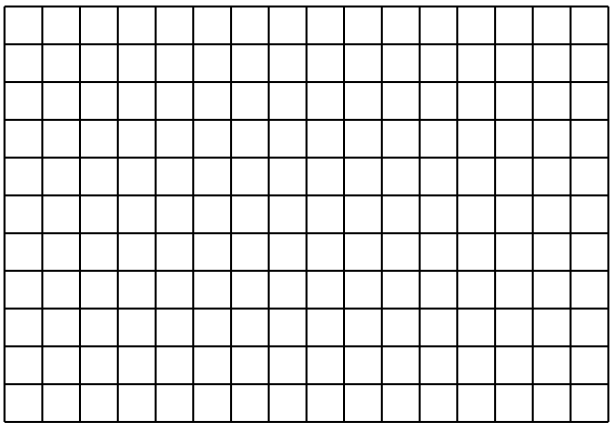
2) จงเติมค่า x และ y ลงในตารางให้ถูกต้อง พร้อมทั้งเขียนกราฟโดยใช้แกนคู่เดียวกัน

2.1) $y = 2x^2$

x	1	2	3	0	-1	-2
y						

2.2) $y = -2x^2$

x	1	2	3	0	-1	-2
y						



คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เรียนคณิตศาสตร์ ให้สดชื่น วิชาอื่น จะดีเอง

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.1

1)

ข้อที่	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
	หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1		-	x = 0	-	0	-	(0, 0)
1.2	-		x = 0	0	-	(0, 0)	-
1.3		-	x = 0	-	0	-	(0, 0)
1.4	-		x = 0	0	-	(0, 0)	-

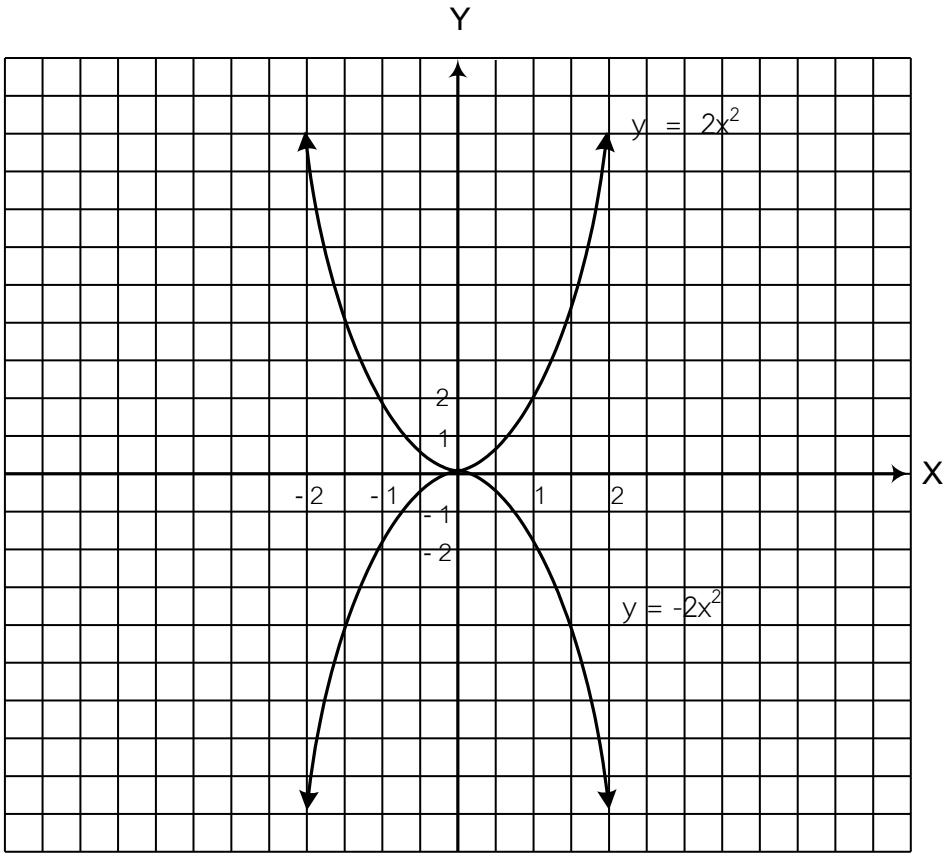
2)

2.1) $y = 2x^2$

x	1	2	3	0	-1	-2
y	2	8	18	0	2	8

2.2) $y = -2x^2$

x	1	2	3	0	-1	-2
y	-2	-8	-18	0	-2	-8



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 20 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.3 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ ได้

สาระสำคัญ

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$ จะเป็นกราฟพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด อยู่ที่ (0, k) และแกนสมมาตรคือ แกน Y

สาระการเรียนรู้

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ
$y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k \neq 0$

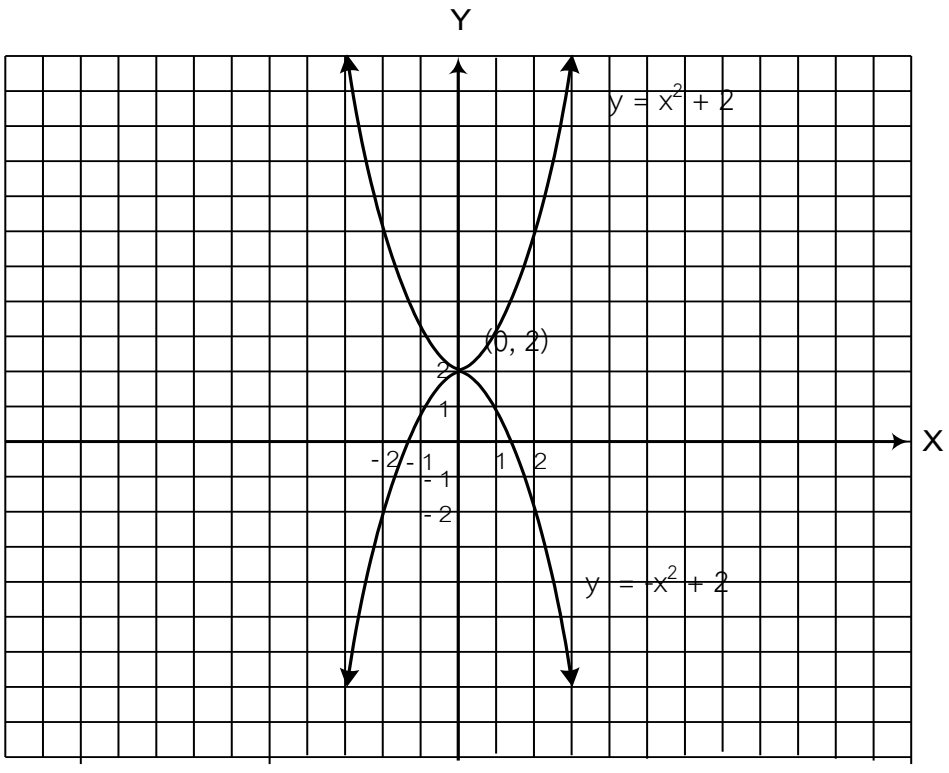
1. **กราฟของ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k > 0$**

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = x^2 + 2$ 2) $y = -x^2 + 2$

วิธีทำ

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 + 2$	11	6	3	2	3	6	11
$y = -x^2 + 2$	-7	-2	1	2	1	-2	-7



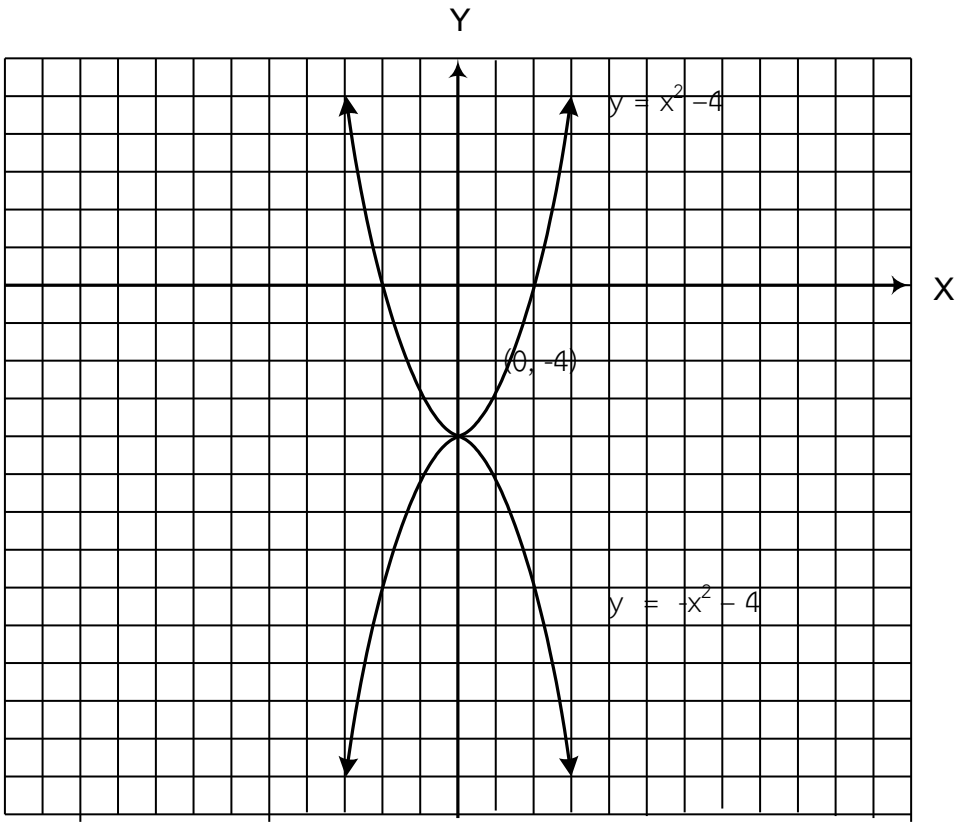
2. **กราฟของ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $k < 0$**

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = x^2 - 4$ 2) $y = -x^2 - 4$

วิธีทำ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 4$	-3	0	5	-4	-3	0	5
$y = -x^2 - 4$	-5	-8	-13	-4	-5	-8	-13



สรุป

ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$

ถ้า $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, k)$ ค่าต่ำสุด $= k$

ถ้า $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, k)$ ค่าสูงสุด $= k$

แกนสมมาตรคือ แกน y หรือเส้นตรง $x = 0$ สมการแกนสมมาตรคือ $x = 0$

ถ้า $k > 0$ จุดวกกลับอยู่เหนือแกน X

ถ้า $k < 0$ จุดวกกลับอยู่ใต้แกน X

ถ้า a, k มีเครื่องหมายเหมือนกัน กราฟไม่ตัดแกน X

ถ้า a, k มีเครื่องหมายต่างกัน กราฟจะตัดแกน X

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.2 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 20 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.3

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = -2x^2 - 5$							
1.2	$y = 3x^2 + 5$							
1.3	$y = -5x^2 + 6$							
1.4	$y = 4x^2 - 7$							

2) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

1) $y = 2x^2 + 2$ 2) $y = -2x^2 - 2$

x	1	2	3	0	-1	-2	-3
$y = 2x^2 + 2$							
$y = -2x^2 - 2$							

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เรียนคณิตศาสตร์ต้อง ตั้งใจฟัง คอยระวัง และติดตาม

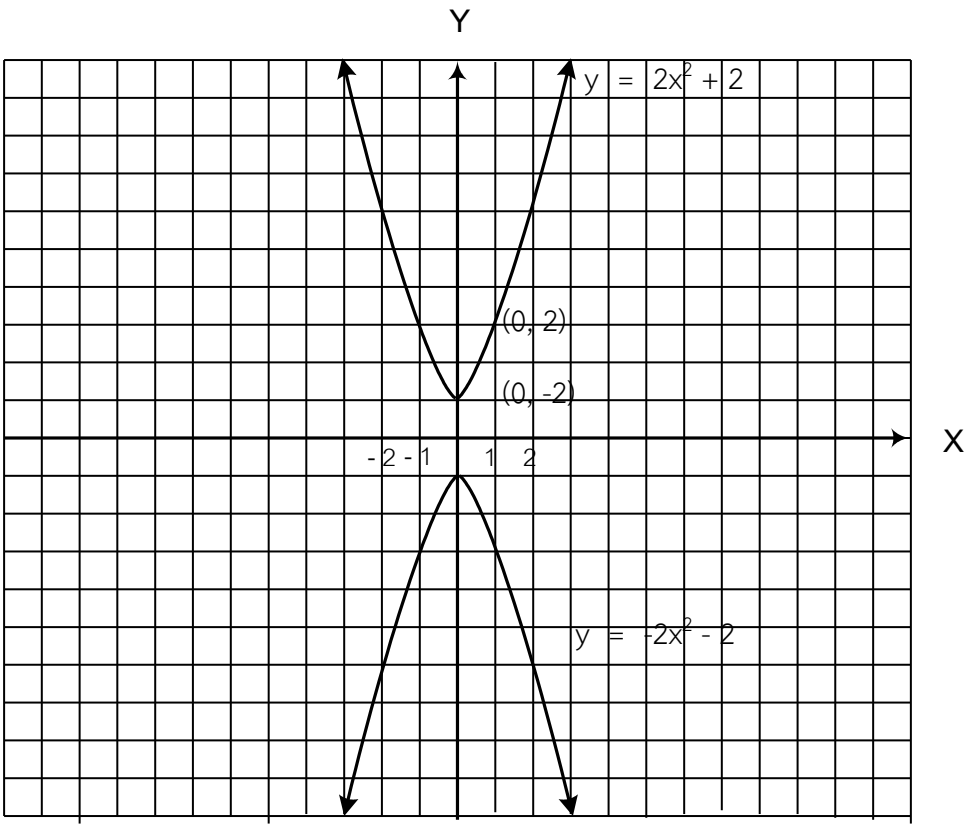
เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.2

1)

ข้อที่	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
	หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	-		x = 0	-5	-	(0, -5)	-
1.2		-	x = 0	-	5	-	(0, 5)
1.3	-		x = 0	6	-	(0, 6)	-
1.4		-	x = 0	-	-7	-	(0, -7)

2)

x	1	2	3	0	-1	-2	-3
$y = 2x^2 + 2$	4	10	20	2	4	10	20
$y = -2x^2 - 2$	-4	-10	-20	-2	-4	-10	-20



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 21 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1.4

เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h \neq 0$ ได้

สาระสำคัญ

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h \neq 0$ จะเป็นกราฟพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดอยู่ที่ (h, 0) และแกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = h$

สาระการเรียนรู้

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ
$y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h \neq 0$

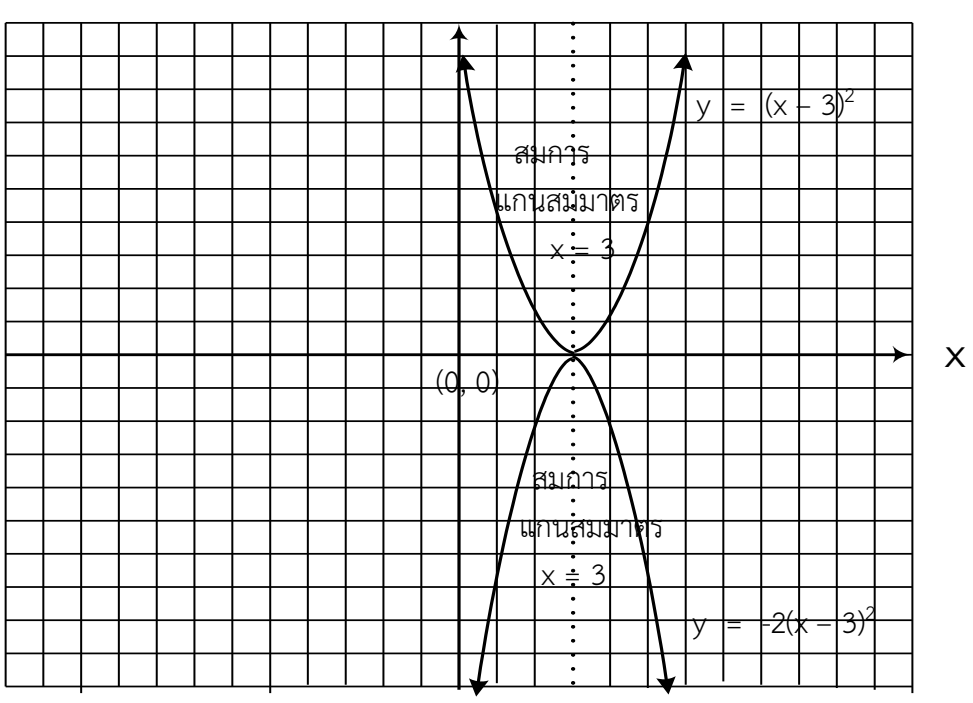
1. **กราฟของ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h > 0$**

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = (x - 3)^2$ 2) $y = -2(x - 3)^2$

วิธีทำ

X	2	3	4	0	5	6	7
$y = (x - 3)^2$	1	0	1	9	4	9	16
$y = -2(x - 3)^2$	-2	0	-2	-18	-8	-18	-32



2. **กราฟของ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h < 0$**

ถ้า $h < 0$ จะได้สมการใหม่เป็น $y = a(x - (-h))^2$

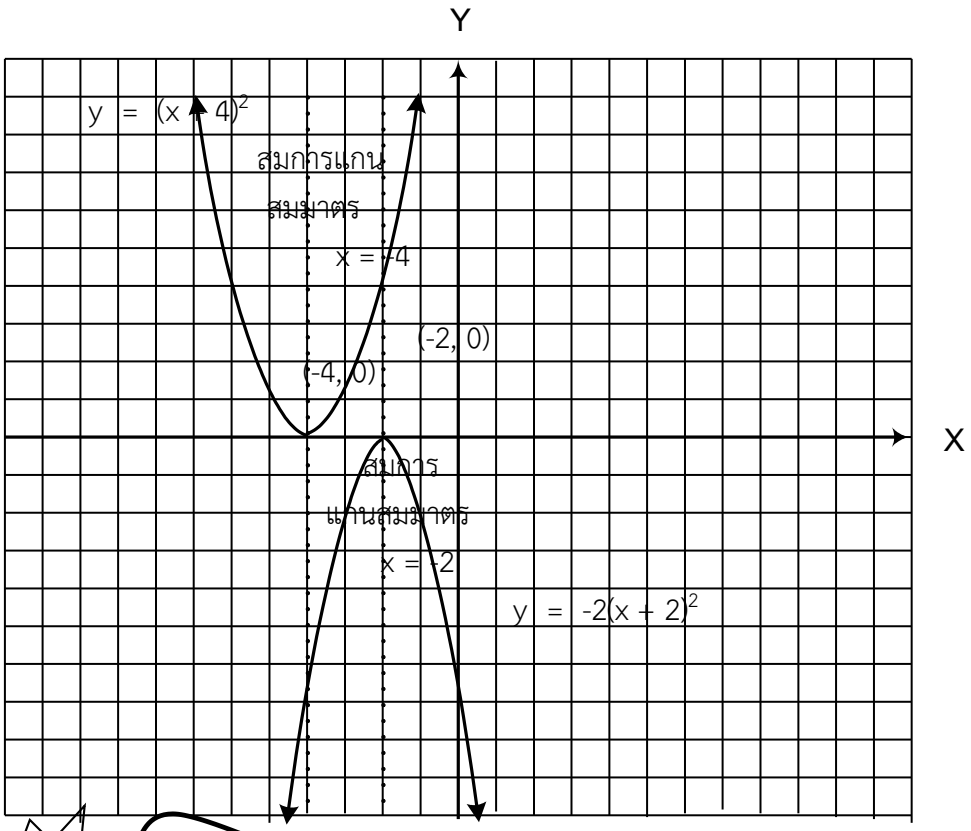
$= a(x + h)^2$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = (x + 4)^2$ 2) $y = -2(x + 2)^2$

วิธีทำ

X	-2	-3	-4	0	1	2	3
$y = (x + 4)^2$	4	1	0	4	25	36	49
$y = -2(x + 2)^2$	0	-2	-8	-8	-18	-32	-50



สรุป

ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$

ถ้า $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(h, 0)$ ค่าต่ำสุด $= 0$

ถ้า $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(h, 0)$ ค่าสูงสุด $= 0$

แกนสมมาตรคือ เส้นตรง $x = h$ สมการแกนสมมาตรคือ $x = h$

$h > 0$ แกนสมมาตรอยู่ทางซ้ายของแกน Y

$h < 0$ แกนสมมาตรอยู่ทางขวาของแกน Y

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.3 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 21 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.4

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = (x + 8)^2$							
1.2	$y = -(x + 3)^2$							
1.3	$y = 2(x - 3)^2$							
1.4	$y = -3(x - 2)^2$							

2) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

1) $y = (x + 6)^2$ 2) $y = -(x - 8)^2$

x	-4	-5	-6	-7	-8	-9
$y = (x + 6)^2$						

x	6	7	8	9	10	11
$y = -(x - 8)^2$						

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

ชาติต้องการนักคิด ทุกชีวิตควรมีคณิตในหัวใจ

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.3

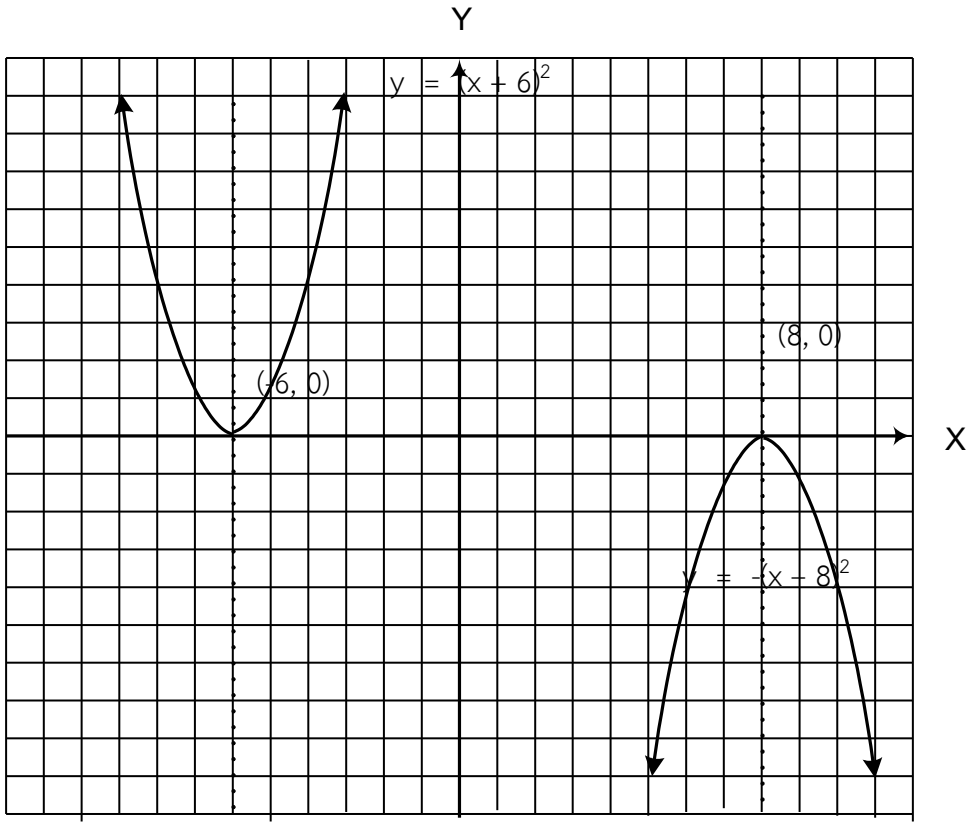
1)

ข้อที่	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
	หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1		-	$x = -8$	-	0	-	(-8, 0)
1.2	-		$x = -3$	0	-	(-3, 0)	-
1.3		-	$x = 6$	-	0	-	(6, 0)
1.4	-		$x = 2$	0	-	(2, 0)	-

2)

x	-4	-5	-6	-7	-8	-9
$y = (x + 6)^2$	4	1	0	1	4	9

x	6	7	8	9	10	11
$y = -(x - 8)^2$	-4	-1	0	-1	-4	-9



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 22 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.5 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ ได้

สาระสำคัญ

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ จะเป็นพาราโบลาที่มีจุดวกกลับหรือจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดอยู่ที่ (h, k) และมีแกนสมมาตรคือ เส้นตรง x =

สาระการเรียนรู้

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ

$y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$

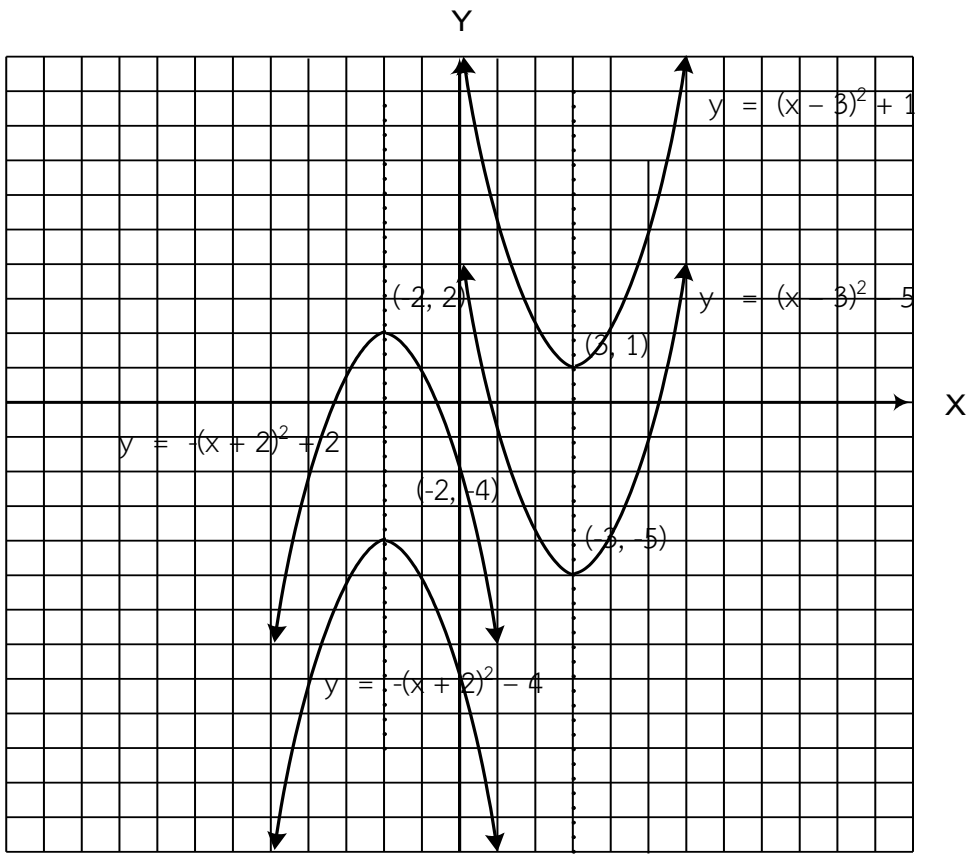
ตัวอย่างที่ จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้

1) $y = -(x + 2)^2 - 4$
2) $y = -(x + 2)^2 + 2$
3) $y = (x - 3)^2 - 5$
4) $y = (x - 3)^2 + 1$

วิธีทำ

x	-2	-3	-4	0
$y = -(x + 2)^2 - 4$	-4	-5	-8	-8
$y = -(x + 2)^2 + 2$	2	1	-2	-2

x	2	3	4	5
$y = (x - 3)^2 - 5$	-4	-5	-4	-1
$y = (x - 3)^2 + 1$	2	1	2	5



สรุป

ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$

เมื่อ $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ (h, k) ค่าต่ำสุด $= k$

เมื่อ $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ (h, k) ค่าสูงสุด $= k$

ถ้า $k > 0$ จุดวกกลับอยู่เหนือแกน X

ถ้า $k < 0$ จุดวกกลับอยู่ใต้แกน X

แกนสมมาตร คือ เส้นตรง $x = h$ สมการแกนสมมาตรคือ $x = h$

ถ้า $h > 0$ แกนสมมาตรอยู่ทางซ้ายมือของแกน Y

ถ้า $h < 0$ แกนสมมาตรอยู่ทางขวามือของแกน Y

ถ้า a และ k มีเครื่องหมายเหมือนกันกราฟไม่ตัดแกน X

ถ้า a และ k มีเครื่องหมายต่างกันกราฟตัดแกน X

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.4 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 22 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.5

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ลงในตารางและเขียนกราฟจากสมการที่กำหนดให้

1) จงเติมคำตอบหรือใส่เครื่องหมาย ลงในตารางแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	กราฟ		สมการ	ค่า		จุด	
		หงาย	คว่ำ	แกนสมมาตร	สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1	$y = -(x + 8)^2 - 6$							
1.2	$y = 2(x - 4)^2 + 3$							
1.3	$y = -4(x + 4)^2 - 10$							
1.4	$y = 3(x + 2)^2 + 7$							

2) จงเขียนกราฟจากสมการต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน

1) $y = (x - 5)^2 + 4$

x	6	5	4	3	2
$y = (x - 5)^2 + 4$					

2) $y = -(x + 5)^2 - 3$

x	-5	-4	-3	-2
$y = -(x + 5)^2 - 3$				

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เรียนคณิตต้องฝึกคิดและจดจำ

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.4

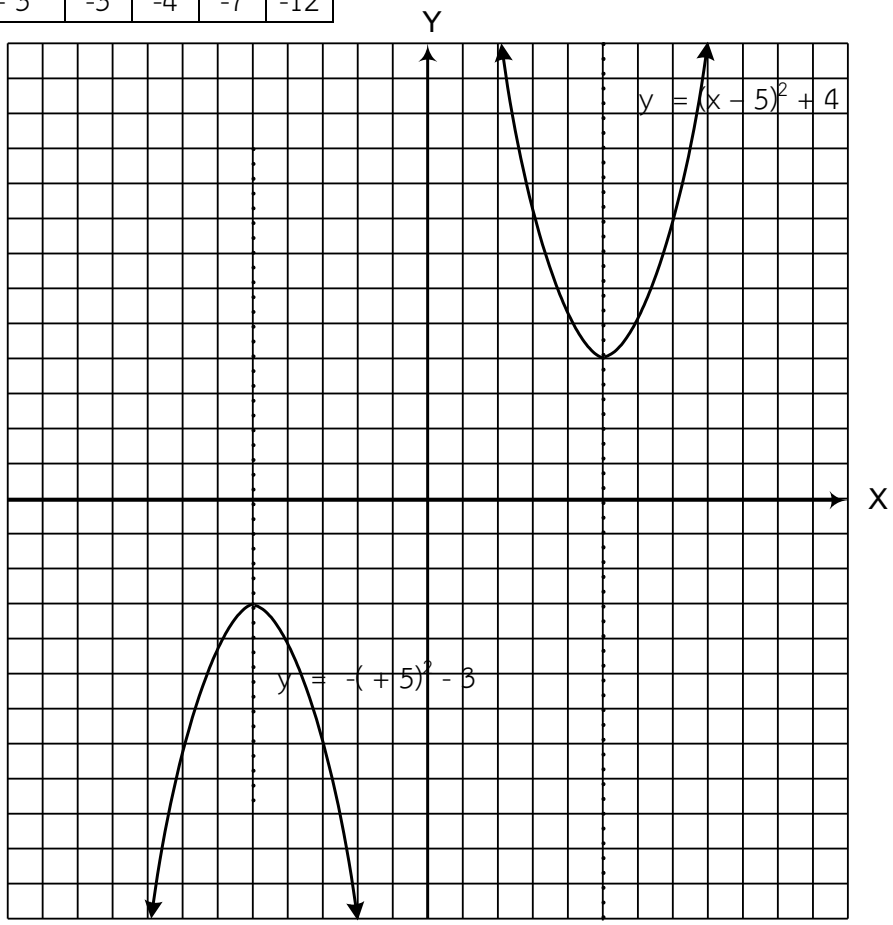
1)

ข้อที่	กราฟ		สมการแกนสมมาตร	ค่า		จุด	
	หงาย	คว่ำ		สูงสุด	ต่ำสุด	สูงสุด	ต่ำสุด
1.1		-	x = -8	-	0	-	(-8, 0)
1.2	-		x = -3	0	-	(-3, 0)	-
1.3		-	x = 6	-	0	-	(6, 0)
1.4	-		x = 2	0	-	(2, 0)	-

2)

x	6	5	4	3	2
$y = (x - 5)^2 + 4$	5	4	5	8	13

x	-5	-4	-3	-2
$y = -(x + 5)^2 - 3$	-3	-4	-7	-12



รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.5 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 23 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.6 เขียนและบอกลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ได้

สาระสำคัญ

กราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ การเขียนกราฟควรจัดสมการให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ จะทำให้เขียนกราฟได้ง่ายขึ้น

สาระการเรียนรู้

กราฟของฟังก์ชันที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$

จากสมการ $y = ax^2 + bx + c$ สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ ได้ โดยใช้ความรู้เรื่องกำลังสองสมบูรณ์ ดังนี้

$$
\begin{aligned}
y &= ax^2 + bx + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left\{x^2 + \frac{2bx}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right\} \\
&= a\left\{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right\} \\
&= a\left[x - \left(-\frac{b}{2a}\right)\right]^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}
\end{aligned}
$$

จาก $y = a(x - h)^2 + k$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชัน $y = 2x^2 + 4x - 16$ พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ จาก $y = 2x^2 + 4x - 16$

$= 2(x^2 + 2x - 8)$

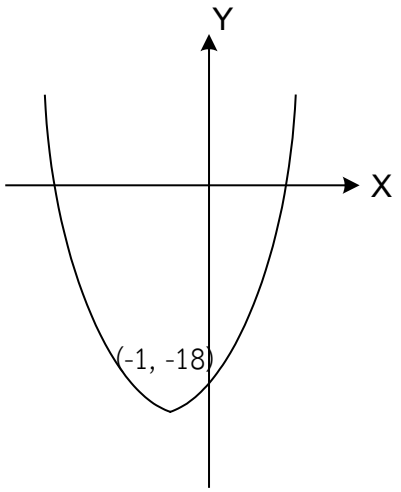
$= 2\{(x^2 + 2x + 1) - 8 - 1\}$

$= 2\{(x + 1)^2 - 9\}$

$= 2(x + 1)^2 - 18$

จะได้ $h = -1$, $k = -18$

$\therefore$ จุดวกกลับคือ จุด $(-1, -18)$



จากสมการที่อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ จะพบว่า กราฟของ $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ จะมีจุดวกกลับที่จุด $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

แต่เนื่องจาก $f(h) = k$ ดังนั้น จึงอาจเขียนจุดวกกลับของ f ในรูป $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a} \right) \right)$ ได้

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.5 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 23 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.6

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาจุดวกกลับของกราฟจากสมการที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ แล้วเติมลงในตาราง

ข้อที่	สมการที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$	จุดวกกลับ
1	$y = x^2 - 2x - 3$	
2	$y = 2x^2 + 4x + 8$	
3	$y = x^2 - 4x + 8$	
4	$y = 3x^2 + 12x + 3$	
5	$y = -x^2 + 2x + 1$	
6	$y = -x^2 + 3x - 8$	
7	$y = 2x^2 + 2x + 5$	
8	$y = -2x^2 + 4x - 7$	

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

เด็กไทยจะหัวไว
ถ้าใส่ใจคณิตศาสตร์

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.5

1) (1, -4)
2) (-1, 6)
3) (2, 4)
4) (-2, -9)
5) (1, 2)
6) $(1\frac{1}{2}, -5\frac{3}{4})$
7) $(-\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2})$
8) (1, -5)

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.6 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 24 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.7 แก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้กราฟได้

สาระสำคัญ

สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ จะมีคำตอบของสมการดังนี้ ไม่มีคำตอบ มีคำตอบเดียว และมี 2 คำตอบ ซึ่งสามารถหาได้โดยใช้กราฟ

สาระการเรียนรู้

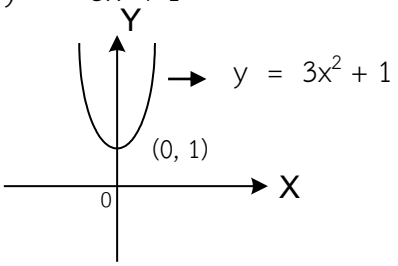
การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ

การแก้สมการหรือการหาคำตอบของสมการกำลังสอง โดยใช้กราฟ ทำได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ในกรณีที่กราฟไม่ตัดแกน X จะไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของ $3x^2 + 1 = 0$

วิธีทำ เขียนกราฟ $y = 3x^2 + 1$



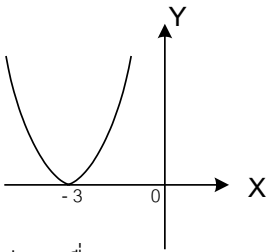
จากกราฟ จะเห็นว่ากราฟของ $y = 3x^2 + 1$ ไม่ตัดแกน X

แสดงว่า สมการ $3x^2 + 1 = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง **ตอบ**

กรณีที่ 2 กราฟของ $y = a(x + c)^2$ และ $y = a(x - c)^2$ เมื่อ $c > 0$ จะตัดแกน X ที่จุด $(-c, 0)$ และ $(c, 0)$ ตามลำดับ ดังนั้นสมการที่อยู่ในรูป $y = a(x + c)^2$ จะมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเพียง 1 จำนวน

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของ $(x + 3)^2 = 0$

วิธีทำ พิจารณาจากกราฟของ $y = (x + 3)^2$



จากกราฟ จะเห็นว่า เมื่อ $y = 0$ จะได้ $x = -3$

$\therefore$ $(x + 3)^2 = 0$ เมื่อ $x = -3$

แสดงว่า คำตอบของสมการ $(x + 3)^2 = 0$ มีคำตอบเดียว คือ -3 **ตอบ**

กรณีที่ 3 ให้ $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ เมื่อเขียน y ให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ จะสามารถพิจารณาคำตอบจากกราฟของ y ได้ว่าสมการที่กำหนดให้มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงสองจำนวนหรือไม่ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของ $2(x + 1)^2 - 2 = 0$

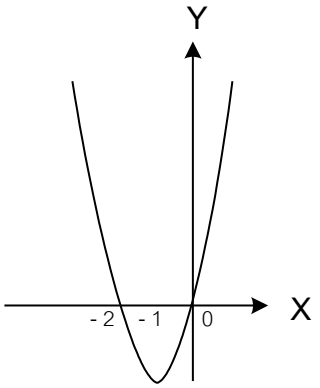
วิธีทำ ให้ $y = 2(x + 1)^2 - 2$

จะได้ $a = 2$, $h = -1$ และ $k = -2$

เนื่องจาก $a > 0$ ดังนั้นกราฟของ y จะหงายขึ้น และมีจุดวกกลับที่จุด (-1, -2)

เขียนกราฟของ $y = 2(x + 1)^2 - 2$ ได้ดังนี้

x	0	-1	-2	-3	1	2
Y	0	-2	0	6	6	16



จากกราฟ จะพบว่า กราฟของ y ตัดแกน X ที่จุด (0, 0) และจุด (-2, 0)

แสดงว่า $2(x + 1)^2 - 2 = 0$ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงสองจำนวน คือ 0 และ -2 **ตอบ**

การหาคำตอบของสมการกำลังสอง อาจหาโดยการแก้สมการก็ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} 2(x + 1)^2 - 2 &= 0 \\ 2(x + 1)^2 &= 2 \\ (x + 1)^2 &= 1 \\ x^2 + 2x + 1 &= 1 \\ x^2 + 2x &= 0 \\ x(x + 2) &= 0 \end{aligned}$$

$\therefore$ จะได้ $x = 0$ หรือ $x = -2$

คำตอบของสมการคือ 0 และ -2

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.6 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 24 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.7

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบและจุดวกกลับของกราฟของสมการที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วเติมลงในตารางให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	จุดวกกลับ	คำตอบของสมการ
1	$x^2 - 2x - 8 = 0$		
2	$x^2 + 4x + 12 = 0$		
3	$-(x + 1)^2 + 1 = 0$		
4	$-x^2 - 2x - 1 = 0$		
5	$15 + 2x - x^2 = 0$		
6	$x^2 - 8x + 15 = 0$		
7	$(x - 4)^2 + 4 = 0$		
8	$x^2 + 8x + 16 = 0$		

คะแนนที่ได้ = ...
ผู้ตรวจ .....
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

มีคณิตศาสตร์อยู่กับตัวไม่มีดมัวตลอดกาล

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.6

ข้อที่	จุดวกกลับ	คำตอบของสมการ
1	(1, -9)	4, -2
2	(-2, 8)	ไม่มีคำตอบ
3	(-1, 1)	0, -2
4	(-1, 0)	-1
5	(1, 16)	5, -3
6	(4, -1)	5, 3
7	(4, 4)	ไม่มีคำตอบ
8	(-4, 0)	-4

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 25 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.8 แก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟได้

สาระสำคัญ

การแก้อสมการ นอกจากจะใช้วิธีการทางพีชคณิตแล้วยังสามารถแก้อสมการโดยใช้กราฟได้อีกด้วย

สาระการเรียนรู้

ในการแก้อสมการโดยใช้กราฟ สามารถทำได้ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้อสมการ $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ โดยใช้กราฟ

วิธีทำ เขียน $x^2 - 2x - 3$ ให้อยู่ในรูป $a(x - h)^2 + k$ ได้ดังนี้

$$x^2 - 2x - 3 = (x^2 - 2x + 1) - 3 - 1$$
$$= (x - 1)^2 - 4$$

จะได้ $a = 1$, $h = 1$ และ $k = -4$

เนื่องจาก $a > 0$ ดังนั้นกราฟของฟังก์ชัน $y = x^2 - 2x - 3$ จะหงายขึ้น และมีจุดวกกลับที่จุด (1, -4)

หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

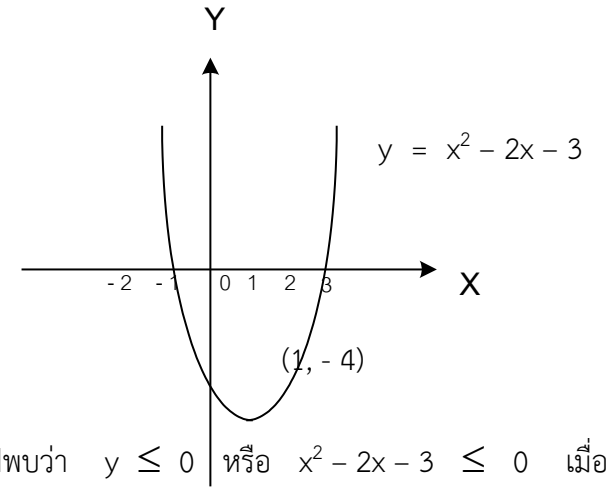
ให้ $x^2 - 2x - 3 = 0$

จะได้ $(x - 3)(x + 1) = 0$

ดังนั้น $x = 3$ และ $x = -1$

แสดงว่า กราฟตัดแกน X ที่จุด (3, 0) และ (-1, 0)

เขียนกราฟของ $y = x^2 - 2x - 3$ ได้ดังนี้



จากกราฟพบว่า $y \leq 0$ หรือ $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ เมื่อ $-1 \leq x \leq 3$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้อสมการ $x^2 < 9$

วิธีทำ จาก $x^2 < 9$

จะได้ $x^2 - 9 < 0$

ให้ $y = x^2 - 9$

พิจารณาลักษณะของกราฟ $y = x^2 - 9$ พบว่าเป็นกราฟหงายขึ้น

จาก $y = x^2 - 9$ จะมีจุดตัดแกน Y ที่จุด (0, 9)

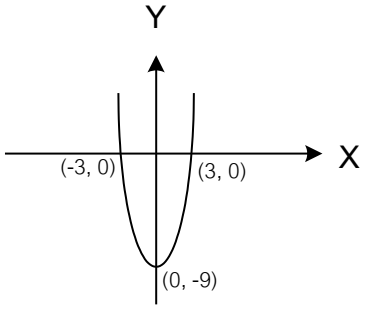
หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

$x^2 - 9 = 0$

$(x + 3)(x - 3) = 0$

$x = 3$ หรือ $x = -3$

แสดงว่า กราฟตัดแกน X ที่จุด (3, 0) และ (-3, 0)



พิจารณาค่า x ที่ $y < 0$ จากกราฟ

พบว่า $y < 0$ เมื่อ $-3 < x < 3$

$\therefore x^2 - 9 < 0$ หรือ $x^2 < 9$ เมื่อ $-3 < x < 3$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบฝึกทักษะ**	รหัสแบบฝึกทักษะที่ 10.7 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 25 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อที่ 1.8

คำชี้แจง ให้นักเรียนแก้อสมการแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้กราฟ

1. จงแก้อสมการ $x^2 \geq 1$

วิธีทำ จาก $x^2 \geq 1$

$x^2 - 1 \geq$ .....

ให้ $y = x^2 - 1$

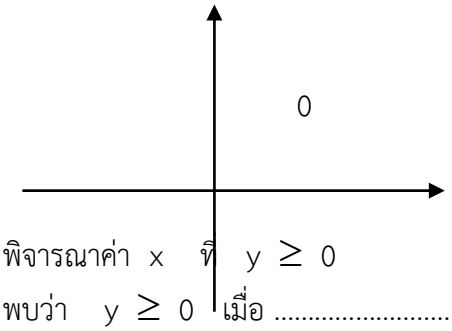
หาจุดตัดแกน Y จะได้ จุดตัดแกน Y คือ .....

หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

$x^2 - 1 = 0$

( )( ) = 0

จะได้ x = ... หรือ x = ...



พิจารณาค่า x ที่ $y \geq 0$

พบว่า $y \geq 0$ เมื่อ .....

นั่นคือ $x^2 \geq 1$ เมื่อ .....

2. จงแก้อสมการ $x^2 + 2x - 3 \leq 0$

วิธีทำ เขียน $x^2 + 2x - 3$ ให้อยู่ในรูป $a(x - h)^2 + k$ ได้ดังนี้

$x^2 + 2x - 3$ = ...

= .....

จะได้ a = ... , h = ... และ k = ...

เนื่องจาก $a > 0$ กราฟของ $y = x^2 + 2x - 3$ จะหงายขึ้น และมีจุดวกกลับที่จุด .....

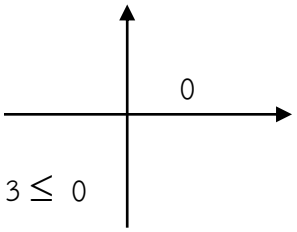
หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

$x^2 + 2x - 3 = 0$

( )( ) = 0

จะได้ x = ... หรือ x = ...

แสดงว่ากราฟตัดแกน X ที่จุด .....



นั่นคือ $x^2 + 2x - 3 \leq 0$ เมื่อ .....

คะแนนที่ได้ = ...

ผู้ตรวจ .....

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

คณิตศาสตร์จะก้าวไกล ถ้าเด็กไทยสนใจเรียน

เฉลยแบบฝึกทักษะ รหัสที่ 10.7

1. จงแก้อสมการ $x^2 \geq 1$

วิธีทำ จาก $x^2 \geq 1$

$x^2 - 1 \geq 0$

ให้ $y = x^2 - 1$

หาจุดตัดแกน Y จะได้ จุดตัดแกน Y คือ (0, -1)

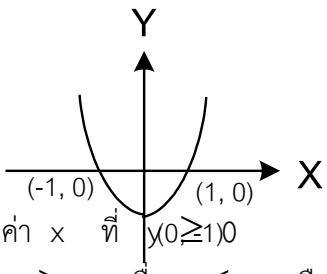
หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

$x^2 - 1 = 0$

$(x + 1)(x - 1) = 0$

จะได้ $x = 1$ หรือ $x = -1$

แสดงว่า กราฟตัดแกน X ที่จุด (-1, 0) และ (1, 0)



พิจารณาค่า x ที่ $y \geq 0$

พบว่า $y \geq 0$ เมื่อ $x \leq -1$ หรือ $x \geq 1$

นั่นคือ $x^2 \geq 1$ เมื่อ $x \leq -1$ หรือ $x \geq 1$

2. จงแก้อสมการ $x^2 + 2x - 3 \leq 0$

วิธีทำ เขียน $x^2 + 2x - 3$ ให้อยู่ในรูป $a(x - h)^2 + k$ ได้ดังนี้

$x^2 + 2x - 3 = (x^2 + 2x + 1) - 3 - 1$

$= (x + 1)^2 - 4$

จะได้ $a = 1$, $h = -1$ และ $k = -4$

เนื่องจาก $a > 0$ กราฟของ $y = x^2 + 2x - 3$ จะหงายขึ้น และมีจุดวกกลับที่จุด (-1, -4)

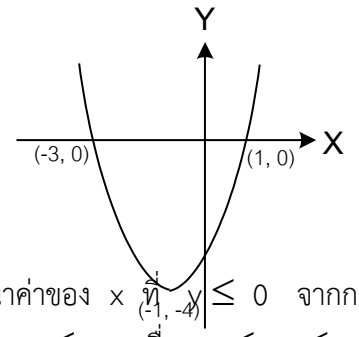
หาจุดที่กราฟตัดแกน X ได้ดังนี้

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x + 3)(x - 1) = 0$

จะได้ $x = 1$ หรือ $x = -3$

แสดงว่ากราฟตัดแกน X ที่จุด (-3, 0) และ (1, 0)



พิจารณาค่าของ x ที่ $y \leq 0$ จากกราฟ

พบว่า $y \leq 0$ เมื่อ $-3 \leq x \leq 1$

นั่นคือ $x^2 + 2x - 3 \leq 0$ เมื่อ $-3 \leq x \leq 1$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารประกอบการสอน**	รหัสเอกสารประกอบการสอนที่ 10.8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 26 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1.9 นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ

ฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดได้

สาระการเรียนรู้

การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ จะมีลักษณะคว่ำหรือหงาย ขึ้นอยู่กับค่าของ a ซึ่งเราสามารถนำความรู้ในเรื่องดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุด ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ให้ x แทนจำนวนนับซึ่งเมื่อนำมารวมกับจำนวนนับที่สองมีผลบวกเท่ากับ 40

1) จงเขียนจำนวนนับจำนวนที่สองในรูปของ x
2) จงเขียนผลคูณของจำนวนนับทั้งสองจำนวนในรูปของ x
3) จงใช้ความรู้เรื่องกราฟเพื่อหาผลคูณในข้อ 2 ที่มีค่ามากที่สุด

วิธีทำ 1) ให้ x แทน จำนวนนับจำนวนแรก

y แทน จำนวนนับจำนวนที่สอง

ผลบวกของจำนวนนับทั้งสองจำนวนมีค่าเท่ากับ 40

$\therefore \quad x + y = 40$

$y = 40 - x$

2) ผลคูณของจำนวนนับทั้งสอง $= x(40 - x) = 40x - x^2$

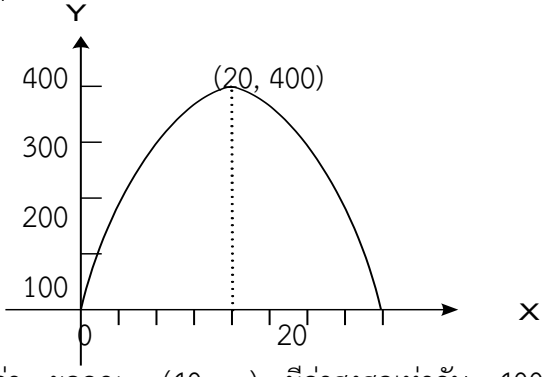
3) ให้ $y = -x^2 + 40x$

$= -(x^2 - 40x + 400) + 400$

$= -(x - 20)^2 + 400$

จะได้ $h = 20$, $k = 400$

$\therefore$ จุดวกกลับของกราฟ คือ (20, 400)



จากกราฟ พบว่า ผลคูณ $x(40 - x)$ มีค่าสูงสุดเท่ากับ 400 **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าต่ำสุดของ $x^2 + y^2$ เมื่อ $x + y = 16$ โดยใช้ความรู้เรื่องกราฟ

วิธีทำ จาก $x + y = 16$

จะได้ $y = 16 - x$

เขียน $x^2 + y^2$ ให้อยู่ในรูปของ x ได้ดังนี้

$$x^2 + y^2 = x^2 + (16 - x)^2$$
$$= x^2 + (256 - 32x + x^2)$$
$$= 2x^2 - 32x + 256$$

พิจารณา $f(x) = 2x^2 - 32x + 256$ พบว่า สัมประสิทธิ์ของ x^2 มีค่าเป็นบวก

$\therefore$ จุดวกกลับของกราฟ $f(x) = 2x^2 - 32x + 256$ จะเป็นจุดที่กราฟมีค่าต่ำสุด

$\because$ จุดวกกลับของกราฟ $f(x) = ax^2 + bx + c$ คือจุดที่ $x = -\frac{b}{2a}$

จาก $f(x) = 2x^2 - 32x + 256$ จะได้ $a = 2$ และ $b = -32$

$\therefore$ $x = \frac{-(-32)}{2(2)} = 8$

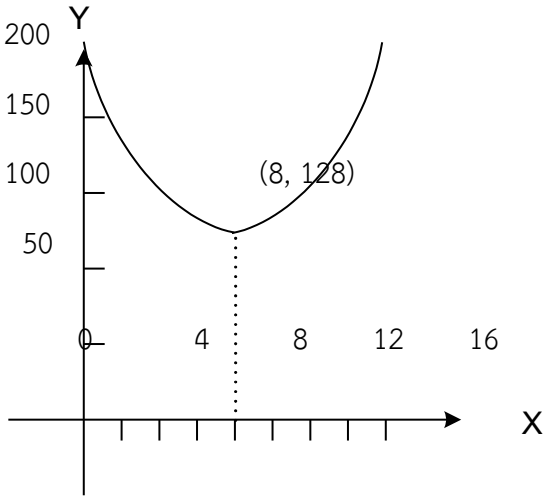
ให้ $x = 8$ จะได้ $f(x) = 2(8)^2 - 32(8) + 256$

$= 128 - 256 + 256$

$= 128$

จุดวกกลับของกราฟ $f(x) = 2x^2 - 32x + 256$ คือ $(8, 128)$

$\therefore$ ค่าต่ำสุดของ $x^2 + y^2$ มีค่าเท่ากับ 128



ตัวอย่างที่ 3 ถ้าอัตราการตายของทารกในระหว่างปี พ.ศ. 2535 – 2546 ของประเทศหนึ่ง หาได้จากสูตร $y = 0.2x^2 - 0.5x + 12.5$

เมื่อ y แทน จำนวนทารกที่เสียชีวิตจากทารกที่ถือกำเนิดมา 1,000 คน

และให้ x แทนด้วย 0, 1, 2, 3, . . . โดยให้ปี พ.ศ. 2535 แทนด้วย $x = 0$

1) จงหาว่าในปี พ.ศ. 2540 จะมีทารกรอดชีวิตกี่เปอร์เซนต์
2) ถ้าอัตราการตายของทารกในปี พ.ศ. 2546 ยังมีแนวโน้มเดียวกับ 10 ปี ที่ผ่านมา อัตราการเสียชีวิตของทารกในปี พ.ศ. 2546 ควรจะเป็นกี่เปอร์เซนต์

วิธีทำ 1) จาก $y = 0.2x^2 - 0.5x + 12.5$ และ $x = 5$ แทนปี 2540

จะได้ $y = 0.2(5)^2 - 0.5(5) + 12.5$

$= 15$

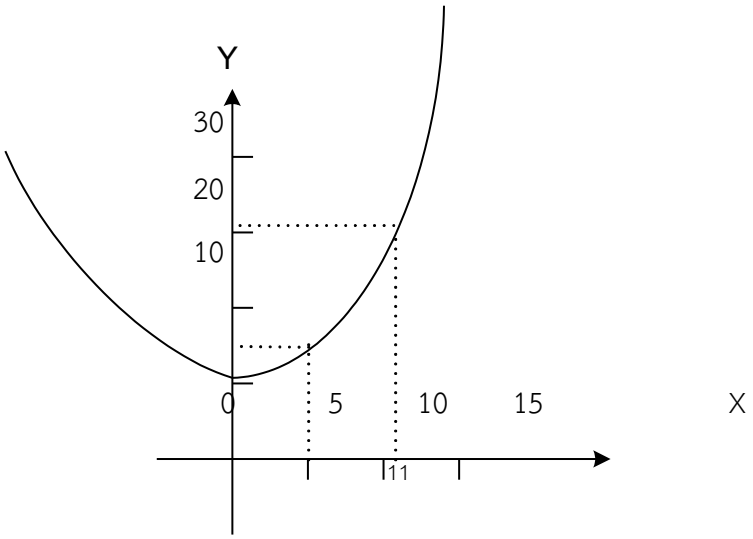
จากสูตร พบว่าในปี พ.ศ. 2540 จะมีทารกเสียชีวิต 15 คน จากทารก 1,000 คน หรือเท่ากับ 1.5%

$\therefore$ ในปี พ.ศ. 2540 จะมีทารกรอดชีวิต $= 100 - 1.5 = 98.8\%$

2) ให้ $x = 11$ แทนปี 2546

จะได้ $y = 0.2(11)^2 - 0.5(11) + 12.5 = 31.2$

นั่นคือ ในปี พ.ศ. 2546 จะมีทารกเสียชีวิตประมาณ 31.2 คน จากทารก 1,000 คน หรือเท่ากับ 3.12%



สรุป

วิธีการแก้โจทย์ประยุกต์เกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง มีหลักการ ดังนี้

1. อ่านโจทย์แล้วกำหนดค่าที่โจทย์ต้องการสูงสุดหรือต่ำสุดให้เป็น y หรือ f(x)
2. สร้างสมการหรือฟังก์ชันกำลังสอง ซึ่งจะต้องขึ้นกับตัวแปรอีกตัวหนึ่งก็คือ x โดยมาก x จะเป็นตัวที่โจทย์ถามหาหรือมีความสัมพันธ์กับ y
3. สมการของ y ที่ได้มาเป็นพาราโบลาหงายหรือคว่ำ ก็แล้วแต่โจทย์ต้องการค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ถ้าเป็นพาราโบลาหงายโจทย์มักจะถามหาค่าต่ำสุด และถ้าเป็นพาราโบลาคว่ำ โจทย์มักถามหาค่าสูงสุด ซึ่งเราจะใช้จุดวกกลับเป็นตัวช่วยหาคำตอบ $\left(-\frac{b}{2a},\ c - \frac{b^2}{4a}\right)$

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**เอกสารฝึกหัดเพิ่ม**	รหัสเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมที่ 10.8 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 26 จำนวนชั่วโมงสอน 1 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. ถ้า x เป็นจำนวนนับซึ่งเมื่อบวกกับจำนวนนับจำนวนที่สองจะมีผลลัพธ์เท่ากับ 45
   1.1 จงเขียนจำนวนนับจำนวนที่สองในรูปของ x
   1.2 จงเขียนผลคูณของจำนวนนับสองจำนวนที่มีผลบวกเท่ากับ 45 ในรูปของ x
   1.3 จงหาค่าของจำนวนนับที่มีผลบวกเท่ากับ 45 และมีผลคูณเท่ากับ 164
   1.4 จงหาค่า x มีค่ามากที่สุดได้เท่าใด พร้อมทั้งแสดงเหตุผล
2. นายสุวัฒน์ ต้องการใช้เชือกยาว 60 เมตร ล้อมกรอบให้เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า จงหาว่านายสุวัฒน์จะล้อมกรอบสี่เหลี่ยมผืนผ้าอย่างไร จึงจะทำให้ได้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามากที่สุด
3. พ่อค้าผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง x กิโลกรัม ต้องลงทุนทั้งหมด $2x^2 + 6x + 300$ บาท ขายไปกิโลกรัมละ $310 - 2x$ บาท ถ้าพ่อค้าต้องการขายให้ได้กำไรมากที่สุด แล้วเขาต้องผลิตสินค้าชนิดนี้กี่กิโลกรัม
4. ถ้าจำนวนจริงสองจำนวนบวกกันได้ 15 แล้วผลคูณของสองจำนวนนี้จะมีค่าสูงสุดเท่ากับเท่าใด
5. ชายผู้หนึ่งโยนลูกบอลขึ้นไปในอากาศแนวดิ่ง ถ้าความสูงของลูกบอลที่ถูกโยนขึ้นไปหาได้จากสูตร $f(t) = -t^2 + 7t$ เมื่อ t แทนเวลาเป็นวินาที
   5.1 จงหาเวลาในขณะที่ลูกบอลอยู่ที่จุดที่สูงสุดจากพื้น
   5.2 จงหาว่านานเท่าใดลูกบอลจึงตกถึงพื้น

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	**แบบสรุปเนื้อหา**	รหัสแบบสรุปเนื้อหาที่ 10 ใช้ประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั่วโมงที่ 19-26 จำนวนชั่วโมงสอน 8 ชั่วโมง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาจากเอกสารประกอบการสอน รหัสที่ 10.1 – 10.8 ตามหัวข้อต่อไปนี้

1. **ฟังก์ชันกำลังสอง** คือ .....

.....

2. **ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ มีดังนี้**

.....

.....

3. **ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$ มีดังนี้**

.....

.....

4. **ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $h \neq 0$ มีดังนี้**

.....

.....

5. **ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0$, $h \neq 0$ และ $k \neq 0$ มีดังนี้** .....

.....

.....

6. **ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ จะมีจุดวกกลับของกราฟอยู่ที่จุด** .....

7. **การแก้สมการกำลังสองโดยวิธีกราฟ จะมีคำตอบดังนี้**

.....

.....

8. **วิธีแก้อสมการกำลังสองโดยกราฟ จะต้องจัดอสมการที่กำหนดให้ให้อยู่ในรูป**

.....

.....

9. **วิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ มีดังนี้**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. **แบบฝึกมาตรฐานแม็ค คณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4 – ม. 6) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 2 ภาคเรียนที่ 2.** กรุงเทพฯ : ทองพูลการพิมพ์, 2546.

ธนวัฒน์ สนทราพรพล. **คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) เล่ม 2.** กรุงเทพฯ : อมรการพิมพ์, ม.ป.ป..

นพพร แหยมแสง. **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้น ม. 5.** กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ จำกัด, 2547.

_____. **ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.** กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ จำกัด, 2548.

พิมพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร และพิสมัย ศรีวิศร. **คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ม.4 เล่ม 2.** กรุงเทพฯ : รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์, ม.ป.ป..

ยุพิน พิพิธกุล. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา.** กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์, 2546.

วิชาการ, กรม. **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.** กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.), 2545.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว, 2547.

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัวพรรณ เหล่าวนิชย์. **คณิตศาสตร์ ม. 4 เล่ม 2 ค 012.** กรุงเทพฯ : อมรการพิมพ์, ม.ป.ป..

_____. **คณิตศาสตร์พื้นฐาน + เพิ่มเติม เล่ม 2 ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6).** กรุงเทพฯ : ธีรพงษ์การพิมพ์, ม.ป.ป..

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ตัวอย่างแบบประเมินผลนักเรียนด้านความรู้ความสามารถ คุณลักษณะที่พึงประสงค์ และทักษะกระบวนการทำงาน

แบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์ขณะทำกิจกรรม

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โรงเรียน ..... ปีการศึกษา .....
ชื่อกลุ่ม ..... สัปดาห์ที่ .....

คำชี้แจง ให้ใส่ระดับคุณภาพลงในช่องคุณลักษณะที่พึงประสงค์แต่ละคุณลักษณะตามความเป็นจริง

กลุ่มที่	ชื่อ - ชื่อสกุล	ระดับคุณภาพของคุณลักษณะ					ผลการประเมิน
		ความรับผิดชอบ	ความมีระเบียบวินัย	ความซื่อสัตย์	ความเชื่อมั่นในตนเอง	การกล้าแสดงความคิดเห็น	

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน
(.....)
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

แบบประเมินผลด้านทักษะกระบวนการทำงานของนักเรียน ขณะร่วมทำกิจกรรม

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โรงเรียน .....ภาคเรียนที่ ..... ปีการศึกษา .....
ชื่อกลุ่ม ..... สัปดาห์ที่ ..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .....

คำชี้แจง ให้ใส่ระดับคุณภาพลงในช่องทักษะกระบวนการทำงานแต่ละช่อง ตามความเป็นจริง

กลุ่มที่	ชื่อ - ชื่อสกุล	ระดับคุณภาพของทักษะกระบวนการทำงาน					ผลการประเมิน
		การวางแผน	ปฏิบัติตามแผน	ความร่วมมือ	ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ความเป็นระเบียบ	

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน
(.....)
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

แบบประเมินผลด้านความรู้และความสามารถจากผลงานนักเรียน

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โรงเรียน ..... ภาคเรียนที่ ..... ปีการศึกษา .....
ชื่อผลงาน .....

คำชี้แจง โปรดกาเครื่องหมาย ลงในช่องให้ตรงกับระดับคุณภาพของผลงาน

กลุ่มที่	ชื่อกลุ่ม	ระดับคุณภาพ				
		4	3	2	1	0

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน
(.....)
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....

ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแบบบันทึกข้อมูลนักเรียน

แบบบันทึกข้อมูลนักเรียน
ปีการศึกษา .....

- ชื่อ – สกุล ..... ชื่อเล่น ..... ชั้น ..... เลขที่ .....
- เกิดวันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ..... เชื้อชาติ ..... สัญชาติ ..... ศาสนา .....
- ที่อยู่ปัจจุบันบ้านเลขที่..... หมู่ที่ ..... ถนน..... ตำบล.....
  อำเภอ ..... จังหวัด .....
- ปัจจุบันอาศัยอยู่กับ ☐ บิดาและมารดา ☐ บิดา ☐ มารดา
  ☐ อื่น ๆ (โปรดระบุ) .....
- อาชีพของบิดา ..... วุฒิการศึกษา (สูงสุด) ..... รายได้/เดือน..... บาท
- อาชีพของมาดา ..... วุฒิการศึกษา (สูงสุด) ..... รายได้/เดือน..... บาท
- อาชีพของผู้ปกครอง (กรณีไม่ใช่บิดามารดา) .....
  วุฒิการศึกษา (สูงสุด) ..... รายได้/เดือน ..... บาท
- จำนวนพี่-น้อง ..... คน นักเรียนเป็นคนที่ .....
- วิชาที่ชอบและถนัด 1..... 2..... 3.....
- วิชาที่ไม่ชอบและไม่ถนัด 1.....2.....3.....
- เกรดเฉลี่ย (ม.4) .....

ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ที่	รายวิชา	รหัสวิชา	ระดับผลการเรียน	หมายเหตุ

- เพื่อนที่สนิท

ลำดับที่	ชื่อ – ชื่อสกุล	ระดับชั้น	โรงเรียน	หมายเลขโทรศัพท์

- สาขาวิชาที่สนใจศึกษาต่อและสถาบัน

ลำดับที่	สาขาวิชาที่สนใจ	สถาบัน

ลงชื่อ .....

(.....)

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....